

MODELAÇÃO DE ESTRUTURAS DE ALVENARIA POR INTERMÉDIO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

Estudos de Calibração

Pedro Jorge Soares Gomes

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Civil

Júri

Presidente: Professor Doutor Fernando Manuel Fernandes Simões

Orientadores: Professor Doutor António Manuel Candeias de Sousa Gago

Doutor José Antero Senra Vieira de Lemos

Vogais: Professor Doutor António Manuel Figueiredo Pinto da Costa

Professor Doutor João José Rio Tinto de Azevedo

Outubro de 2013

Acho que até é bom, às vezes, ser-se ridículo, até é melhor: é mais fácil perdoarmos uns aos outros, é também mais fácil resignarmo-nos; não se pode compreender logo tudo de uma vez, não se pode começar logo com a perfeição! Para alcançar a perfeição deve-se, antes disso, não compreender muita coisa! É que, provavelmente, se compreendermos demasiado depressa, compreenderemos mal. Digo-o aos senhores, aos senhores que já souberam compreender tanta coisa e...também não compreender.

in O Príncipe, de Fiódor Dostoiévski

À minha mãe

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação de mestrado foi desenvolvida no âmbito da obtenção do grau de mestre em Engenharia Civil.

O desenvolvimento deste trabalho foi efectuado com o apoio continuado do Prof. António Sousa Gago (Orientador), ao qual eu agradeço todo o apoio prestado, a paciência demonstrada para me ajudar a superar as várias dificuldades encontradas e, sobretudo, por ter confiado nas minhas capacidades para desenvolver e concluir esta investigação.

Ao Eng. J.V. Lemos (Co-Orientador), também agradeço todo o apoio prestado e a atenção disponibilizada para esta investigação. Além do mais, agradeço pelo material de base disponibilizado para elaboração da dissertação, pela ajuda na melhor compreensão do Método dos Elementos Discretos e no manuseamento do programa de cálculo tridimensional 3DEC.

A ambos os Orientadores agradeço as horas dedicadas a debater o tema da dissertação. Foi uma experiência muito enriquecedora, frutífera e inesquecível.

Ao meu grande amigo e colega, o Eng. João Tiago Freire, agradeço o apoio e ensinamentos prestados na produção dos códigos de programação em Visual Basic para agilizar a análise dos dados obtidos do programa de cálculo 3DEC e para o cálculo da resposta analítica bloco a oscilar em regime livre. Agradeço também a motivação para concluir estes projectos englobados nesta dissertação.

Dedico este trabalho aos meus pais e restante família que sempre me apoiaram em tudo, sobretudo à minha mãe por me ter garantido todos os meios e apoio para concluir este trabalho. A todos os meus amigos dedico também esta dissertação.

Por último, ao meu País, que passa por grandes privações sociais, dedico esta obra pelo esforço na manutenção de um ensino Público Universitário de qualidade, como aquele que é garantido no Instituto Superior Técnico Lisboa.

RESUMO

Esta investigação teve como objectivo o estudo dos efeitos na resistência sísmica de um lintel de betão armado, colocado no topo de um edifício de alvenaria. Para tal, analisou-se o comportamento estrutural de uma caixa, com quatro paredes independentes, sujeita a um regime forçado sinusoidal por intermédio de um modelo de elementos discretos. Tendo o modelo numérico definido, também se estudou a contribuição da acção do peso e da massa da cobertura na resistência sísmica da estrutura.

Para uma correcta modelação da estrutura pelo método dos elementos discretos, foi necessário calibrar o modelo numérico, nomeadamente, no que diz respeito aos contactos entre as paredes e a fundação. Esta calibração foi efectuada, ajustando o comportamento numérico à resposta obtida nos estudos analíticos de Housner (1963), correspondente ao movimento do bloco rígido a oscilar em regime livre. Para calibrar os contactos recorreu-se, também, a uma metodologia descrita nos estudos (numéricos e experimentais) de Peña *et al.* (2005), e propôs-se uma metodologia alternativa de calibração, baseada no ajustamento directo da resposta numérica à analítica, por interpolação dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto. Ambas as metodologias de calibração foram aplicadas nos modelos numéricos de um bloco rígido isolado, pelo que a sua aplicabilidade ao modelo da caixa foi também analisada.

Aplicadas com sucesso, as metodologias de calibração dos parâmetros que definem o contacto e analisados, a partir deste modelo, os vários casos de carga, concluiu-se que a introdução de um lintel aumenta significativamente a resistência sísmica da caixa de quatro paredes. Fica, assim, comprovada a influência benéfica deste elemento estrutural no comportamento sísmico de edifícios com estrutura portante baseada nas suas paredes periféricas, sendo esse, o caso dos edifícios antigos em estrutura de alvenaria.

Por outro lado, provou-se com este estudo que a adopção dos parâmetros calibrados pelo método proposto produz resultados semelhantes aos obtidos pela metodologia de Peña *et al.* (2005), em qualquer caso de carga do modelo numérico da caixa, por isso se mostra que o método proposto é válido. Apesar da semelhança dos resultados obtidos pelos métodos de calibração apresentados, o método proposto tem a vantagem, relativamente ao método de Peña *et al.* (2005) de não necessitar da calibração dos parâmetros a partir de ensaios experimentais, permitindo calibrar o modelo directamente com o modelo analítico. Deste modo, o método proposto permite, ainda, uma execução computacional mais expedita do que o método de Peña *et al.* (2005).

PALAVRAS CHAVE: Análise sísmica; Dinâmica do corpo rígido; Método dos elementos discretos; Edifícios de alvenaria.

ABSTRACT

This research had as objective the study of effects on seismic resistance of a lintel of reinforced concrete placed on top of a masonry building. To this end, we analyzed the structural behavior of a box with four walls, independent, subject to a forced sine wave regime through a model of discrete elements. Having the numeric model defined, it was also studied the contribution of the action of the weight and mass of coverage in seismic resistance of the structure.

For a correct modeling of the structure by the method of discrete elements, it was necessary, in particular, to calibrate the numerical model, regarding the contacts between the walls and the foundation. This calibration was carried out by adjusting the numerical behavior to the response obtained in analytical studies of Housner (1963), corresponding to the movement of the rigid block to oscillate in free scheme. To calibrate the contacts it was also used a methodology described in the studies (numeric and experimental) of Peña *et al.* (2005), and it was proposed an alternative methodology for calibration, based on direct adjustment of the numeric response to the analytical response, by interpolation of the parameters of the constitutive model of the contact. Both the calibration methodologies were applied in numerical models of a isolated rigid block, by which its applicability to the model of the box was also examined.

Successfully applying the methodologies of calibration parameters which define the contact and analyzed, based on this model, the various load cases, it was concluded that the introduction of a lintel significantly increases the resistance of the seismic box of four walls. It is, therefore, proven the beneficial influence of this structural element in the seismic behavior of buildings with jolted structure based on its peripheral walls, this being the case of old buildings in masonry structure.

On the other hand, it has been proved, in this study, that the adoption of calibrated parameters by the proposed method produces similar results to those obtained by the methodology of Peña *et al.* (2005), in any case load numeric model of the box, showing that the proposed method is valid. Despite the similarity of the results obtained by calibration methods presented, the proposed method has the advantage, compared to the method of de Peña *et al.* (2005), of not requiring calibration of parameters from experimental trials, allowing the calibration of the model directly with the analytical model. The proposed method also allows a computational implementation more expeditiously than the method of Peña *et al.* (2005).

KEYWORDS: Seismic analysis; Rigid body dynamics; Discrete element method; Masonry buildings.

Capítulo 1 - Introdução

1.1 – Introdução	1
1.2 – Objectivos	2
1.3 – Estrutura da Dissertação	3

Capítulo 2 - Método dos Elementos Discretos e o Programa de Cálculo 3DEC

2.1 – Método dos Elementos Discretos	4
2.1.1 – Introdução	4
2.1.2 – Representação do Material Sólido	5
2.1.3 – Representação dos Contactos e da Interação entre Blocos	5
2.1.4 – Detecção e Actualização de Contactos	6
2.2 – O Programa de Cálculo 3DEC	7
2.2.1 – Introdução	7
2.2.2 – Representação dos Blocos no 3DEC	8
2.2.3 – Representação dos Contactos no 3DEC	9
2.2.3.1 – Mapeamento das Células	9
2.2.3.2 – Detecção dos Contactos	11
2.2.4 – Comportamento Mecânico dos Contactos no 3DEC	13
2.2.5 – Ciclo de Cálculo no 3DEC	14
2.2.5.1 – Definição da Rigidez de Contacto no 3DEC	15
2.2.5.2 – Definição Amortecimento no 3DEC	16
2.3 – Conclusões	18

Capítulo 3 - Estudo do Comportamento Dinâmico do Bloco Rígido Isolado

3.1 – Introdução	19
3.2 – Teoria Clássica de Housner	20
3.2.1 – Introdução	20
3.2.2 – Oscilação do Bloco em Regime Livre	21
3.2.3 – Regime Forçado	27
3.3 – Estudo Experimental e Numérico do Bloco Rígido	31
3.3.1 – Introdução	31

3.3.2 – Ensaio Experimentais Realizados	32
3.3.3 – Parâmetros Fundamentais da Dinâmica de Blocos Rígidos	33
3.3.4 – Calibração dos Parâmetros da Dinâmica de Blocos Rígidos	35
3.3.5 – Definição do Modelo Numérico de Elementos Discretos Para o Regime Livre	36
3.3.5.1 – Definição da Rigidez	36
3.3.5.2 – Definição do Amortecimento Viscoso	37
3.3.5.3 – Definição dos Modelos Numéricos Pelo Método dos Elementos Discretos	37
3.3.6 – Calibração do Modelo Numérico	38
3.3.7 – Fórmula Empírica de Calibração do Amortecimento Crítico	41
3.4 – Conclusões dos Estudos Teóricos, Experimentais e Numéricos da Dinâmica do Bloco Rígido	43

Capítulo 4 - Simulação do Comportamento Dinâmico do Bloco Rígido Através do Método dos Elementos Discretos

4.1 – Introdução	45
4.2 – Descrição das Subrotinas da Simulação do Comportamento Dinâmico pelo 3DEC	46
4.2.1 – Leitura da Rotação dos Blocos	47
4.2.2 – Aplicação de Uma Rotação Inicial Para a Simulação do Regime Livre	47
4.2.3 – Aplicação da Aceleração Sinusoidal Para Simulação do Regime Forçado ...	49
4.2.4 – Definição do Número de Ciclos em Função do Tempo	49
4.3 – Calibração dos Resultados do Modelo Numérico Com o Modelo Analítico de Housner (1963)	50
4.3.1 – Introdução	50
4.3.2 – Modelo Analítico de Housner	51
4.3.2.1 – Regime Livre	51
4.3.2.2 – Regime Forçado	52
4.3.3 – Definição do Modelo Numérico Para o Regime Livre	53
4.3.4 – Proposta de Método Para Calibração do Comportamento Mecânico do Contacto do Modelo Numérico – Método de Calibração 1	54
4.3.4.1 – Etapa 1 – Rigidez Normal e Rigidez Tangencial	55
4.3.4.2 – Etapa 2 – Ângulo de Atrito	61
4.3.4.3 – Observações Sobre o Método Apresentado	63
4.3.5 – Simulação do Regime Forçado	64
4.3.6 – Conclusões	67
4.4 – Reprodução dos Modelos Experimentais de Peña et al. (2005) em Regime Livre	

<i>com o Programa de Cálculo 3DEC – Método de Calibração 2</i>	68
4.4.1 – <i>Introdução</i>	68
4.4.2 – <i>Definição do Modelo Numérico de Elementos Discretos no Programa de Cálculo 3DEC</i>	69
4.4.3 – <i>Definição da Rigidez do Modelo Numérico</i>	70
4.4.4 – <i>Ajustamento Inverso do Coeficiente de Amortecimento Crítico</i>	72
4.4.5 – <i>Fórmula Empírica de Calibração do Coeficiente de Amortecimento Crítico</i> ..	74
4.4.6 – <i>Conclusões</i>	76

Capítulo 5 - Estudo Dinâmica de Uma Caixa Sujeita a Uma Aceleração Sinusoidal na Base

5.1 – <i>Introdução</i>	77
5.2 – <i>Descrição da Estrutura</i>	78
5.2.1 – <i>Descrição da Geometria da Estrutura</i>	78
5.2.2 – <i>Situações de carga em Análise</i>	79
5.3 – <i>Definição do Modelo Numérico</i>	80
5.3.1 – <i>Definição do Modelo Constitutivo do Material</i>	80
5.3.2 – <i>Definição dos Modelos Constitutivos dos Contactos</i>	81
5.4 – <i>Modo de Ruptura Para Análise do Colapso da Caixa</i>	84
5.5 – <i>Calibração da Rigidez do Contacto Entre a Parede e a Fundação Pelo Estudo Analítico de Housner (1963)</i>	86
5.6 – <i>Calibração do Coeficiente de Amortecimento Crítico da Caixa Pelo Método de Peña et al. (2005)</i>	88
5.7 – <i>Análise do Colapso Para os Vários Casos de Carga</i>	90
5.7.1 – <i>Relações de Colapso na Situação de Calibração Pela Rigidez e Pelo Atrito do Contacto - Método de Calibração 1</i>	91
5.7.2 – <i>Relações de Colapso Para o Caso da Calibração Pelo Método de Peña et al. (2005) – Método de Calibração 2</i>	93
5.8 – <i>Conclusões</i>	94

Capítulo 6 - Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

6.1 – <i>Conclusões</i>	96
6.2 – <i>Desenvolvimentos Futuros</i>	97

Bibliografia	98
--------------------	----

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 – O Ciclo da Modelação</i>	1
<i>Figura 2.1 – Representação das formas de contacto: a) pontual, b) aresta e c) superfície</i> .	6
<i>Figura 2.2 – Representação de um problema clássico de travamento bidimensional de quatro blocos: a) contacto entre os quatro blocos em repouso; b) travamento entre os blocos A e D</i>	8
<i>Figura 2.3 – Esquema do Mapeamento Celular de Blocos, para o caso 2D</i>	10
<i>Figura 2.4 – Representação de contactos através de contactos elementares: a) interacção superfície-superfície; b) interacção aresta-aresta</i>	12
<i>Figura 2.5 – Ciclo de Cálculo no 3DEC</i>	15
<i>Figura 2.6 – Leis constitutivas dos contactos: a) Rigidez Tangencial; b) Rigidez Normal</i> ...	16
<i>Figura 2.7 – Variação do factor de amortecimento crítico em função da velocidade angular</i>	17
<i>Figura 3.1 – Reservatório de água do tipo pêndulo invertido na Quinta da Marinha, Vila Franca de Xira</i>	20
<i>Figura 3.2 – Modelo: a) de um bloco rígido e b) de um oscilador de 1 g.l.</i>	22
<i>Figura 3.3 – Gráfico que relaciona o quarto de período do ciclo de oscilação ($T/4$) com a rotação inicial (θ_0)</i>	24
<i>Figura 3.4 – Gráfico das amplitudes de pico para a sucessão de n impactos (para $r = 0,7$)</i>	26
<i>Figura 3.5 – Gráfico do periodo de oscilação entre impactos sucessivos ($T_{np}/2$) após o impacto n (para $r = 0,7$)</i>	26
<i>Figura 3.6 – Gráfico das acelerações sinusoidais em ordem ao tempo (t) com e sem ângulo de fase (ψ)</i>	27
<i>Figura 3.7 – Gráfico da oscilação (θ) do bloco ($h = 0,5m$, $b = 0,125m$) em ordem ao tempo (t), devida a uma aceleração sinusoidal a actuar na base (3 e $4m/s^2$).</i>	29
<i>Figura 3.8 – Curva de colapso de um bloco rígido</i>	30
<i>Figura 3.9 – Geometria dos modelos experimentais: a) Modelo 1, 2 e 3; b) Modelo 4</i>	31
<i>Figura 3.10 – Superfícies: a) de rotação; b) de contacto irregulares</i>	34
<i>Figura 3.11 – Modelo de do contacto de elementos discretos</i>	37
<i>Figura 3.12 – Modelo UDEC: a) dos modelos 1, 2 e 3; e b) do modelo 4</i>	38
<i>Figura 3.13 – Comparação do ângulo de rotação entre o ensaio e o modelo numérico com valores teóricos do modelo experimental 1</i>	39
<i>Figura 3.14 – Comparação do ângulo de rotação entre o ensaio e o modelo numérico com valores ajustados do modelo experimental 1</i>	40
<i>Figura 3.15 – Ajuste da formula empírica do amortecimento</i>	42
<i>Figura 3.16 – Ajuste da formula empírica do amortecimento</i>	43

Figura 4.1 – Esquema para a definição da função rotação	47
Figura 4.2 – Aplicação da rotação inicial ao bloco em estudo: a) Esquema de cálculo; b) Output do programa de cálculo 3DEC	48
Figura 4.3 – Amplitudes de pico do modelo 1 ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	51
Figura 4.4 – Períodos de oscilação do modelo 1 ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	52
Figura 4.5 – Curva de rotação em ordem ao tempo ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	52
Figura 4.6 – Curva de colapso do modelo 1	53
Figura 4.7 – Modelo de elementos discretos ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	54
Figura 4.8 – Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	55
Figura 4.9 – Calibração da rigidez do contacto através da amplitude de pico (φ_n), após o impacto n ; Modelo analítico versus modelos numéricos ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	56
Figura 4.10 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos para calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	57
Figura 4.11 – Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	58
Figura 4.12 – Amplitude de pico (φ_n), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	59
Figura 4.13 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	60
Figura 4.14 – Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $\phi = 30^\circ$ ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	61
Figura 4.15 – Amplitude de pico (φ_n), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $K_n = 11 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	62
Figura 4.16 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $K_n = 11 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$)	63
Figura 4.17 – Relação de colapso de um bloco rígido	66
Figura 4.18 – Modelo de blocos rígidos de elementos discretos (3DEC), para simulação dos ensaios em regime livre: a) 1, 2 e 3; e b) 4	69
Figura 4.19 – Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 1 com parâmetros teóricos e ajustados	72
Figura 4.20 – Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 2 com parâmetros teóricos e ajustados	73
Figura 4.21 – Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 3 com parâmetros teóricos e ajustados	73

<i>Figura 4.22 – Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 4 com parâmetros teóricos e ajustados</i>	<i>74</i>
<i>Figura 4.23 – Ajuste da fórmula empírica do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}) ...</i>	<i>75</i>
<i>Figura 4.24 – Ajuste da fórmula empírica do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}) ...</i>	<i>76</i>
<i>Figura 5.1 – Modelo de elementos discretos da caixa: a) sem lintel e b) com lintel</i>	<i>77</i>
<i>Figura 5.2 – Vista da forma do contacto entre as paredes ortogonais do modelo de elementos discretos</i>	<i>78</i>
<i>Figura 5.3 – Dimensões da caixa em metros: a) planta; e b) corte</i>	<i>79</i>
<i>Figura 5.4 – Modelo numérico do bloco rígido: a) dos estudos de calibração; e b) que simula uma das paredes da caixa de alvenaria</i>	<i>81</i>
<i>Figura 5.5 – Diagrama ilustrativo da adopção no modelo numérico da caixa dos valores calibrados pelos métodos de calibração 1 e 2</i>	<i>83</i>
<i>Figura 5.6 – Deformação da caixa devido à actuação da aceleração sinusoidal na fundação</i>	<i>85</i>
<i>Figura 5.7 – Representação gráfica da aplicação da excitação na base: a) direcção da acção; b) campo de velocidades e c) correspondente campo de acelerações</i>	<i>86</i>
<i>Figura 5.8 – Modelo numérico do bloco que simula a parede para aplicação do Método de Calibração 1</i>	<i>87</i>
<i>Figura 5.9 – Rotação do bloco em ordem ao tempo. Resposta analítica e resposta numérica calibrada para o bloco com as dimensões máximas da parede.</i>	<i>87</i>
<i>Figura 5.10 – Relação de colapso do modelo analítico e da resposta numérica para o modelo do bloco com as dimensões máximas da parede e calibrado com o Método de Calibração 1</i>	<i>88</i>
<i>Figura 5.11 – Modelo numérico do bloco que simula a parede para aplicação do Método de Calibração 2</i>	<i>89</i>
<i>Figura 5.12 – Relação de colapso do modelo analítico e da resposta numérica para o modelo do bloco com as dimensões máximas da parede e calibrado com o Método de Calibração 2</i>	<i>90</i>
<i>Figura 5.13 – Relações de colapso da caixa calibrada pelo Método de Calibração 1. Respostas numéricas correspondentes às várias situações de carga e resposta analítica da parede de colapso</i>	<i>92</i>
<i>Figura 5.14 – Relações de colapso da caixa calibrada pelo Método de Calibração 2. Respostas numéricas correspondentes às várias situações de carga e resposta analítica da parede de colapso</i>	<i>93</i>

ÍNDICE DE TABELAS

<i>Tabela 3.1 – Características das Amostras</i>	32
<i>Tabela 3.2 – Parâmetros Teóricos (T) e Experimentais (E)</i>	34
<i>Tabela 3.3 – Valores teóricos dos parâmetros que seguem a resposta dinâmica dos modelos experimentais</i>	38
<i>Tabela 3.4 – ξ_{min} ajustado à simulação dos resultados experimentais com valores teóricos dos parâmetros</i>	39
<i>Tabela 3.5 – Valores ajustados dos parâmetros que seguem a resposta dinâmica dos modelos experimentais</i>	40
<i>Tabela 3.6 – ξ_{min} ajustado à simulação dos resultados experimentais com valores ajustados dos parâmetros</i>	40
<i>Tabela 3.7 – Valores dos coeficientes C_1 e C_2</i>	42
<i>Tabela 4.1 – Características do modelo a calibrar</i>	50
<i>Tabela 4.2 – Parâmetros do modelo analítico de Housner</i>	51
<i>Tabela 4.3 – Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	57
<i>Tabela 4.4 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	58
<i>Tabela 4.5 – Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	59
<i>Tabela 4.6 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	60
<i>Tabela 4.7 – Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	62
<i>Tabela 4.8 – Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	63
<i>Tabela 4.9 – Amplitude mínima de colapso (a_{min}) para os modelos numérico e analítico e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	65
<i>Tabela 4.10 – Aceleração no instante inicial para os modelos numérico e analítico e variação (%) relativa ao modelo analítico</i>	67
<i>Tabela 4.11 – Valores teóricos dos parâmetros para cálculo da rigidez do contacto</i>	70
<i>Tabela 4.12 – Valores ajustados dos parâmetros para cálculo da rigidez do contacto</i>	71
<i>Tabela 4.13 – Valores teóricos e ajustados da rigidez do contacto a introduzir no modelo numérico</i>	71
<i>Tabela 4.14 – Valores do coeficiente de amortecimento crítico obtidos por ajustamento inverso</i>	74
<i>Tabela 4.15 – Valores das constantes C_1 e C_2</i>	75
<i>Tabela 5.1 – Dimensões dos elementos estruturais</i>	79

<i>Tabela 5.2 – Massa e peso dos elementos da caixa considerados no estudo</i>	<i>80</i>
<i>Tabela 5.3 – Valores dos parâmetros do modelo constitutivo do material dos elementos da caixa</i>	<i>81</i>
<i>Tabela 5.4 – Valores dos parâmetros dos contactos do modelo numérico da caixa</i>	<i>82</i>
<i>Tabela 5.5 – Valores dos parâmetros do modelo analítico</i>	<i>87</i>
<i>Tabela 5.6 – Valores dos parâmetros calibrados dos contactos da caixa</i>	<i>88</i>
<i>Tabela 5.7 – Valores dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto e do amortecimento da caixa</i>	<i>89</i>

NOTAÇÕES

Minúsculas Latinas

a_s	Aceleração sinusoidal
a	Amplitude da aceleração sinusoidal
$a_{s,min}$	Aceleração sinusoidal mínima que provoca o colapso do bloco
a_{min}	Amplitude mínima da aceleração sinusoidal que provoca o colapso do bloco
b	Metade do comprimento da base do bloco
e	Metade do comprimento da espessura do bloco
e_{ijk}	Símbolo de permutação
f_t	Tensão de resistência à tracção
f_{min}	Frequência de oscilação mínima do sistema
g	Aceleração da gravidade
h	Metade do comprimento da altura do bloco
m	Massa do bloco
m_i^A	Momento aplicado ao bloco A
n_i	Componente normal unitária do contacto
p	Frequência do bloco
r	Coefficiente de balanço energético
u_N^i	Componente normal do deslocamento do contacto
u_S^i	Componente tangencial do deslocamento do contacto
u_{acc}	Deslocamento acumulado do bloco
u_i^{cl}	Deslocamento do centro de gravidade do bloco l
u_x	Deslocamento relativo os vértices medido na horizontal
u_z	Deslocamento relativo os vértices medido na vertical
u_i^c	Deslocamento relativo entre os centros de gravidade de um par de blocos
\dot{u}_i^{cl}	Velocidade do centro de gravidade do bloco l
\dot{u}_i	Velocidade absoluta do centro de gravidade do bloco
\dot{u}_i^c	Velocidade relativa entre os centros de gravidade de um par de blocos
\ddot{u}_i	Aceleração absoluta do centro de gravidade do bloco
x_k^c	Coordenada de um ponto genérico de um bloco
x_k^A	Coordenada do centro de massa do bloco A
y_{CG}	Altura do centro de gravidade da secção do bloco relativamente à base

Maiúsculas Latinas

A_c	Área do contacto
A	Comprimento do corte na base da secção do bloco
C_1	Constante de ajustamento 1

C	Matriz de amortecimento
C_U	Tensão de Coesão
F_N	Componente normal da força de interacção entre dois blocos
F_S	Componente tangencial da força de interacção entre dois blocos
F_i^c	Força de interacção entre dois blocos
F_S^i	Componente de uma das direcções principais do plano (i) do contacto da força de interacção tangencial entre dois blocos
$F_{Smáx}$	Força tangencial maxima do contacto
F_δ	Força de Δ -Dirac
F_g	Peso do bloco resultante da variação da posição do bloco
F_i	Soma das forças que actuam no bloco
I_O	Momento de inércia do bloco em relação ao eixo perpendicular ao seu plano
I_i	Momento polar de inércia
K	Matriz de rigidez
K_N	Componente normal da rigidez do contacto
K_S	Componente tangencial da rigidez do contacto
L_O	Quantidade de movimento angular relativamente ao eixo O
M	Matriz de massa
M_i	Momento de torção do bloco em relação aos eixos principais de inércia
Q_d	Força de amortecimento generalizada
R	Comprimento de metade da bissectriz da secção do bloco
T_G	Período de oscilação da aceleração sinusoidal do solo
T	Período de um ciclo de oscilação
T_n	Período de um ciclo de oscilação após o n -ésimo impacto
W	Peso do bloco

Minúsculas Gregas

α	Ângulo formado entre a vertical e o eixo que liga o centro de gravidade ao centro de rotação
β	Constante de amortecimento proporcional à rigidez
$\delta(x)$	Deslocamento do contacto segundo a direcção x
η	Constante de amortecimento proporcional à massa
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular do bloco
θ	Ângulo de rotação do bloco
θ_0	Ângulo de rotação do bloco no instante inicial
$\dot{\theta}$	Velocidade angular do bloco
μ	Coeficiente de restituição
v_1	Vector do vértice da face horizontal inferior do bloco
v_2	Vector do vértice da face horizontal superior do bloco

v_0	Velocidade constante aplicada ao bloco
ρ	Densidade do material do bloco
σ_N	Componente normal da tensão no contacto entre dois blocos
σ_S^i	Componente de uma das direcções principais do plano (i) do contacto, da tensão tangencial entre dois blocos
ϕ	Ângulo de atrito
φ_n	Amplitude de pico após o n -ésimo impacto
φ_0	Amplitude de pico inicial
φ	Rotação normalizada relativamente ao ângulo α
$\dot{\varphi}$	Velocidade angular normalizada relativamente ao ângulo α
ξ_i	Factor de amortecimento crítico
ξ_{min}	Factor de amortecimento crítico mínimo
ψ	Ângulo de fase da aceleração sinusoidal
ω	Frequência angular da aceleração sinusoidal do solo
ω_i	Frequência angular do modo i
ω_j^A	Velocidade angular do bloco A
ω_{min}	Velocidade angular que minimiza o factor de amortecimento

Maiúsculas Gregas

Γ	Factor de amortecimento generalizado
Δ	Taxa de variação em ordem ao tempo

Siglas

CG	Centro de Gravidade
CP	Contacto Pontual
CR	Centro de Rotação
EE	Contacto Aresta-Aresta
EF	Contacto Aresta-Superfície
FF	Contacto Superfície-Superfície
$UDEC$	Universal Distinct Element Code
VE	Contacto Vértice-Aresta
VF	Contacto Vértice-Superfície
VV	Contacto Vértice-Vértice
$3DEC$	Three Dimensional Distinct Element Code

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

Modelar matematicamente a realidade é a forma que o ser Humano tem de interpretar o mundo real. Os modelos matemáticos de um sistema real baseiam-se num conjunto de leis físicas que deverão representar o mais fielmente possível, se bem que com aproximações, o comportamento desse sistema.

Em geral, a modelação envolve um conjunto de etapas a efectuar de forma repetida. Para um determinado problema real definem-se as hipóteses sobre as quais se constrói a teoria matemática que estabelece as leis de comportamento do sistema em estudo. Estas leis matemáticas que são reproduzidas por equações são resolvidas no caso de problemas complexos recorrendo a ferramentas de cálculo numérico. No entanto, a solução do problema, isto é, a resposta numérica, deve ser calibrada tendo em conta a realidade, sendo também necessário verificar a validade das hipóteses. A fase final de calibração e de adequabilidade das hipóteses iniciais pode implicar o reajuste das premissas iniciais e o reinício dos procedimentos. O processo repetitivo (Figura 1.1) será finalizado quando o modelo numérico reproduzir satisfatoriamente o sistema real.

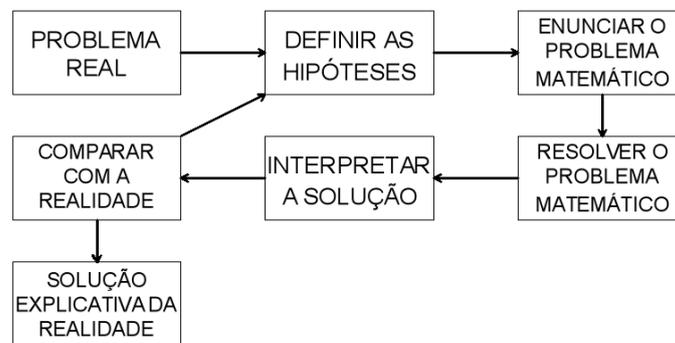


Figura 1.1 - O Ciclo da Modelação.

No presente trabalho pretende-se estudar o comportamento dinâmico de uma caixa de quatro paredes de alvenaria independentes na qual se introduz um lintel de betão armado no seu topo, ligando as paredes periféricas. Esta técnica de reforço estrutural de edifícios antigos é frequentemente utilizada, pois alguns edifícios assim reforçados apresentaram bom desempenho quando solicitados por acções sísmicas. Para além disso, esta é uma das técnicas mais baratas e expeditas de aplicação no reforço sísmico de edifícios de alvenaria antigos. No entanto, os efeitos desta técnica de reforço ainda estão por caracterizar na sua totalidade e o presente trabalho pretende contribuir para um melhor conhecimento dos efeitos desta técnica de reforço.

Os dois tipos de modelos numéricos mais correntemente utilizados para a modelação do comportamento dinâmico de estruturas são os baseados nos métodos dos elementos finitos e no dos elementos discretos. Neste estudo recorreu-se ao método dos elementos discretos (cujos princípios gerais são descritos no capítulo seguinte), para estudar os efeitos no comportamento dinâmico de uma caixa de quatro paredes ortogonais que um lintel rígido colocado no seu topo tem.

O modelo construído para o presente estudo, constituído por quatro paredes ortogonais, pretende simular simplificadaamente as empenas e fachadas de um edifício de alvenaria. Definiu-se um modelo simples de fácil calibração e que fosse fácil de analisar. Nesta fase, a avaliação qualitativa e macroscópica do problema parece ser suficiente. Remetendo-se para futuros desenvolvimentos, a simulação exacta e completa dos edifícios. Para que o estudo fizesse sentido e se conseguisse avaliar o benefício do reforço, a simulação deveria incluir a fase inicial da resposta da estrutura, em regime elástico linear e, também, a fase de degradação das características mecânicas da alvenaria em regime não-linear. Tendo em conta o objectivo de simulação do comportamento da estrutura, incluindo todas as fases da resposta, e o tipo de estrutura, considerou-se que o método dos elementos discretos era o que mais se adequava por permitir a simulação do movimento desde a sua fase inicial até ao colapso.

Sendo relativamente reduzido na bibliografia, os casos de utilização do método dos elementos discretos em problemas de equilíbrio de estruturas tridimensionais, iniciou-se o estudo pela calibração do modelo numérico através da simulação de problemas simples. Assim, a presente dissertação incluiu uma fase de estudos de calibração do modelo computacional de elementos discretos utilizado no presente trabalho – o 3DEC.

1.2 - OBJECTIVOS

Como referido, esta investigação tinha como principal objectivo o estudo dos efeitos de um lintel de betão armado no topo de uma estrutura de alvenaria. Para tal, recorreu-se ao estudo de uma caixa com quatro paredes independentes por intermédio do método dos elementos discretos. Para uma correcta simulação dessa estrutura foi necessário, em primeiro lugar, calibrar o modelo de elementos discretos através das respostas analítica, numérica e experimental dos elementos que a compõem. Os estudos analíticos de Housner (1963) e estudos numéricos/experimentais de Peña *et al.* (2005), que se descrevem no capítulo 3, fundamentaram essas calibrações.

Na calibração do modelo numérico tendo em conta os resultados do modelo analítico de Housner (1963), procurou-se: construir um modelo de elementos discretos capaz de reproduzir uma solução teórica; identificar as hipóteses assumidas na análise de Housner (1963) pela teoria mecânica clássica; discutir a sua validade no modelo real; conhecer a

influência dos parâmetros que regem a resposta do modelo de elementos discretos, nomeadamente os modelos constitutivos dos contactos e dos materiais; e, identificar aqueles que se deve alterar para ajustar a resposta numérica à resposta analítica.

A calibração do modelo numérico tendo em conta os estudos de Housner (1963) foi complementada através da análise do trabalho de Peña *et. al.* (2005), a qual, a partir do conhecimento dos resultados experimentais de oscilações em regime livre, permitiu refinar a calibração do modelo numérico em regime livre (e aplicar essas conclusões à simulação do regime forçado). Foi, também, proposto um método alternativo para ajustar a resposta numérica à correspondente resposta analítica, por intermédio da calibração dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto para um sistema não amortecido constituído de um bloco rígido e de uma base.

1.3 - ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho encontra-se estruturado em seis capítulos. No primeiro, a Introdução, onde se definem os objectivos do trabalho e a sua estrutura. No segundo capítulo aborda-se a formulação teórica do método dos elementos discretos e os seus fundamentos. Faz-se, também, uma introdução ao programa de cálculo de elementos discretos 3DEC.

No Capítulo 3 faz-se a revisão dos estudos teóricos, numéricos e experimentais sobre o comportamento dinâmico de um bloco rígido simplesmente apoiado. Inicia-se essa revisão pela teoria de Housner (1963) para o movimento do bloco em regime livre e em regime forçado. Apresenta-se, ainda, o estudo experimental e numérico de Peña *et al.* (2005), onde se fundamenta a escolha da equação empírica para o cálculo do amortecimento de Rayleigh.

No Capítulo 4 apresentam-se as rotinas do programa de cálculo 3DEC, bem como as limitações da sua linguagem de programação e formas de as contornar. Apresentam-se também dois métodos de calibração do modelo numérico tridimensional. O primeiro, proposto pelo autor do presente estudo, através do ajustamento dos resultados numéricos de um sistema não amortecido aos resultados do modelo analítico de Housner (1963) e, outro, a partir da metodologia de calibração de Peña *et al.* (2005).

No Capítulo 5 estuda-se a estrutura em alvenaria representado por uma caixa de quatro paredes. Começou-se por uma análise dos efeitos de uma carga lateral, onde se justificaram os casos a analisar. Prosseguiu-se com a modelação de quatro casos. Com esta análise pretendeu-se perceber o efeito do lintel de betão armado e da massa da cobertura na resistência da estrutura em face duma acção dinâmica.

No Capítulo 6, apresentam-se as conclusões do estudo e os seus possíveis desenvolvimentos futuros.

CAPÍTULO 2 - MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS E O PROGRAMA DE CÁLCULO 3DEC

2.1 - MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

2.1.1 - INTRODUÇÃO

A necessidade de modelar o comportamento mecânico de um meio a partir da sua discretização num conjunto de blocos discretos levou Cundall (1971) a formular o método dos elementos discretos. Inicialmente Cundall (1971) estabeleceu este método a partir da hipótese de elementos de comportamento rígido, isto é, indeformáveis, pelo que a deformação do meio, resulta apenas do movimento relativo entre os vários corpos discretos quando sujeitos a determinada acção mecânica. Originalmente o método foi desenvolvido para o estudo da mecânica das rochas, nomeadamente para análise de rochas sobrepostas ou juntas e de problemas de fracturas num meio rochoso.

Os contactos são as condições de fronteira dos vários elementos discretos do modelo que condicionam o seu comportamento. Os parâmetros que regem o comportamento dos contactos são a sua rigidez transversal e a sua rigidez normal que relacionam as forças de contacto entre elementos com os respectivos deslocamentos relativos. É possível definir contactos com comportamentos elástico linear ou não-linear, atribuindo relações constitutivas elásticas ou elásticas com plasticidade.

As primeiras aplicações da formulação de Cundall (1971) restringiam-se ao estudo dos problemas no plano considerando os elementos como polígonos rígidos. Nesse modelo o comportamento dos polígonos era regido pelas leis básicas da cinemática e da dinâmica.

As estruturas para as quais é possível considerar a modelação pelo método dos elementos discretos são as constituídas por blocos, como rochas, materiais granulares, placas de gelo ou alvenarias onde a deformação e os modos de colapso dependem do comportamento das juntas.

No final dos anos 80, a formulação do método dos elementos discretos de Cundall estendeu-se aos problemas tridimensionais (Cundall, 1988), com aplicações na investigação de fluxo de partículas e fendilhação em rochas ou em betão. Refira-se que a extensão tridimensional do algoritmo concebido para problemas planos, obrigou ao desenvolvimento de técnicas mais eficientes de detecção e actualização dos contactos. Só assim foi possível tornar viável a aplicação desse algoritmo a problemas tridimensionais (Cundall, 1988). No entanto, as análises tridimensionais envolvem um esforço de cálculo computacional muito significativo resultando, em geral, em análises muito demoradas.

Existem muitas outras formulações de elementos discretos para além da de Cundall (1971), mas, apenas esta será objecto de atenção, neste capítulo, por ser a primeira, a mais divulgada e por ter sido aquela que foi implementada no programa de cálculo 3DEC disponível no DECIVIL-IST, e que, portanto, foi utilizado no restante trabalho.

2.1.2 - REPRESENTAÇÃO DO MATERIAL SÓLIDO

Aos elementos que compõem o meio em estudo deve ser atribuído um determinado tipo de comportamento material. A escolha do tipo de comportamento baseia-se na definição da deformabilidade do meio em estudo, a qual é resultado das tensões instaladas nos elementos. O material pode ser considerado como rígido, sendo a deformabilidade da estrutura resultado apenas dos deslocamentos de corpo rígido dos corpos discretos, ou, como deformável, quando a deformabilidade do material não pode ser negligenciada.

No caso tridimensional, o bloco rígido é representado por um poliedro, correspondendo-lhe três graus de liberdade de translação e três graus de liberdade de rotação. No caso plano, o bloco rígido é representado por um polígono com três graus de liberdade de translação e um grau de liberdade de rotação. Quando se considera a deformabilidade dos blocos, estes são discretizados por uma malha de elementos de diferenças finitas tetraédricas (equivalentes a elementos finitos tetraédricos), no caso tridimensional, ou triangulares, no caso bidimensional. No caso tridimensional, a cada vértice (nó) do elemento tetraédrico correspondem três graus de liberdade referentes às três direções de translação.

Na presente investigação pretende-se estudar o comportamento dinâmico das paredes periféricas de estruturas de alvenaria. Tal comportamento pode ser simulado, pelo menos numa fase inicial do estudo (em que se pretende investigar as questões relacionadas com o equilíbrio), considerando para as paredes um comportamento rígido, concentrando toda a deformabilidade nas juntas entre paredes e entre estas e a base. Assim, no presente trabalho assumiu-se o material dos blocos como rígido e a formulação de elementos discretos que se descrevem de seguida e dizem respeito ao modelo dos blocos indeformáveis.

2.1.3 - REPRESENTAÇÃO DOS CONTACTOS E DA INTERACÇÃO ENTRE BLOCOS

Para o modelo tridimensional, Cundall e Hart (1992) estabeleceram uma metodologia própria para a representação dos contactos, baseada na forma como esse fenómeno ocorre fisicamente. Para tal, mesmo que os contactos permitam a separação e o deslizamento entre blocos, estes são categorizados. A categorização dos contactos é estabelecida pela forma como o efeito da compressão de um bloco sobre outro é representado, sendo este uma força de contacto, relacionada com o deslocamento normal por intermédio de uma

constante de rigidez. Num contacto entre elementos rígidos assume-se que uma rigidez normal é finita, o que permite uma sobreposição microscópica entre esses blocos.

Geometricamente, um contacto entre blocos pode ser definido por um vértice, uma aresta ou uma superfície, como representado na Figura 2.1. Para formular a interacção entre os blocos, deve primeiro reduzir-se o contacto ao seu elemento mais básico, o ponto, que é comum a todos os tipos de contacto. Qualquer contacto pode ser definido por um conjunto de contactos pontuais, formando um vértice, uma aresta ou uma superfície. A partir da definição de contacto pontual obtém-se a interacção mecânica entre blocos mais simplificada possível, associando-se a cada contacto pontual duas molas: uma para comportamento normal ao contacto e outra para comportamento tangencial ao contacto transversal.

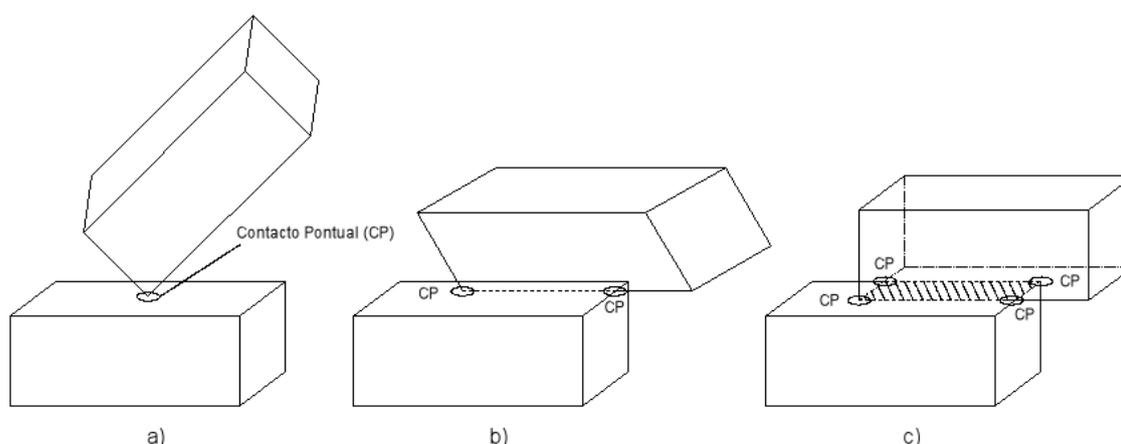


Figura 2.1 - Representação das formas de contacto: a) pontual, b) aresta e c) superfície.

No caso tridimensional, a cada contacto pontual é associado uma área, sendo as leis do modelo constitutivo definidas relativamente a tensões e a deslocamentos do correspondente contacto.

2.1.4 - DETECÇÃO E ACTUALIZAÇÃO DE CONTACTOS

No método dos elementos discretos a eficiência do processo de detecção de contactos e actualização destes é fundamental, sobretudo quando se efectuam análises dinâmicas. As rotinas para detectar e actualizar os contactos devem identificar o estado actual, determinar quais os blocos em contacto e definir o tipo de contacto por intermédio de parâmetros geométricos. Aplicar essa rotina a todos os blocos e a todos os passo de tempos do cálculo é muito moroso do ponto de vista computacional. Para agilizar o cálculo, todos os programas de elementos discretos têm, geralmente, um algoritmo que permite reduzir o número de blocos analisados em cada passo de tempo (passo de tempo de cálculo). Cundall (1988) formulou um algoritmo para detecção de contactos baseado em dois testes:

- 1º teste: Eliminar os blocos que não tenham a mínima possibilidade de formar contactos;

- 2º teste: Prosseguir a rotina de detecção e actualização de contactos com os blocos que passaram o 1º teste.

No entanto, mesmo com a adopção desse algoritmo, a detecção de contactos ainda consome muito tempo de computação. Assim, para economizar tempo dever-se-á, também, evitar a realização do segundo teste em todos os passos de tempo. Para tal, criou-se um parâmetro de movimento do bloco que indica a distância deste em relação a outros blocos e a detecção de contactos apenas é efectuada quando esse parâmetro atingir um valor de referência, previamente especificado.

Para evitar perder a formação de contactos entre dois passos de tempo sucessivos, pode ser definido o conceito de contacto virtual (Cundall, 1988) que difere do contacto normal porque as forças de contacto são nulas. O contacto virtual é criado, no caso do parâmetro de movimento acima referido, se exceder um determinado limite. Quando os blocos se tocarem, então, é criado o contacto real onde se formam as forças de interacção. Desta forma, o contacto virtual passa a contacto real.

2.2 - O PROGRAMA DE CÁLCULO 3DEC

2.2.1 - INTRODUÇÃO

O programa de cálculo estrutural 3DEC (Three Dimensional Distinct Element Code) baseia-se num modelo tridimensional de elementos discretos e resultou da generalização tridimensional do programa de cálculo estrutural de elementos discretos UDEC, para análise bidimensional. Estes dois programas de cálculo resultam da implementação computacional do algoritmo de elementos discretos descrito no estudo de Cundall e Hart (1992).

O 3DEC permite modelar estruturas cujo comportamento é regido por um elevado número de contactos entre os seus elementos, bem como simular fracturas em elementos. O 3DEC apresenta algumas características que fazem dele um programa adequado para modelar estruturas de alvenaria, das quais se enunciam de seguida as mais importantes:

- capacidade de simular grandes deslocamentos entre blocos e a separação entre partes da estrutura;
- capacidade de simular o colapso progressivo da estrutura constituída por blocos independentes;
- possibilidade de escolha entre blocos rígidos e deformáveis;
- contém modelos constitutivos elásticos e elasto-plásticos para os blocos e para os contactos;

- os contactos são identificados individualmente de forma a se poder atribuir diferentes tipos de modelos ou características para uma mesma estrutura;
- grande eficiência computacional na detecção e actualização automática de contactos, ao longo da análise.

Para além disso, o arredondamento dos cantos dos blocos realizado automaticamente pelo 3DEC, permite ultrapassar o problema do travamento entre blocos, simulando-se o comportamento real onde os vértices também não são rectos. O travamento normal entre dois blocos dá-se em situações de contacto de dimensões microscópicas, as quais num sistema real não são impeditivas de deslocamento relativo entre os corpos na direcção normal. Na Figura 2.2 está apresentado um problema clássico de travamento.

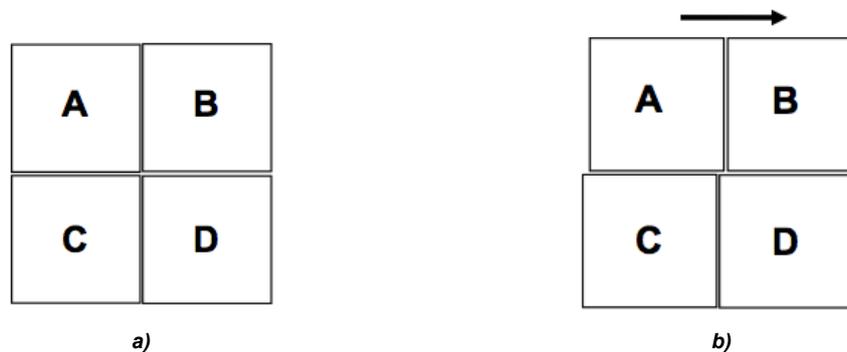


Figura 2.2 - Representação de um problema clássico de travamento bidimensional de quatro blocos: a) contacto entre os quatro blocos em repouso; b) travamento entre os blocos A e D. [Lemos, J.V. (2007)]

O 3DEC contém ainda uma linguagem de programação própria (FISH) que permite ao utilizador criar variáveis, funções, e modelos constitutivos.

2.2.2 - REPRESENTAÇÃO DOS BLOCOS NO 3DEC

Os blocos rígidos são representados por poliedros de seis graus liberdade, com as faces poligonais compostas por triângulos. Os seus vértices são aqueles que estabelecem os contactos entre os blocos. A quantidade de triângulos por polígono é definida consoante a necessidade de um maior número de pontos por contacto, os quais devem ser aumentados se for necessário melhorar a precisão da modelação dos contactos.

Os blocos deformáveis são discretizados em elementos tetraédricos, cujos vértices têm três graus de liberdade, correspondentes às suas translações. As faces dos blocos são poligonais e são modeladas por triângulos, cujos pontos estabelecem os contactos com os outros blocos. Os elementos de diferenças finitas tetraédricos, utilizados no 3DEC para simular os blocos deformáveis, permitem uma grande rapidez na execução das análises. Apesar destes elementos não serem os mais precisos na modelação de estados de tensão, os mesmos são adoptados em virtude da sua eficiência computacional. O 3DEC só permite o uso de blocos de formas sólidas convexas, daí que para construir formas côncavas é necessário juntar formas sólidas convexas.

2.2.3 - REPRESENTAÇÃO DOS CONTACTOS NO 3DEC

A técnica de detecção e actualização dos contactos entre blocos do 3DEC baseia-se no seu predecessor UDEC. Os elementos envolvidos num contacto entre blocos são o vértice (vertex, V), a aresta (edge, E) e a superfície (faces, F). Estes três elementos podem estabelecer seis tipos de contactos entre blocos:

- Vértice-Vértice (VV);
- Aresta-Aresta (EE);
- Superfície-Superfície (FF);
- Vértice-Aresta (VE);
- Vértice-Superfície (VF);
- Aresta-Superfície (EF).

Os contactos do tipo VV e VE tem uma probabilidade quase nula. O arredondamento dos cantos permite leva a que estes dois tipos de contactos passem um dos restantes quatro tipos de contactos. Estes quatro contactos estão representados na Figura 2.1 para os contactos tipo FF, VF e EF, e na Figura 2.4b) para o tipo EE.

2.2.3.1 - MAPEAMENTO DAS CÉLULAS

A detecção e actualização de contactos deve, em primeiro lugar, identificar de forma expedita os pares de blocos que vão interagir e, de seguida, detectar a geometria desse mesmo contacto. O primeiro passo da identificação dos blocos em contacto implica a identificação da vizinhança de cada bloco, a qual não deve ser realizada em todos os blocos, para que o algoritmo seja numericamente eficiente. O mapeamento de células proposto por Cundall (1988) é aplicado no 3DEC. Este esquema consiste na divisão do espaço numa grelha constituída por células cúbicas, as quais são definidas por uma coordenada. A cada bloco é associado um bloco envelope definido pela menor caixa (ou prisma rectangular) que envolve o bloco e pelas faces orientadas segundo os eixos coordenados. Cada bloco envelope é associado às células que ocupa, totalmente e parcialmente, criando o 3DEC uma lista, na qual, em cada célula são associados os blocos envelopes que a ocupam. Após o mapeamento de todos os blocos, identifica-se a vizinhança de um determinado bloco, detectando-se quais são as células do respectivo bloco envelope que contêm, total ou parcialmente, as entradas de outros blocos envelopes. Tridimensionalmente, o mapeamento é de difícil esquematização pelo que na Figura 2.3 se representa graficamente a versão bidimensional implementada no UDEC.

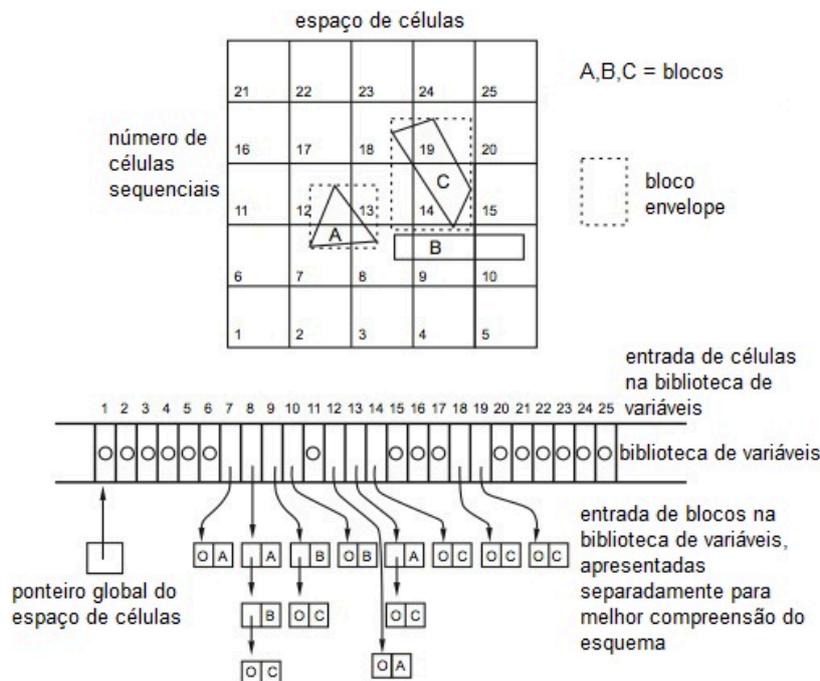


Figura 2.3 - Esquema do Mapeamento Celular de Blocos, para o caso 2D.[Itasca (2007d)]

No esquema de mapeamento dos blocos do 3DEC, existem dois parâmetros que influenciam a sua eficiência no tempo de computação: o tamanho do espaço de pesquisa e a dimensão das células. O tempo de computação para mapear e identificar a vizinhança de cada bloco é dependente do tamanho e forma do bloco e não do número de blocos no sistema. A presença de muitos blocos numa mesma célula aumenta significativamente o tempo de computação, por esse motivo deve-se evitar células demasiado abrangentes, isto é, células muito grandes comparativamente com a dimensão dos blocos. Todavia, células demasiado pequenas levarão, por outro lado, a um aumento considerável do tempo de mapeamento dos blocos, pelo que, também, deverá ser evitado.

Após a identificação de pares de blocos vizinhos é efectuada a detecção dos contactos entre pares de blocos vizinhos que possuam movimento relativo. Por fim, identifica-se quais destes pares de blocos estão em contacto, aplicando-se um critério baseado numa distância limite entre blocos. Se a distância entre blocos de um determinado par for maior que esse limite, o par é ignorado na pesquisa de contactos. Caso essa distância seja inferior ao limite, se não se estabelecer contacto efectivo, cria-se um contacto virtual, cujas forças de interacção são nulas, sendo este par analisado nos passos de tempo seguintes do cálculo.

Durante a simulação de um bloco em movimento, o seu mapeamento deve ser refeito para actualizar a posição do bloco relativamente a outros. No entanto, se esse mapeamento for realizado em todos os passo de tempos irá obter-se um elevado tempo de execução computacional. Para evitar esta actualização em todos os passo de tempos deve ser estabelecido um critério que permita despoletar o mapeamento apenas quando tal se

justificar. O 3DEC despoleta o processo de remapeamento de acordo com um critério baseado no deslocamento acumulado do bloco (u_{acc}).

$$u_{acc} := u_{acc} + \max\{abs(du)\} \quad (2.1)$$

Quando esse deslocamento acumulado ultrapassar um valor pré-estabelecido, o 3DEC despoleta o remapeamento e a detecção de contactos do bloco, garantindo que a análise de contactos seja efectuada num volume maior que o respectivo bloco envelope. Poderá haver o caso de um bloco ser afectado dum movimento que o faça sair do espaço celular de referência. Para responder a este problema o 3DEC aumenta o espaço celular em 10% em cada direcção à medida que o bloco se afasta do espaço celular, e remapeia todos os blocos, refazendo-se também a detecção de contactos. Assim, com toda esta esquematização assegura-se que a estrutura algorítmica do 3DEC está preparada para que, antes de um contacto físico ocorrer, sejam identificados os blocos envolvidos nesse potencial contacto, obtendo-se, assim, uma grande eficiência computacional.

2.2.3.2 - DETECÇÃO DOS CONTACTOS

Depois de dois blocos serem reconhecidos como vizinhos verifica-se se estão em contacto. Se não estão em contacto, a distância entre os dois deve ser determinada de modo a que os pares de blocos separados por mais do que uma certa tolerância possam ser ignorados no algoritmo de actualização dos contactos. Para blocos separados por distâncias menores do que essa tolerância, mas que não estão em contacto, é formado um contacto virtual que será contabilizado em cada passo no cálculo mecânico. Deste modo, as forças de interacção começam a actuar apenas quando os blocos se tocam. Nesse caso, um vector unitário normal que define o plano de deslizamento ao longo do qual pode ocorrer, é definido no algoritmo de detecção do contacto. Este vector normal é definido de maneira a que mude de direcção de modo contínuo, à medida que os dois blocos que se movem um em relação ao outro.

No algoritmo de detecção de contactos deve classificar-se o tipo de contacto rapidamente. No 3DEC os vários tipos de interacção entre blocos são representados por contactos pontuais de dois tipos: vértice-superfície (VF) e de aresta-aresta (EE). No caso de outra combinação de contactos que não seja formada exclusivamente por um destes tipos de contactos elementares, mas pela sua conjunção, esses contactos são designados de subcontactos. A Figura 2.4.a) mostra uma interacção do tipo superfície-superfície (FF), a qual pode ser representada por quatro pontos de contacto: dois VF e dois EE. A Figura 2.4.b) mostra uma interacção aresta-aresta (EE) que corresponde a um único ponto de contacto.

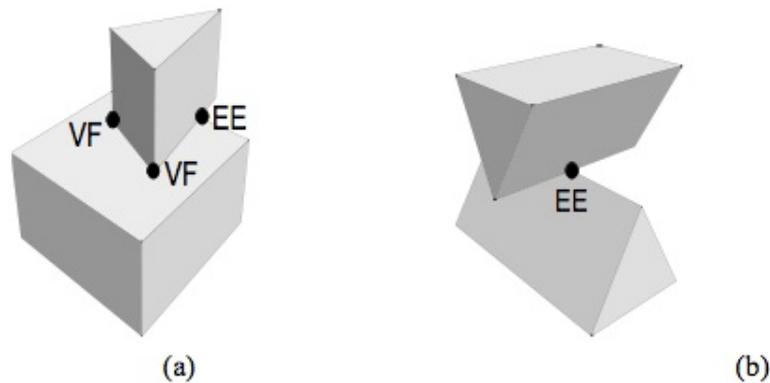


Figura 2.4 - Representação de contactos através de contactos elementares: a) interacção superfície-superfície; b) interacção aresta-aresta. [Itasca (2007d)]

A abordagem mais simples para detectar contactos consiste em testar todas as possibilidades de interacção entre blocos. No entanto, existem muitas possibilidades dos blocos se contactarem e detectá-las não é simples. Por outro lado, cumprir exhaustivamente esta tarefa não é viável em termos de tempo computacional e, além disso, não há garantia de que o contacto normal evolua suavemente quando há saltos de um contacto para outros. Como resposta a estas dificuldades, Cundall (1988) definiu o conceito do plano comum (o qual foi implementado no 3DEC). Segundo esse conceito, é criado um plano que intersecta o espaço entre dois blocos e para cada um destes é testado, separadamente, o seu contacto com o respectivo plano comum. Os blocos ao movimentarem-se um relativamente ao outro, o plano comum poderá sofrer mudanças de orientação. Quando estes estabelecem um contacto, o plano comum fica estático relativamente a esse par de blocos. Através do conceito de plano comum, a tarefa de testar o contacto entre blocos é simplificada e acelerada pois:

- só se realizam testes do tipo vértice-superfície (VF);
- o número de testes depende linearmente do número de vértices;
- se os blocos se contactarem no plano comum, então eles contactam um com o outro;
- o vector normal ao contacto é o vector normal ao plano comum;
- como cada plano comum é definido para um determinado contacto, o problema da mudança do tipo da descontinuidade é eliminado. De facto, o plano comum pode mudar rapidamente, mas não mudará pela alteração do tipo de contacto;
- a determinação da distância mínima entre dois blocos que não estão em contacto torna-se trivial, pois é a soma das distâncias de cada um dos blocos ao plano comum.

No 3DEC utiliza-se o conceito do plano comum recorrendo a um algoritmo que encontra e orienta esse plano através de uma análise puramente geométrica.

2.2.4 - COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS CONTACTOS NO 3DEC

Após a definição do tipo de contacto há que associar este a uma determinada lei de comportamento mecânico, sendo necessário definir a área de contacto (A_c) para definir as forças de interacção entre os blocos que formam o contacto. No caso de contactos do tipo FF é fácil definir a área, mas se um contacto for formado por uma combinação dos dois tipos de contacto elementares (VF e EE), é mais complexo, pelo que se assume um valor mínimo da área de contacto que assegure um mínimo de rigidez do contacto. Este limite de rigidez garante um limite máximo de sobreposição entre os blocos, o qual permite manter a hipótese de blocos rígidos.

A força de interacção (F_i^c) entre dois blocos é equivalente à soma vectorial das componentes normal (F_N) e tangencial (F_S) da força de contacto. A componente tangencial da força de interacção é um vector de duas componentes (F_S^i) coplanares com o plano do contacto. Para o domínio do comportamento elástico, as forças de contacto relacionam-se com o deslocamento através duma constante de rigidez do contacto. Essa constante de rigidez tem uma componente tangencial (K_S) e outra normal (K_N) o que resulta nas seguintes relações de interacção:

$$F_N = K_N A_c u_N \quad (2.2)$$

$$F_S^i = K_S A_c u_S^i \quad (2.3)$$

em que u_N^i e u_S^i são, respectivamente, as componentes normal e tangencial do deslocamento relativo entre os centros de gravidade dos blocos que formam o contacto. Como se tratam de corpos rígidos estes dois parâmetros representam o deslocamento do contacto.

Associando áreas aos contactos, as forças são transformadas em tensões nos respectivos contactos e obtêm-se as seguintes relações tensões-deslocamentos:

$$\sigma_N = K_N u_N \quad (2.4)$$

$$\sigma_S^i = K_S u_S^i \quad (2.5)$$

A partir do instante em que é identificado, um contacto pode ser calculado o deslocamento relativo (u_i^c) e a velocidade relativa (\dot{u}_i^c) entre os centros de gravidade de um par de blocos, pelas seguintes relações, onde se denomina um bloco de A e o outro de B:

$$u_i^c = u_i^{cB} - u_i^{cA} \quad (2.6)$$

$$\dot{u}_i^c = \dot{u}_i^{cB} - \dot{u}_i^{cA} \quad (2.7)$$

em que u_i^{cl} e \dot{u}_i^{cl} são, respectivamente, o deslocamento e a velocidade do centro de gravidade do bloco l (bloco A ou B).

Para um bloco rígido, a velocidade num ponto genérico do bloco A (x_k^c) é definida em função do centro de massa desse bloco (x_k^A) da sua velocidade de translação (\dot{u}_i^A) e da sua velocidade angular (ω_j^A):

$$\dot{u}_i^{cA} = \dot{u}_i^A + e_{ijk}\omega_j^A(x_k^c - x_k^A) \quad (2.8)$$

em que e_{ijk} é o símbolo de permutação.

É possível determinar para cada contacto a relação entre a taxa de variação do deslocamento e o intervalo de tempo, isto é, a velocidade do contacto:

$$\Delta u_i^c = \dot{u}_i^c \Delta t \quad (2.9)$$

e a partir da equação (2.9) pode obter-se as componentes normal e tangencial do deslocamento:

$$\Delta u_n = \Delta u_i^c n_i \quad (2.10)$$

$$\Delta u_{si} = \Delta u_i^c - \Delta u_n n_i \quad (2.11)$$

A força que um bloco rígido aplica no outro bloco pode ser obtida através da tensão de contacto e da respectiva área. Estabelecendo que para o bloco A o contributo da força de interacção é $f_i^A = F_i^c$, o momento ($\vec{m} = \vec{r} \times \vec{F}$) aplicado no bloco A é:

$$m_i^A = e_{ijk}(x_j^c - x_j^A)F_k^c \quad (2.12)$$

Por outro lado, o contributo da força de interacção no bloco B é $f_i^B = -F_i^c$, sendo o momento aplicado no bloco B:

$$m_i^B = -e_{ijk}(x_j^c - x_j^B)F_k^c \quad (2.13)$$

Ao executar um passo de tempo em todos os contactos do bloco rígido, o 3DEC soma as várias forças e os vários momentos que serão introduzidos nas equações de movimento do passo de tempo seguinte. No caso de blocos deformáveis o procedimento é semelhante, embora mais complexo, pelo que não será aqui descrito.

2.2.5 – CICLO DE CÁLCULO NO 3DEC

O algoritmo do 3DEC que permite resolver o sistema de equações de movimento dos blocos baseia-se no método das diferenças finitas no tempo. Na Figura 2.5 é apresentado o correspondente passo de tempo do cálculo.

O movimento de um corpo rígido descreve-se por seis equações de movimento, três de translação e três de rotação. As equações de translação de um bloco rígido incluem a massa (m), o factor de amortecimento de massa (η) e a soma das forças que nele actuam (F_i):

$$m\ddot{u}_i + \eta m\dot{u}_i = F_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.14)$$

em que \dot{u}_i e \ddot{u}_i são, respectivamente a velocidade e aceleração absolutas do centro de gravidade do bloco.

As equações de rotação do bloco rígido, conhecidas como equações de Euler, para um sistema não amortecido, relacionam o momento principal de inércia (I_i) com o momento de torção do bloco em relação aos eixos principais de inércia (M_i), originado pelas forças do contacto e pelas forças aplicadas:

$$I_1\dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_3\omega_2 = M_1 \quad (2.15)$$

$$I_2\dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 = M_2 \quad (2.16)$$

$$I_3\dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_2\omega_1 = M_3 \quad (2.17)$$

Para uma análise estática o termo não linear das equações de rotação pode ser desprezado, dado que as velocidades são relativamente pequenas. Por outro lado, uma vez que as forças de inércia são desprezáveis relativamente ao somatório das forças aplicadas ao bloco é possível desacoplar as três equações umas das outras. Assim, para uma análise quase-estática o 3DEC assume uma inércia igual nas três direcções principais, calculando-a através da média das três inércias. Tal permite reescrever as equações de movimento da rotação em ordem aos eixos globais, contabilizando agora um factor de amortecimento:

$$I\dot{\omega}_i + \eta I\omega_i = M_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.18)$$

O 3DEC usa um algoritmo próprio para resolver o sistema de equações acima descrito, esquematizado na Figura 2.5.

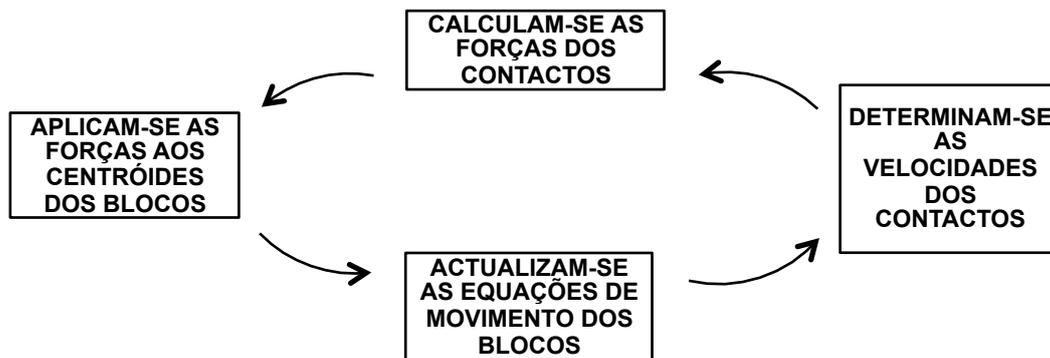


Figura 2.5 - Passo de tempo de cálculo no 3DEC. [adaptado de Itasca (2007d)]

2.2.5.1 - DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ DE CONTACTO NO 3DEC

Para cada um dos pontos de contacto definem-se duas componentes da rigidez, uma correspondente à direcção normal e outra à direcção tangencial do contacto. As relações constitutivas correspondentes aos contactos podem ser lineares ou não lineares. No caso de relações constitutivas não lineares adopta-se para a direcção tangencial um comportamento elasto-plástico do tipo Mohr-Coulomb e para a direcção normal um

comportamento elástico linear, com resistência infinita à compressão e com resistência à tração limitados por um dado valor.

Aplicado ao caso de blocos de alvenaria, adoptados no presente estudo, estas leis (Figura 2.6) compõem o modelo constitutivo do contacto, definido pelos seguintes parâmetros: rigidez normal (K_N), rigidez tangencial (K_S), ângulo de atrito (ϕ) e tensão de coesão (C_U).

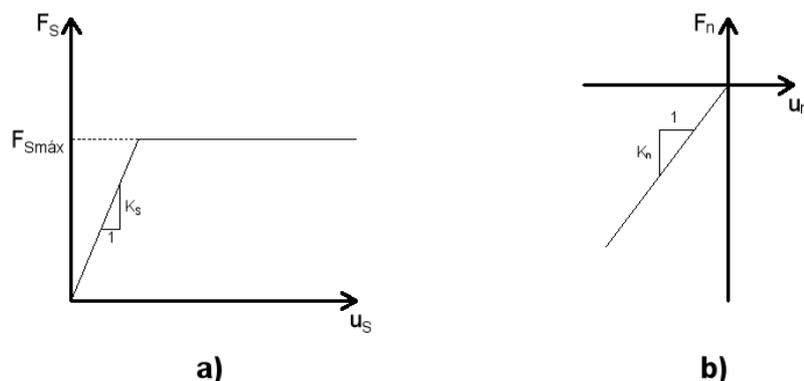


Figura 2.6 - Leis constitutivas dos contactos: a) Rigidez Tangencial; b) Rigidez Normal. [Peña et al. (2005)]

Os parâmetros que definem estas leis relacionam-se entre si por intermédio da equação:

$$F_{Smáx} = C_U + F_N \tan(\phi) \quad (2.19)$$

Em que $F_{Smáx}$ é a força tangencial máxima do contacto e F_N a correspondente força normal do contacto.

2.2.5.2 - DEFINIÇÃO DO AMORTECIMENTO NO 3DEC

No mundo real, os sistemas dinâmicos apresentam um certo grau de amortecimento. O amortecimento de um sistema real deve-se, em parte, à perda de energia resultante do escorregamento dos blocos ao longo dos contactos, e de resistências causadas por fluídos que envolvem o sistema. O 3DEC resolve duas classes de problemas: os estáticos e os dinâmicos, sendo necessário considerar o amortecimento em ambos. O programa de cálculo 3DEC considera dois tipos de amortecimento: o proporcional à rigidez e o proporcional à massa. O amortecimento proporcional à massa aplica uma força proporcional à velocidade absoluta e à massa no sentido oposto à velocidade. O amortecimento proporcional à rigidez aplica uma força proporcional à rigidez do sistema, multiplicada pela velocidade relativa dos contactos. No 3DEC ambas as formas de amortecimento podem ser aplicadas simultaneamente ou separadamente. O uso de ambas as formas de amortecimento em simultâneo denomina-se de amortecimento de Rayleigh (Bathe e Wilson, 1976). Geralmente, para o caso de problemas estáticos é usado o amortecimento proporcional à massa.

Na análise dinâmica de estruturas, considerando-se o amortecimento de Rayleigh, a matriz de amortecimento (C) terá componentes proporcionais às matrizes de massa (M) e de rigidez (K):

$$C = \eta M + \beta K \quad (2.20)$$

em que η é a constante de amortecimento proporcional à massa e β é a constante de amortecimento proporcional à rigidez. Para um sistema de múltiplos graus de liberdade o factor de amortecimento crítico (ξ_i) é calculado em função da respectiva frequência angular do sistema (ω_i), definido por Bathe e Wilson (1976):

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (2.21)$$

em que ξ_i é global devido à fracção η/ω_i ser dependente da massa do sistema. O factor de amortecimento crítico (ξ_i) é também conhecido como a fracção do amortecimento do modo i para a frequência angular ω_i . Na Figura 2.7 está representada a variação do amortecimento crítico normalizado em função da frequência angular, para o modo i . Tal como definido na equação 2.21, este gráfico apresenta uma curva total (amortecimento de Rayleigh) e as curvas da componente proporcional à massa ($\beta = 0$) e da componente proporcional à rigidez ($\eta = 0$). Como é observável nas curvas do gráfico da Figura 2.7, o amortecimento proporcional à massa é dominante para os valores mais baixos da frequência angular, enquanto que o amortecimento proporcional à rigidez é dominante para os valores mais elevados da velocidade angular.

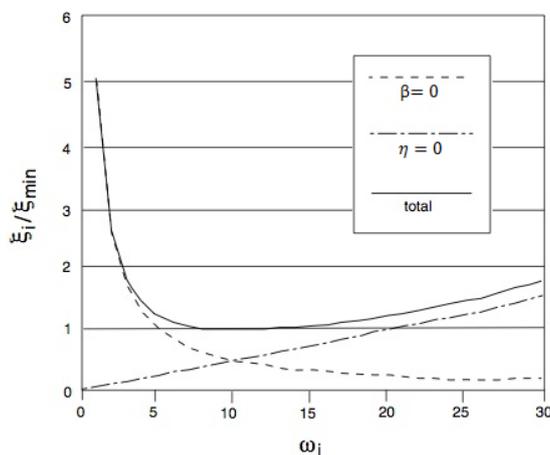


Figura 2.7 - Variação do factor de amortecimento crítico em função da velocidade angular. [Itasca (2007e)]

A curva representativa do somatório das duas componentes do amortecimento atinge um mínimo para o par de valores:

$$\eta = \xi_{\min} \omega_{\min} \quad (2.22)$$

$$\beta = \frac{\xi_{\min}}{\omega_{\min}} \quad (2.23)$$

em que ω_{min} é a velocidade angular que minimiza o factor de amortecimento. A frequência de oscilação mínima (f_{min}) da curva global do gráfico da Figura 2.7 é dada por:

$$f_{min} = \frac{\omega_{min}}{2\pi} \quad (2.24)$$

A partir das equações (2.20) a (2.23) e do gráfico da Figura 2.7 é constatável que para cada frequência angular (ω_{min}), tanto o amortecimento proporcional à massa como o amortecimento proporcional à rigidez, são responsáveis por metade do amortecimento total, pelo que:

$$\eta M = \beta K \quad (2.25)$$

No 3DEC para definir este amortecimento devem ser calculados os parâmetros η e β , por intermédio dos valores de f_{min} e ξ_{min} . O factor de amortecimento crítico mínimo (ξ_{min}) é de vital importância para se estabelecer uma boa simulação numérica. Peña et al. (2007) propôs uma fórmula para o seu cálculo, metodologia que será abordada no capítulo seguinte.

2.3 - CONCLUSÕES

O método dos elementos discretos é um método descontínuo que permite movimentos relativos entre elementos, os quais podem variar de posição. Este método contém duas grandes vantagens:

- Permite grandes deslocamentos e rotações entre elementos, incluindo a separação entre os mesmos;
- Durante a análise actualiza-se automaticamente a nova geometria e definem-se os contactos entre os elementos.

Estas características são relevantes para o estudo da dinâmica do bloco rígido, permitindo simular o movimento e o colapso do bloco.

O programa de cálculo 3DEC permite modelar blocos infinitamente rígidos ou deformáveis. No presente estudo adoptou-se uma rigidez infinita para o material do bloco, de modo a que os deslocamentos entre o bloco e a sua fundação fossem devidos apenas a movimentos relativos entre estes e não à deformação do material. Como o 3DEC permite a definição do contacto entre blocos com rigidez axial finita, é possível simular a dissipação de energia cinética dos blocos durante os impactos.

No capítulo seguinte será mostrado, através do estudo de Peña *et al.* (2005), que a formulação dos elementos discretos não só é capaz de simular o comportamento real de um bloco rígido a oscilar em regime livre, mas também de reproduzir as hipóteses assumidas na formulação de Housner (1963).

CAPÍTULO 3 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO BLOCO RÍGIDO ISOLADO

3.1 - INTRODUÇÃO

Os primeiros estudos sobre o movimento de blocos rígidos datam do final do século XIX. No entanto, só no século XX, em meados dos anos 60, é que Housner (1963) generalizou a teoria da dinâmica de um bloco rígido. A diferença de comportamento das estruturas do tipo pêndulo invertido durante a ocorrência de sismos em relação ao que era esperado, levou Housner a concluir que a análise do derrube de blocos rígidos através da análise estática era inadequada, devendo, por isso, efectuar-se a análise do problema através das equações de movimento. Housner (1963) sugeriu equações para o cálculo do período do sistema em oscilação e deduziu expressões para a aceleração mínima que resulta no derrube do bloco quando actuado por um impulso dinâmico.

Depois de Housner diversos autores (Yim *et al.*, 1980; Ishyama, 1982; Lipscombe, 1990; Pompei *et al.*, 1998; Winkler *et al.*, 1995; Zhang e Makris, 2001), estudaram analiticamente e experimentalmente a dinâmica de um bloco rígido em diversas situações. Destes trabalhos pode concluir-se que:

- os parâmetros de Housner diferem dos obtidos em ensaios experimentais, uma vez que os materiais reais não são perfeitamente rígidos;
- na realidade o atrito entre a base e a fundação não é infinito, pelo que ocorre algum deslizamento do bloco nos instantes do impacto;
- na realidade o impacto do bloco na fundação não é perfeitamente inelástico, pelo que existirá sempre balanceamento;
- o movimento dinâmico de um bloco rígido é, portanto, uma combinação da rotação, deslizamento e balanceamento;
- a resposta do bloco rígido é muito sensível às condições de fronteira, ao impacto e ao tipo de movimento da base.

Modelar analiticamente ou computacionalmente o comportamento dinâmico de uma caixa formada por quatro paredes de alvenaria não é de concretização directa ou intuitiva. A presente investigação iniciou-se tentando modelar através dum modelo tridimensional de elementos discretos o comportamento dinâmico numa caixa desse tipo, aplicando-lhe na base uma aceleração sinusoidal. Essa simulação resultou em valores da aceleração de colapso muito superiores àqueles que se observam em estruturas reais. Sendo difícil inferir o que estaria desajustado no modelo de elementos discretos, e não tendo acesso a estudos

analíticos sobre estruturas semelhantes e nem a possibilidade do autor do presente estudo recorrer a estudos experimentais, optou-se por, em primeiro lugar, estudar o modelo simples de um bloco rígido simplesmente apoiado num maciço, também rígido. Pretendia-se com este estudo do bloco rígido entender o funcionamento da ligação entre o maciço e o bloco e assim calibrar os parâmetros que definem no modelo de elementos discretos o funcionamento mecânico dos contactos.

O bloco rígido isolado e simplesmente apoiado foi alvo de vários estudos ao longo dos tempos. O modelo de Housner (1963), para estudo da dinâmica do movimento oscilatório de um corpo rígido, continua a ser a formulação unanimemente aceite pela comunidade científica. Como referência numérica e experimental pode recorrer-se ao estudo elaborado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (Peña *et al.*, 2005) e ao artigo publicado por Peña *et al.* (2007), os quais incidem sobre a calibração experimental de um modelo numérico de um bloco rígido isolado.

No presente estudo aborda-se a formulação de Housner para que se conheçam os fundamentos da dinâmica do bloco rígido, servindo de base para que, juntamente com os estudos numéricos e experimentais de Peña *et al.* (2005), se perceba como calibrar o modelo numérico de elementos discretos. Em ambos os casos são abordados o regime livre e o forçado, sendo que para o estudo de Housner (1963) dá-se uma maior relevância ao regime livre e à imposição de uma aceleração sinusoidal no solo, enquanto que no estudo experimental se aborda o regime livre para calibrar o modelo numérico que, como se verá, é suficiente para calibrar qualquer tipo de regime forçado.

3.2 - TEORIA CLÁSSICA DE HOUSNER

3.2.1 - INTRODUÇÃO

Housner (1963), após observar os efeitos de vários sismos, constatou que algumas estruturas eram mais estáveis do que o teoricamente previsto por modelos de análise elástico-lineares. Um tipo de estruturas onde se verificou este fenómeno foram as torres de água, do tipo pêndulo invertido que resistiram bem às acções sísmicas, enquanto que, por contraposição, os reservatórios de água elevados (Figura 3.1), supostamente mais resistentes a esta acção, apresentaram danos estruturais severos. Isto mostrou que, pelo menos para este tipo de estruturas, simular a acção sísmica por uma força lateral estática e realizar uma análise elástica linear não é adequado para a simulação do seu comportamento sísmico.

Para mostrar que as características dinâmicas destas estruturas são significativamente diferentes das obtidas pela análise estática elástica-linear, Housner abordou o problema da dinâmica de um bloco rígido simplesmente apoiado num maciço sujeito a acções horizontais

provenientes do movimento do solo. Housner estudou os regimes livre e forçado, sendo que deste último considerou as seguintes acções horizontais: aceleração do solo constante, aceleração do solo do tipo sinusoidal e uma acção sísmica aleatória. Para estas três situações e para o regime livre, Housner deduziu analiticamente as relações necessárias para o derrube do bloco e a partir delas estudou os efeitos da esbelteza dos blocos. Por fim, Housner aplicou as análises estática e dinâmica ao estudo da acção de um sismo num tanque de água em pêndulo invertido. O modelo deduzido por Housner será utilizado neste estudo para calibração do regime livre e do movimento imposto na base por intermédio de aceleração sinusoidal.



Figura 3.1 - Reservatório de água do tipo pêndulo invertido na Quinta da Marinha, Vila Franca de Xira.

3.2.2 - OSCILAÇÃO DO BLOCO EM REGIME LIVRE

Considere-se o sistema constituído por um bloco rígido a oscilar em torno dos centros de rotação situados em O e O' (Figura 3.2a)), onde h é metade da altura do bloco, b é metade da largura do bloco, R é o comprimento de metade da bissectriz da secção do bloco, θ é o menor ângulo formado pela recta que intersecta o centro de rotação (O ou O') e o centro de gravidade (CG) e pela aresta vertical da secção que intersecta o correspondente centro de rotação (O ou O'), e α é o menor ângulo formado pelo eixo vertical que intersecta o centro de rotação e pela aresta vertical da secção que intersecta o correspondente centro de rotação (O ou O').

Housner definiu o modelo analítico que descreve o movimento do bloco, adoptando o seguinte conjunto de simplificações:

- o bloco é considerado rígido;
- o coeficiente de atrito entre o bloco e o maciço é tão elevado que não possibilita o escorregamento;
- o ângulo α é menor que 20 graus, permitindo que $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$.

Um bloco rígido a oscilar em regime livre inicia o seu movimento partindo do repouso ($\dot{\theta} = 0$) de uma rotação inicial ($\theta = \theta_0$). Para descrever esse movimento, Housner convencionou como positiva a direcção da rotação apresentada na Figura 3.2a). Após ser largado do repouso, o bloco oscila em torno do centro de rotação O até atingir a posição vertical ($\theta = 0$). O instante em que o bloco atinge a posição vertical é designado por instante de impacto, no qual o movimento de oscilação muda de centro de rotação de O para O' ou de O' para O , consoante o sentido da rotação. Num sistema real o impacto é responsável por uma perda de energia mecânica do bloco, a qual afectará a sua velocidade e, conseqüentemente, o seu movimento após o impacto. Numa abordagem inicial, Housner analisou o movimento do bloco desprezando o efeito dos impactos na variação da velocidade do bloco. Nesse caso, após o impacto, o bloco oscila em torno de O' até atingir o repouso instantâneo ($\dot{\theta} = 0$) na posição $\theta = -\theta_0$, voltando de seguida para a posição vertical ($\theta = 0$), e oscilando novamente em torno de O até atingir de novo o repouso instantâneo na posição inicial ($\theta = \theta_0$). O intervalo de tempo correspondente à ocorrência deste movimento designa-se por período de ciclo de oscilação (T).

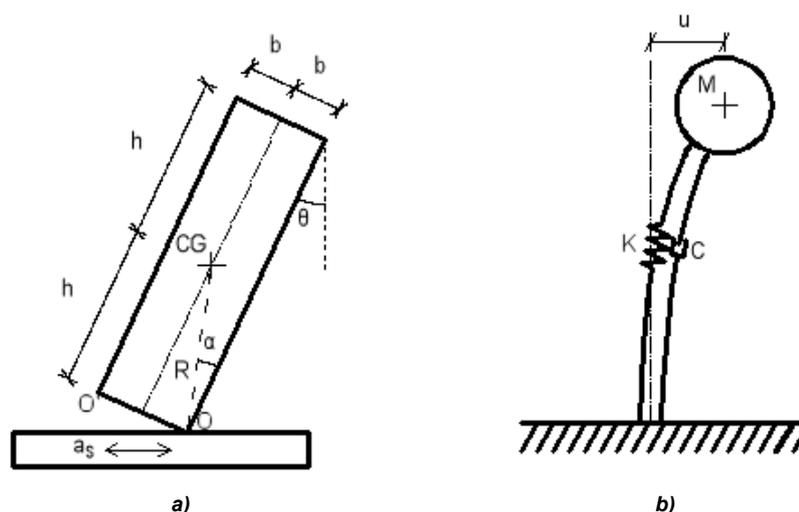


Figura 3.2 - Modelo: a) de um bloco rígido e b) de um oscilador de 1 g.l. [adaptado de Peña et al. (2005)]

Embora não sendo semelhante, Housner comparou o bloco rígido com um oscilador de um grau de liberdade (Figura 3.2b)). A equação de equilíbrio dinâmico de um oscilador de um grau de liberdade é definida pela massa (M), pelo amortecimento viscoso (C) e pela rigidez (K) do sistema em função das condições iniciais do deslocamento, da velocidade e da aceleração da massa. Para reproduzir o movimento do bloco rígido, considerando as hipóteses inicialmente estabelecidas, através das equações de equilíbrio dinâmico, Housner admitiu que o amortecimento viscoso deste sistema é nulo, desprezando, numa primeira análise, o efeito dos impactos no movimento do bloco rígido. Assim, obtém-se a seguinte equação de equilíbrio dinâmico, não amortecida:

$$I_o \frac{d^2\theta}{dt^2} = WR(\theta - \alpha) \quad (3.1)$$

em que I_o é o momento de inércia do bloco plano em relação ao eixo perpendicular ao seu plano e que intersecta O ou O' , $d^2\theta/dt^2$ é a segunda derivada do ângulo de rotação em ordem ao tempo e corresponde, portanto, à aceleração angular do bloco, W é o peso do bloco, e R é a distância entre o centro de rotação e o centro de gravidade do bloco. Considerando as condições iniciais ($\theta(t = 0) = \theta_0$ e $\dot{\theta}(t = 0) = 0$) obtém-se a solução da equação (3.1):

$$\theta = \alpha - (\alpha - \theta_0)\cosh(pt) \quad (3.2)$$

em que p é um parâmetro de dimensões de frequência (Hz), definido por Housner (1963) e denominado pelo próprio de frequência do bloco, sendo calculada por intermédio de:

$$p = \sqrt{\frac{WR}{I_o}} \quad (3.3)$$

Como referido, não se considerou na equação (3.1) os efeitos dos impactos no movimento do bloco, pelo que a respectiva solução não engloba esses efeitos. Assim, essa solução só é exacta nos intervalos de tempo entre impactos sucessivos. O movimento de oscilação entre o repouso e o instante antes do impacto, corresponde a um quarto do período do ciclo de oscilação ($T/4$). Ao considerar na equação (3.2), as condições correspondentes ao instante imediatamente antes do impacto ($\theta = 0$), obtém-se para $t = T/4$:

$$\cosh\left(p\frac{T}{4}\right) = \frac{\alpha}{\alpha - \theta_0} \quad (3.4)$$

Donde se extrai a equação para cálculo do quarto de período do ciclo de oscilação ($T/4$) :

$$\frac{T}{4}p = \operatorname{acosh}\left(\frac{1}{1 - \frac{\theta_0}{\alpha}}\right) \quad (3.5)$$

Da representação gráfica da equação (3.5), presente na Figura 3.3, observa-se que o quarto de período do ciclo de oscilação ($T/4$) é dependente da rotação inicial normalizada com o ângulo α (θ_0/α). Quando θ_0/α tende para a unidade, isto é, para $\theta_0 = \alpha$, o período tende para valores muito elevados, e quando θ_0/α tende para zero, o período também tende para zero.

Num sistema real existe dissipação de energia cada vez que o bloco choca com a base. Após cada impacto há um decréscimo da energia mecânica e, conseqüentemente, o período de cada meio ciclo (período entre impactos sucessivos) será mais curto do que aquele que o precedeu. Num modelo de um oscilador de um grau de liberdade esta perda de energia está associada ao amortecimento viscoso, proporcional à velocidade do sistema. Para simular o amortecimento no instante do impacto, isto é, o efeito do impacto sobre a velocidade do sistema, Housner introduziu o conceito de coeficiente de balanço energético

(r). O coeficiente de balanço energético¹ define-se como o coeficiente entre a energia cinética no instante imediatamente antes do impacto ($1/2 I_o \dot{\theta}_1^2$) e a energia cinética no instante imediatamente depois do impacto ($1/2 I_o \dot{\theta}_2^2$):

$$r = \left(\frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} \right)^2 \quad (3.6)$$

em que $\dot{\theta}_1$ é a velocidade angular no instante imediatamente antes do impacto e $\dot{\theta}_2$ é a velocidade angular no instante imediatamente após do impacto.

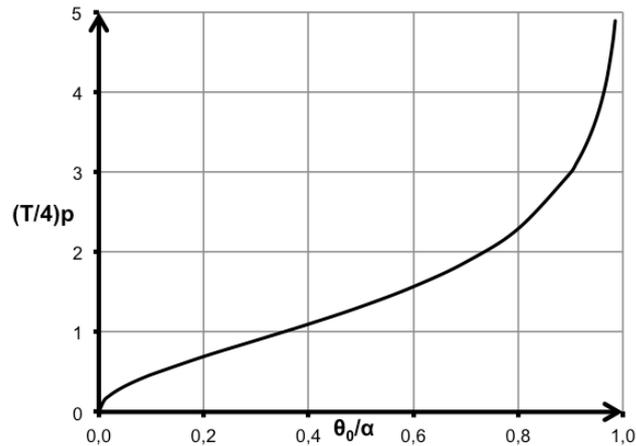


Figura 3.3 - Gráfico que relaciona o quarto de período do ciclo de oscilação ($T/4$) com a rotação inicial (θ_0).

[adaptado de Housner (1963)]

Housner considerou o impacto como um choque inelástico, o que equivale a desprezar a existência de outros movimentos para além do movimento de rotação do bloco devido ao impacto e a admitir que a rotação continua em torno do ponto O' .

Considerado o impacto como um choque inelástico, Housner aplicou o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Angular. Este princípio aplicado ao problema em estudo, estabelece que as quantidades de movimento angular relativas ao centro de gravidade do bloco, antes e depois do impacto, são iguais, pelo que se define:

$$I_o \dot{\theta}_1 - 2MRb \dot{\theta}_1 \text{sen}(\alpha) = I_o \dot{\theta}_2 \quad (3.7)$$

A partir de (3.7) é possível calcular o correspondente coeficiente de balanço energético:

$$r = \left[1 - \frac{MR^2}{I_o} (1 - \cos(2\alpha)) \right]^2 \quad (3.8)$$

Da esbelteza máxima do bloco, assumida por Housner, resulta $\cos(2\alpha) \approx 1 - 2\alpha^2$, donde a equação (3.8) toma a seguinte forma:

¹ No presente estudo foi adoptado o conceito de coeficiente de restituição (μ) para simular a perda de energia correspondente ao impacto, em vez do coeficiente de balanço energético (r).

$$\sqrt{r} = 1 - \frac{2MR^2\alpha^2}{I_o} \quad (3.9)$$

Ao assumir a hipótese da esbelteza máxima do bloco na passagem da equação (3.8) para a equação (3.9), impõe-se uma restrição ao ângulo α ($\alpha \leq 20^\circ$) para aplicabilidade do modelo analítico de Housner (1963).

Housner definiu a rotação normalizada (φ), como sendo o ângulo de oscilação normalizado em relação ao ângulo α ($\varphi = \theta/\alpha$). A partir da equação (3.2) é possível obter a rotação e velocidade normalizadas:

$$\varphi = 1 - (1 - \varphi_0)\cosh(pt) \quad (3.10)$$

$$\dot{\varphi} = -(1 - \varphi_0)p \sinh(pt) \quad (3.11)$$

onde φ_0 é a rotação normalizada inicial do bloco ($\varphi_0 = \theta_0/\alpha$).

Cada quarto de ciclo de oscilação do bloco (entre impactos sucessivos) é representado por uma expressão semelhante à da equação (3.10). No entanto, uma única equação deste tipo não é aplicável a sucessivos impactos já que não contabiliza a perda de energia mecânica associada aos mesmos. Aplicando as condições do instante de impacto à equação (3.10) é possível obter a relação entre o instante do impacto e a amplitude de pico que os antecedeu:

$$\cosh(pt_n) = \frac{1}{1 - \varphi_{n-1}} \quad (3.12)$$

em que φ_{n-1} é a amplitude de pico que ocorre antes do impacto n e t_n é o tempo decorrido entre o instante de ocorrência da amplitude de pico φ_{n-1} e o instante do impacto n .

Aplicando a relação trigonométrica fundamental $\cosh^2(pt_n) - \sinh^2(pt_n) = 1$ à equação (3.12), obtém-se a relação entre a velocidade normalizada no instante do impacto n ($\dot{\varphi}_n$) e a amplitude de pico que antecedeu o correspondente impacto (φ_{n-1}):

$$\dot{\varphi}_n = -p \frac{1 - \varphi_0}{1 - \varphi_{n-1}} \sqrt{1 - (1 - \varphi_{n-1})^2} \quad (3.13)$$

Uma vez que da equação anterior é $\varphi_{n-1} = \varphi_0$, tem-se:

$$\dot{\varphi}_n = -p \sqrt{1 - (1 - \varphi_{n-1})^2} \quad (3.14)$$

Considerando o conceito de coeficiente de balanço energético (r) a energia cinética antes do impacto ($E_{C,1}$) é reduzida r vezes após o impacto ($E_{C,2}$). Deste modo, o quociente entre a velocidade angular antes do impacto ($\dot{\varphi}_{n-1}$) e a velocidade angular após o impacto ($\dot{\varphi}_n$) é dado por:

$$\frac{\dot{\varphi}_{n-1}}{\dot{\varphi}_n} = \sqrt{r} = \frac{-p\sqrt{1 - (1 - \varphi_n)^2}}{-p\sqrt{1 - (1 - \varphi_{n-1})^2}} \quad (3.15)$$

A partir da equação (3.15) obtém-se a relação entre as amplitudes de pico antes (φ_{n-1}) e após (φ_n) o impacto n :

$$1 - (1 - \varphi_n)^2 = r [1 - (1 - \varphi_{n-1})^2] \quad (3.16)$$

A partir da equação (3.16) é possível determinar a amplitude de pico após o n -ésimo impacto em função da amplitude inicial e do coeficiente de balanço energético:

$$\varphi_n = 1 - \sqrt{1 - r^n [1 - (1 - \varphi_0)^2]} \quad (3.17)$$

No gráfico da Figura 3.4 representa-se a expressão (3.17) para vários valores da amplitude inicial e para um valor de $r = 0,7$. Pela observação desse gráfico constata-se que para as maiores amplitudes iniciais a energia de vibração decresce mais rapidamente do que para as pequenas amplitudes.

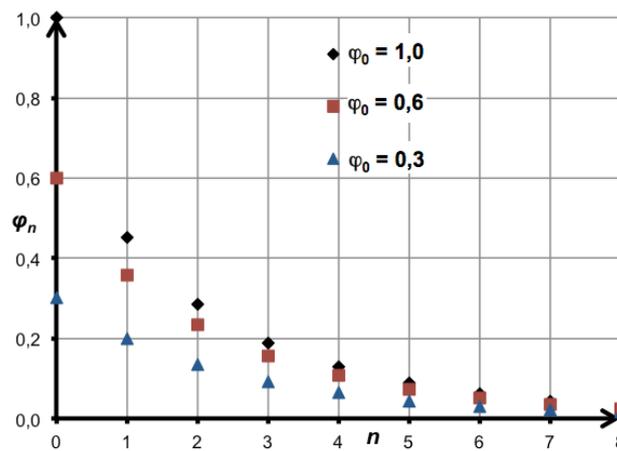


Figura 3.4 - Gráfico das amplitudes de pico para a sucessão de n impactos (para $r = 0,7$). [adaptado de Housner (1963)]

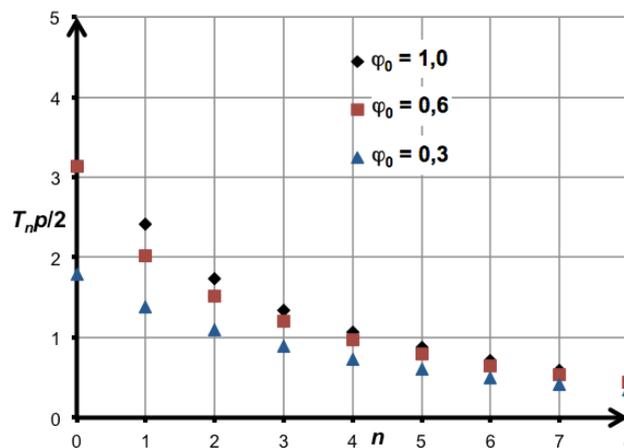


Figura 3.5 - Gráfico do período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n p/2$) após o impacto n (para $r = 0,7$).

Recorrendo à relação entre as amplitudes de pico antes e depois de um impacto n e o coeficiente de balanço energético (equação (3.15)) e à equação (3.5) que define o período de oscilação obtém-se a relação entre o intervalo de tempo entre dois impactos sucessivos após n impactos ($T_n/2$), a perda de energia resultante de uma sucessão de n impactos (r^n) e a amplitude de pico inicial (φ_0):

$$\frac{T_n}{2} = \frac{2}{p} \operatorname{atanh} \left(\sqrt{r^n [1 - (1 - \varphi_0)^2]} \right) \quad (3.18)$$

Pela análise da equação (3.18) verifica-se que o período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) diminui com o aumento do número de impactos, tal como se observa no gráfico correspondente a esta equação (Figura 3.5).

3.2.3 - REGIME FORÇADO

Uma das formas de estudar os efeitos dos sismos é através do estudo dos efeitos duma aceleração sinusoidal. Assim, o regime forçado abordado neste estudo é o de uma aceleração sinusoidal e a questão que se coloca é qual a amplitude e o período de meia onda da função seno necessários para derrubar o bloco.

A lei matemática que descreve este tipo de regime forçado foi obtida por Housner através da análise do equilíbrio dinâmico de um oscilador de um grau de liberdade, a qual relaciona o momento das forças internas (peso do bloco) e das forças externas (força de excitação) com as forças de inércia do sistema:

$$I_0 \ddot{\theta} = F_g(t) + F_s(t) \quad (3.19)$$

em que $F_g(t)$ é o momento devido ao peso do bloco ($WR \operatorname{sen}(\alpha - \theta)$) e $F_s(t)$ é o momento devido à excitação ($(WRa/g) \operatorname{sen}(\omega t)$) resultante da aceleração sinusoidal ($a \times \operatorname{sen}(\omega t)$).

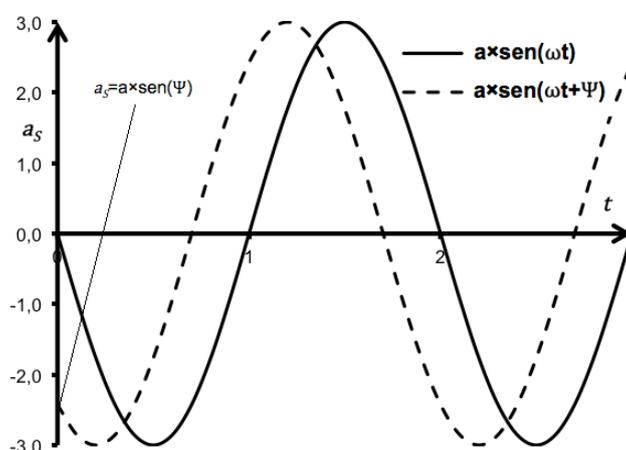


Figura 3.6 - Gráfico das acelerações sinusoidais em ordem ao tempo (t) com e sem ângulo de fase (ψ). [do Autor]

Housner (1963) considerou que no instante em que uma aceleração sinusoidal é aplicada na base do bloco rígido o movimento de oscilação do bloco tem o sentido oposto ao da aceleração. No entanto, só haverá movimento de oscilação no instante inicial se a força de impulso sinusoidal for suficiente para colocar o bloco a oscilar. O instante da aplicação do impulso é caracterizado pelo bloco se encontrar na posição vertical ($\theta_0 = 0$), o que aplicado à equação (3.19) resulta numa indeterminação, originada pelo facto de a aceleração nesse instante ser nula (Figura 3.6). Para evitar a indeterminação e garantir que o bloco entre em oscilação no instante $t = 0$, Housner introduziu na aceleração sinusoidal o ângulo de fase ψ , o qual garantirá os pressupostos inicialmente assumidos. Assim, a aceleração sinusoidal a aplicar ao modelo será definida por:

$$a_s = -a \times \text{sen}(\omega t + \psi) \quad (3.20)$$

em que ω é a frequência angular de excitação ($\omega = 2\pi/T_G$, sendo T_G o período de um ciclo da função seno) e a é a amplitude da aceleração sinusoidal. A partir das equações (3.19) e (3.20) resulta a equação de equilíbrio dinâmico, que descreve o movimento do bloco a oscilar, devido à acção de uma aceleração sinusoidal:

$$I_0 \ddot{\theta} = -WR \text{sen}(\alpha - \theta) + WR \frac{a}{g} \text{sen}(\omega t + \psi) \quad (3.21)$$

A partir da equação (3.21), resulta o valor do ângulo de fase ψ , uma vez que no instante inicial se tem $\ddot{\theta} = 0$, $\theta = 0$ e $t = 0$:

$$a \times \text{sen}(\psi) = g \times \text{sen}(\alpha) \quad (3.22)$$

A partir da análise do gráfico da Figura (3.6) e da equação (3.20), observa-se que o ângulo de fase (ψ) introduziu uma translação segundo o eixo do tempo (t), dependente da amplitude da aceleração sinusoidal e da geometria da secção do bloco. Este ângulo de fase (ψ) garante que a hipótese do bloco iniciar o movimento de rotação no instante $t = 0$, assumida por Housner, seja verificada. Logo, para o instante inicial ($t = 0$) o bloco terá uma rotação e aceleração angular nulas ($\theta = 0$ e $\ddot{\theta} = 0$), que resultam, segundo a equação (3.21), numa velocidade sinusoidal nula ($v_s = 0$) e numa aceleração sinusoidal diferente de zero ($a_s \neq 0$), a qual provocará movimento de oscilação no bloco para $t = 0$.

Ao aplicar à equação (3.21) a hipótese de esbelteza máxima do ângulo α ($\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$), é possível escrevê-la da seguinte forma:

$$\ddot{\theta} - p^2 \theta = \alpha p^2 \left[\frac{\text{sen}(\omega t + \psi)}{\text{sen}(\psi)} - 1 \right] \quad (3.23)$$

em que p é definido pela equação (3.3).

A solução da equação diferencial (3.23). para as condições iniciais de rotação nula ($\theta = 0$) e de velocidade angular nula ($\dot{\theta} = 0$), é:

$$\frac{\theta - \alpha}{\alpha} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \left(\frac{\omega \operatorname{senh}(pt)}{p \tan(\psi)} - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \operatorname{cosh}(pt) - \frac{\operatorname{sen}(\omega t + \psi)}{\operatorname{sen}(\psi)} \right) \quad (3.24)$$

em que $\operatorname{sen}(\psi) = g\alpha/a$ e $\operatorname{cos}(\psi) = \sqrt{1 - (g\alpha/a)^2}$. A equação (3.24) descreve a rotação (θ) do bloco em ordem ao tempo (t) para uma determinada aceleração sinusoidal definida pela amplitude (a), pela frequência de oscilação (ω) e pelo ângulo de fase (ψ). O movimento descrito pela equação (3.24) pode assumir uma de duas formas possíveis. Ou o bloco oscila até atingir a posição horizontal ($\theta = 0$), instante a partir do qual a equação (3.24) não é mais aplicável, tendo Housner associado esta forma ao colapso do bloco; ou o bloco oscila até um determinado ângulo θ ($\theta < \alpha$) e atinge a velocidade angular nula ($\dot{\theta} = 0$), o que provoca a inversão do sentido da rotação do bloco, fazendo-o regressar à posição vertical ($\theta = 0$). Assim, a partir destas duas situações, Housner estabeleceu que o que as distingue é o facto de, para o primeiro caso, o bloco atingir um ângulo de rotação θ superior a α (Figura 3.2a)), para o qual o bloco não consegue inverter o sentido de rotação, isto é, colapsa. No gráfico da Figura 3.7 estão representadas estas duas formas de movimento para um mesmo bloco ($h = 0,5m$, $b = 0,125m$) e para um determinado período de um ciclo de oscilação ($T_G = 2s$).

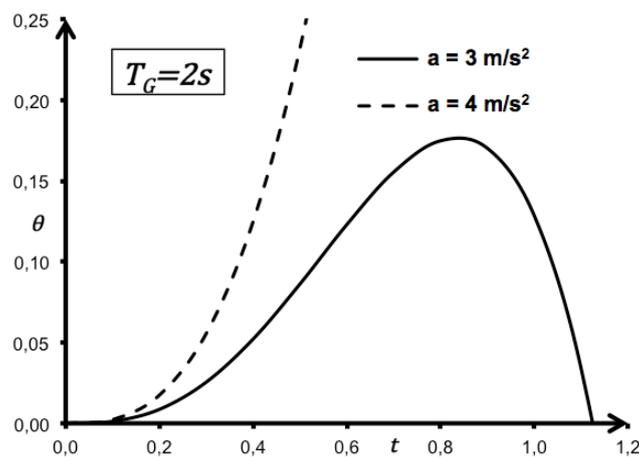


Figura 3.7 - Gráfico da oscilação (θ) do bloco ($h = 0,5m$, $b = 0,125m$) em ordem ao tempo (t), devida a uma aceleração sinusoidal a actuar na base (3 e $4m/s^2$). [do Autor]

Como se observa na Figura 3.7 o movimento de oscilação descrito pela equação (3.24) é também dependente da aceleração sinusoidal imposta na base. As variáveis que influenciam a resposta da equação de movimento do bloco para este tipo de regime forçado são α , p , ψ e ω . As duas primeiras variáveis são dependentes da geometria do bloco, ao passo que as restantes são dependentes da aceleração sinusoidal. Para analisar o impacto da aceleração na resposta do movimento de um determinado bloco, deve ser fixada uma das variáveis que a afectam. Housner pretendia conhecer qual a amplitude mínima (a_{min}) que provoca o colapso de um bloco e, por isso, estudou o efeito da amplitude da aceleração imposta no movimento de oscilação do bloco, em função de um determinado período dessa excitação (T_G).

A partir do conceito de colapso definido anteriormente, resulta da análise da equação (3.24) que para um determinado período da aceleração sinusoidal (T_G), existe, no domínio das amplitudes da aceleração sinusoidal, um valor mínimo que provoca o colapso do bloco. Housner definiu esta condição como a situação em que a rotação do bloco (θ) atinge o ângulo α e uma velocidade angular nula ($\dot{\theta} = 0$), no instante em que a aceleração sinusoidal atinge o seu máximo, isto é, quando a velocidade aplicada à base se anula ($v_s = 0$). A partir da anulação da velocidade sinusoidal é obtido o instante de tempo no qual ocorre a condição mínima de colapso ($\cos(\omega t + \psi) = 0, a \neq 0$), o qual é:

$$t = \frac{\pi - \psi}{\omega} \quad (3.25)$$

Ao aplicar esta condição de colapso à equação (3.24), Housner obteve a equação genérica que permite a dedução da expressão para o cálculo da amplitude de excitação mínima necessária para o colapso (a_{\min}) em função do período da aceleração sinusoidal (T_G):

$$\tan(\psi) = \frac{p}{\omega} \tanh\left[\frac{p}{\omega}(\pi - \psi)\right] \quad (3.26)$$

Tendo em conta que o termo $\tanh[(p/\omega)(\pi - \psi)]$ pode ser aproximado à unidade, tem-se:

$$\tan(\psi) = \frac{p}{\omega} \quad (3.27)$$

Onde ao aplicar a definição de ângulo de fase (ψ), a hipótese de esbelteza máxima da secção ($\sin(\alpha) \approx \alpha$) e as relações trigonométricas fundamentais se obtém a relação entre a amplitude de excitação mínima necessária para o colapso (a_{\min}) e o período de oscilação da aceleração sinusoidal (T_G), a qual tinha sido deduzida por Kirkpatrick (1927):

$$\frac{a_{\min}}{g\alpha} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \quad (3.28)$$

O gráfico da Figura 3.8 traduz o domínio das amplitudes de excitação mínimas que provocam o colapso, definido pela equação (3.28). Qualquer aceleração sinusoidal com uma amplitude situada acima desta curva provocará o colapso do bloco.

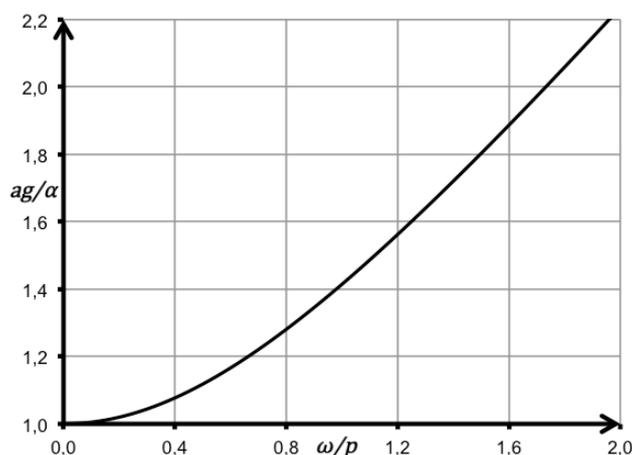


Figura 3.8 - Curva de colapso de um bloco rígido. [adaptado de Housner (1963)]

3.3 - ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DO BLOCO RÍGIDO

3.3.1 - INTRODUÇÃO

Como se viu anteriormente, o modelo analítico de Housner reproduz o problema do movimento do bloco rígido com duas equações de movimento, uma para cada sinal do ângulo de oscilação, sendo o amortecimento do movimento reproduzido pelo coeficiente de restituição (μ). Dessa abordagem resultam as seguintes desvantagens:

- as equações diferenciais que descrevem o movimento têm uma resolução complexa;
- a generalização do modelo para situações com um maior número de blocos é muito difícil.

Sendo, assim, necessário o recurso a modelos numéricos para análise do problema.

O estudo de Peña *et al.* (2005) debruça-se sobre o comportamento dinâmico de blocos rígidos isolados. Nesse trabalho investigou-se experimentalmente e numericamente o movimento oscilatório de quatro blocos de pedra (granito azul) com diferentes características geométricas (Figura 3.9) e sujeitos a diversas condições de movimento (regime livre e oscilações harmónicas e aleatórias impostas na base). A comparação entre os resultados experimentais e os resultados numéricos permitiu a calibração dos parâmetros dos modelos computacionais e, conseqüentemente, a generalização de modelos computacionais para outras situações mais complexas que os modelos analíticos não conseguem reproduzir.

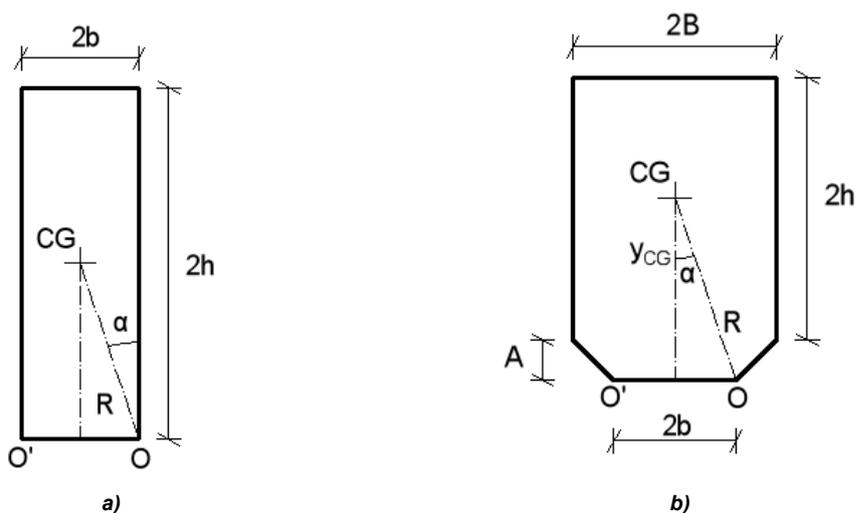


Figura 3.9 - Geometria dos modelos experimentais: a) Modelo 1, 2 e 3; b) Modelo 4. [adaptado de Peña *et al.* (2005)]

No estudo de Peña *et al.* (2005) foram consideradas duas ferramentas numéricas para as simulações do movimento oscilatório, sendo que na presente dissertação apenas foi dada relevância à baseada no método dos elementos discretos. A ferramenta numérica de

elementos discretos utilizada foi o código comercial UDEC, versão bidimensional da ferramenta numérica utilizada na presente dissertação (3DEC).

O âmbito da investigação de Peña *et al.* (2005) foi, sobretudo, a calibração dos parâmetros do modelo numérico, nomeadamente a rigidez e amortecimento. A calibração do contacto dos elementos discretos é o maior entrave às suas aplicações a problemas de Engenharia, tendo esses autores apresentado uma metodologia para determinar os parâmetros dos modelos de elementos discretos.

Para o efeito da presente dissertação, apenas será apresentado o estudo de Peña *et al.* (2005) para o regime livre, o qual é suficiente para calibrar o modelo de elementos discretos, tal como se mostrará nos parágrafos posteriores.

3.3.2 - ENSAIOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS

No estudo de Peña *et al.* (2005) realizaram-se três tipos de ensaios experimentais: os de movimento livre, os de movimento harmónico e os de movimento aleatório. Os ensaios de regime livre foram realizados para obter os parâmetros fundamentais da teoria de Housner e para calibrar os modelos numéricos e os ensaios de regime forçado (movimento harmónico e aleatório) foram usados para simular a acção sísmica. Como no presente estudo o objectivo é apenas o de calibrar o modelo numérico com os ensaios experimentais, só se descrevem os ensaios em regime livre efectuados por Peña *et al.* (2005). Nesses ensaios foram definidos quatro modelos experimentais com geometrias variáveis (Figura 3.9 e Tabela 3.1). Cada modelo experimental era constituído por um bloco de pedra de granito azul e por uma base do mesmo tipo de material.

Tabela 3.1 - Características das Amostras. [Peña et al. (2005)]

Modelo Experimental	Largura $2b$ (m)	Altura $2h$ (m)	Espessura $2e$ (m)	Massa M (Kg)	Inércia I_o (Kg.m ²)
1	0,25	1,000	0,754	503	179
2	0,17	1,000	0,502	228	78
3	0,12	1,000	0,375	120	42
4	0,16	0,457	0,750	245	26

A geometria dos blocos dos modelos experimentais era rectangular, com a excepção do modelo 4, no qual se fez um corte a 45° de 43 milímetros de comprimento (Figura 3.9b)), de forma a estudar a resposta de blocos com geometrias irregulares. As dimensões dos modelos experimentais foram definidas de modo a variar a esbelteza dos blocos. Para os modelos 1, 2 e 3, a altura ($2h$) foi mantida constante e igual a 1 metro, e variou-se o comprimento da base ($2b$), obtendo-se esbeltezas de 4, 6 e 8, respectivamente. Para o modelo 4 foi definida uma esbelteza de 3 e uma altura diferente dos restantes modelos ($2h = 0,75$ m). As dimensões e características dos materiais dos quatro modelos estão apresentadas na Tabela 3.1.

De forma a minimizar os efeitos tridimensionais, a espessura ($2e$) de cada bloco foi definida do modo a obter-se uma relação espessura-largura (e/b) constante e igual a 3. Para diminuir a variabilidade da posição do centro de rotação dos blocos, foram feitos cortes a 45° de 5 milímetros de comprimento nos vértices inferiores dos blocos dos modelos experimentais 1, 2 e 3. Estes cortes evitaram o esmagamento dos cantos dos blocos ao longo dos ensaios.

Outros pormenores dos procedimentos adoptados nos ensaios experimentais podem ser consultados de forma mais detalhada em Peña *et al.* (2005).

3.3.3 - PARÂMETROS FUNDAMENTAIS DA DINÂMICA DE BLOCOS RÍGIDOS

Segundo Housner (1963) a resposta do movimento do bloco a oscilar em regime livre é condicionada pelos parâmetros α , p e r . O parâmetro α é o ângulo da diagonal do bloco e é obtido por:

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{b}{h}\right) \quad (3.29)$$

e o parâmetro p é a frequência do bloco rígido e é calculado pela equação (3.3), neste caso aplicada a uma secção rectangular:

$$p = \sqrt{\frac{3g}{4R}} \quad (3.30)$$

O coeficiente r é o balanço energético e é definido por (3.6). Este coeficiente pode ser substituído nas equações pelo coeficiente de restituição μ , dado pelo quociente entre as velocidades angulares antes ($\dot{\theta}_1$) e depois ($\dot{\theta}_2$) do impacto. O coeficiente de restituição é a raiz quadrada do coeficiente de balanço energético e é dado, a partir da equação (3.8)², por:

$$\mu = \frac{\dot{\theta}_2}{\dot{\theta}_1} = 1 - \frac{3}{2} \text{sen}^2(\alpha) \quad (3.31)$$

O coeficiente de restituição pode ser introduzido no modelo analítico do oscilador de um grau de liberdade. Segundo Prieto *et al.* (2004), a variação da velocidade no impacto é devida a uma força de amortecimento generalizada (Q_d), definida em função de uma força de Δ -Dirac (F_δ):

$$Q_d = WR \text{sen}(\alpha) F_\delta \quad (3.32)$$

Sendo F_δ , segundo Prieto *et al.* (2004), definido por:

$$F_\delta = \dot{\theta}^2 \ln(\mu) \delta(x) \quad (3.33)$$

² Note-se que se admite, tal como no na dedução da equação (3.8), que o choque é inelástico e que se verifica o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Angular.

Como comprovam os estudos de Aslam *et al.* (1980), Tso *et al.* (1989), Lipscombe (1990) e Liberatore *et al.* (2002), os valores obtidos experimentalmente para os parâmetros p e μ não coincidem, em geral, com os valores teóricos calculados por (3.30) e (3.31). Para perceber o que origina estas diferenças analisou-se cada um dos parâmetros separadamente. Na Tabela 3.2 estão representados os valores dos parâmetros p e μ calculados teórica e experimentalmente.

Tabela 3.2 - Parâmetros Teóricos (T) e Experimentais (E). [Peña *et al.* (2005)]

Modelo Experimental	α (rad)			μ			p (s^{-1})		
	T	E	%	T	E	%	T	E	%
1	0,242	0,235	-2,9	0,914	0,936	2,4	3,78	3,84	1,6
2	0,168	0,163	-3,0	0,958	0,973	1,6	3,81	4,05	6,3
3	0,119	0,154	29,4	0,978	0,978	0,0	3,82	3,61	-5,5
4	0,310	0,268	-13,5	0,860	0,927	7,8	5,16	5,02	-2,7

Peña *et al.* (2005) verificou que nos modelos experimentais ocorria um desajuste no que diz respeito ao ângulo α , que originou uma variação da localização do centro de rotação do bloco ao longo do ensaio. Note-se que devido à variabilidade da posição dos vértices dos blocos em contacto com a base (Figura 3.10a) e à variabilidade nas dimensões das bases de blocos, a localização do centro de rotação não é constante de bloco para bloco nem para um mesmo bloco durante a duração do ensaio.

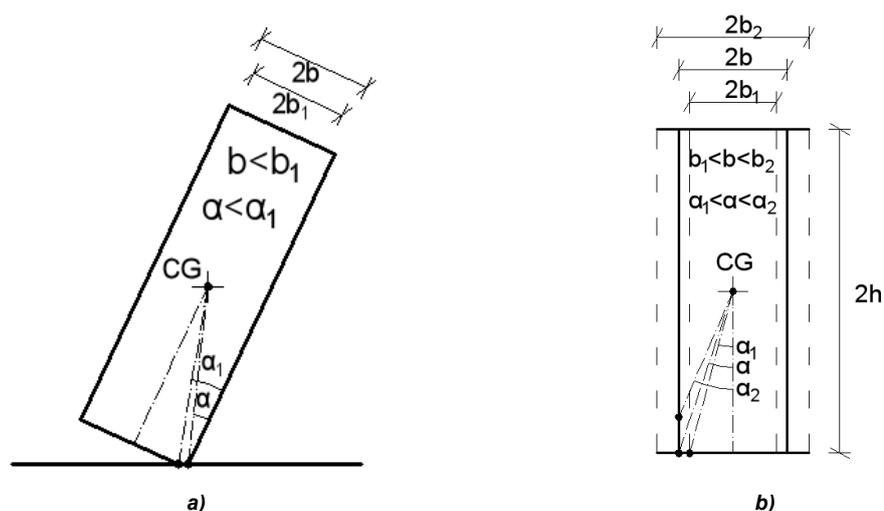


Figura 3.10 - Superfícies: a) de rotação; b) de contacto irregulares. [adaptado de Peña *et al.* (2005)]

Nos resultados apresentados na Tabela 3.2 verifica-se que o erro relativo ao parâmetro α para os modelos experimentais 1 e 2 é inferior a 3%. No entanto, nos modelos experimentais 3 e 4 verificam-se diferenças significativas, com erros de 30% e 13%, respectivamente. Nos modelos 1 e 2, a diferença relativamente aos valores calculados teoricamente é explicável com os cortes nas arestas em contacto com a base, enquanto que nos modelos 3 e 4 tal não justifica tamanha disparidade. A forma complexa da geometria do modelo 4 explica a diferença observada. Apesar da esbelteza ser baixa ($h/b \approx 3$) o erro é acentuado, mas a forma da secção altera a posição do centro de rotação relativamente ao de uma secção rectangular. Isto deveu-se à dimensão dos cortes que influenciaram a

posição do centro de gravidade fazendo-o subir e, conseqüentemente, reduzir o valor do ângulo α . Todavia, este parâmetro está mais próximo do valor calculado analiticamente que no caso do modelo 3. A vibração (torção da base) registada no modelo 3 durante os ensaios indica que este bloco se comporta como se fosse um bloco de base mais larga. Este efeito e a elevada esbelteza do modelo ($h/b = 8$), resultam num comportamento relativamente distinto do descrito pela teoria de Housner (1963) e, por isso, são a razão pela qual os parâmetros teóricos de α são os correspondentes a um bloco de uma base equivalente maior.

O parâmetro p é a frequência do sistema, envolvendo apenas a interacção entre o bloco e a base, e os seus valores experimentais apresentam alguma variação relativamente aos valores teóricos. Pela observação dos erros entre os valores experimentais e teóricos (Tabela 3.2) não se detecta nenhum padrão, mas percebe-se que as diferenças registadas se devem às imperfeições das superfícies de contacto.

Os valores experimentais do coeficiente de restituição μ são ligeiramente mais elevados que os teóricos uma vez que num bloco real as hipóteses de choque inelástico e de conservação da quantidade de movimento angular não são totalmente verificadas.

De uma forma geral, pode dizer-se que os valores experimentais não coincidem com os teóricos, devido aos erros nas medições dos blocos dos modelos experimentais, à superfície de rotação que não é absolutamente regular e aos efeitos tridimensionais. No estudo de Peña *et al.* (2005), para se definir o modelo numérico que melhor reproduzisse o modelo experimental, foi necessário calibrar os parâmetros da dinâmica dos blocos rígidos. O método de calibração proposto por Prieto *et al.* (2005), para essa calibração é apresentado de seguida.

3.3.4 - CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA DINÂMICA DE BLOCOS RÍGIDOS

No estudo de Prieto *et al.* (2005) é apresentada a seguinte metodologia com o intuito de se ajustar os parâmetros do modelo analítico da dinâmica de blocos rígidos (p e μ). Para o movimento em regime livre pode considerar-se que a energia mecânica é conservada entre dois impactos consecutivos, pelo que o período de um ciclo de oscilação, segundo a formulação das rotações complexas acopladas³, é:

$$T_n = \frac{1}{p\sqrt{2}} \int_{\theta_{n-1}}^0 \frac{d\theta}{\sqrt{\cos(\theta - \alpha) - \cos(\alpha)}} \quad (3.34)$$

³ Detalhes sobre a formulação das rotações complexas acopladas podem ser consultadas em Prieto *et al.* (2005).

em que T_n é o período de um ciclo de oscilação, e θ_{n-1} é o ângulo de oscilação máximo que antecede o n -ésimo impacto. Aplicando à equação (3.34) as hipóteses assumidas na formulação de Housner (1963)⁴, obtém-se a seguinte relação:

$$T_n = \frac{1}{p} \operatorname{acosh} \left(\frac{1}{1 - \frac{\theta_{n-1}}{\alpha}} \right) \quad (3.35)$$

Sendo a energia antes e depois do impacto dada por $E_n = E_0 \mu^{2n}$, pode obter-se a expressão para o cálculo do coeficiente de restituição (μ):

$$\mu_n = \left(\frac{\cos(\alpha - \theta_n) - \cos(\alpha)}{\cos(\alpha - \theta_0) - \cos(\alpha)} \right)^{\frac{1}{2n}} \quad (3.36)$$

As equações (3.35) e (3.36) permitem calcular os valores ajustados de p e μ , a partir dos registos experimentais dos períodos de impacto (T_n^*) e das correspondentes amplitudes (θ_n^*) dos ensaios em regime livre.

3.3.5 - DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE ELEMENTOS DISCRETOS PARA O REGIME LIVRE

No estudo de Peña *et al.* (2005) a ferramenta de cálculo numérico utilizada foi o programa de cálculo UDEC, baseada na formulação bidimensional do método dos elementos discretos. No método dos elementos discretos os contactos são definidos por pontos cujo conceito foi apresentado no capítulo 2. Por cada ponto de contacto deve ser definida uma rigidez (K) e um amortecimento viscoso (C). A rigidez (K) tem duas componentes: a normal (K_n) e a tangencial (K_t). A rigidez normal tem um comportamento elástico-linear à compressão, não apresentando resistência à tracção, enquanto que a rigidez transversal tem um comportamento do tipo Mohr-Coulomb. Assim, o elemento discreto pode ser considerado como um bloco rígido apoiado sobre uma fundação elástica com duas rigidezes e dois amortecedores (Figura 3.11).

3.3.5.1 - DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ

Peña *et al.* (2005) assume como hipótese que a rigidez normal do contacto é obtida pelo produto da massa (M) com o quadrado da frequência de oscilação natural (p^2) do sistema:

$$K = Mp^2 \quad (3.37)$$

No entanto, o valor da frequência de vibração p afecta o valor da rigidez, pelo que não é indiferente adoptar o seu valor teórico ou ajustado. No estudo de Peña *et al.* (2005) definiu-

⁴ Hipóteses enunciadas no parágrafo 3.2.2 do presente estudo ou no estudo de Housner (1963).

se o valor da rigidez normal do contacto como a média dos valores resultantes dos dois valores de p , o teórico⁵ e o ajustado:

$$K_N = \frac{M}{2} \left(\bar{p}^2 + \frac{3g}{4R} \right) \quad (3.38)$$

em que \bar{p} é o valor ajustado da frequência natural p , determinado de acordo com a metodologia descrita no parágrafo 3.3.4.

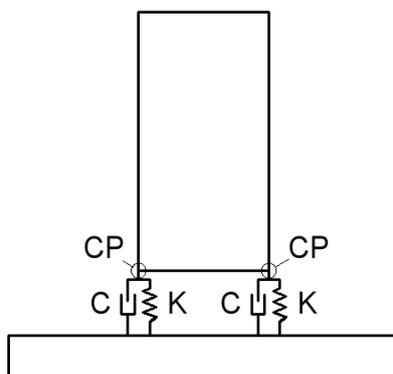


Figura 3.11 - Modelo de do contacto de elementos discretos.

O estudo de Peña *et al.* (2005) baseou-se nos estudos de diversos autores (Winkler *et al.*, 1995; Papantonopoulos *et al.*, 2002; Psycharis *et al.*, 2003) os quais assumiram que a rigidez tangencial do contacto (K_S) é igual à rigidez normal do contacto (K_N). Assim, tem-se:

$$K_S = K_N \quad (3.39)$$

Por simplificação, designar-se-á nos parágrafos seguintes K_S e K_N indistintamente por K .

3.3.5.2 - DEFINIÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO

Como referido no Capítulo 2, o amortecimento viscoso está definido no método dos elementos discretos por intermédio dos parâmetros f_{min} e ξ_{min} , em que f_{min} é a frequência de oscilação do sistema (ver equação (2.24)) e ξ_{min} é o factor de amortecimento crítico (ver equação (2.21)). Em Peña *et al.* (2005) é assumido por hipótese que a frequência de oscilação do sistema é definida pela seguinte expressão:

$$f_{min} = p \quad (3.40)$$

3.3.5.3 - DEFINIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

No estudo de Peña *et al.* (2005), cada modelo experimental foi simulado por um modelo de elementos discretos bidimensionais (UDEC). Apesar da existência de cortes nos cantos

⁵ O valor teórico da frequência p resulta da equação (3.3) e tem o valor $\sqrt{0,75g/R}$ para o caso do bloco rectangular.

inferiores dos modelos experimentais 1, 2 e 3, a geometria destes foi definida no modelo computacional como rectangular (Figura 3.12a)). Refira-se, contudo, que o modelo de elementos discretos implementado, computacionalmente, prevê o arredondamento dos vértices, logo não haverá erro ao assumir-se esta geometria. No entanto, no modelo experimental 4, a geometria incluiu os cortes a 45° nos cantos, visto ter influência significativa no movimento do bloco (Figura 3.12b)). Na Figura 3.13 estão representadas condições iniciais dos modelos experimentais 2 e 4. O modelo constitutivo do contacto fica definido com a tensão de coesão (C_U) e ângulo de atrito interno (ϕ). A tensão de coesão será nula ($C_U = 0$), como é típico das juntas secas, e o ângulo de atrito interno adoptado foi de 30°.

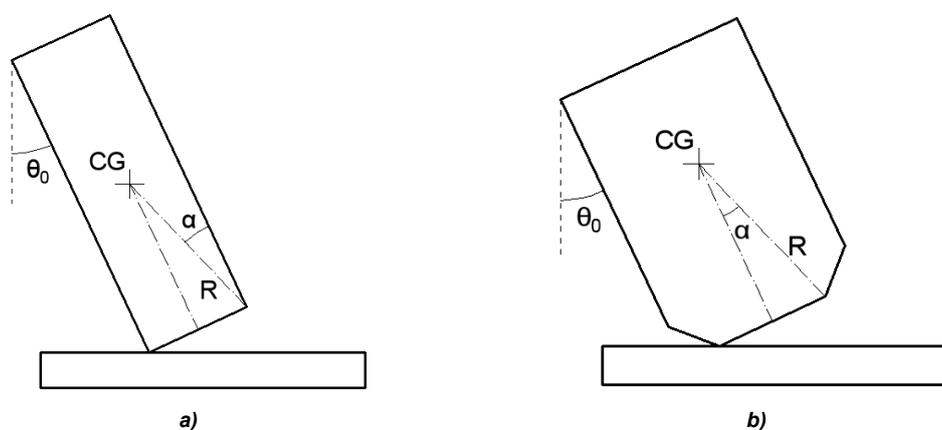


Figura 3.12 - Modelo UDEC: a) dos modelos 1, 2 e 3; e b) do modelo 4. [adaptado de Peña et al. (2005)]

3.3.6 - CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

No estudo de Peña *et al.* (2005), após a realização dos ensaios experimentais, procedeu-se à calibração do modelo numérico. Obtiveram-se as respostas numéricas dos blocos, considerando os valores teóricos dos parâmetros fundamentais da formulação de Housner (p e μ). Na Tabela 3.3 estão apresentados todos os valores necessários à definição do modelo numérico de cada modelo experimental.

Tabela 3.3 - Valores teóricos dos parâmetros que seguem a resposta dinâmica dos modelos experimentais. [adaptado de Peña et al. (2005)]

Modelo Experimental	α (rad)	μ	p (Hz)	R (m)	M (Kg)	W (N)	I_0 (Kg.m ²)	K (N/m)
1	0,242	0,914	3,78	0,515	506	4966	179,0	7233
2	0,168	0,958	3,81	0,507	228	2233	78,0	3302
3	0,119	0,978	3,82	0,504	122	1192	42,8	1174
4	0,310	0,860	5,16	0,283	245	2406	26,2	6454

Após a definição dos modelos numéricos respeitantes aos ensaios em regime livre, ajustaram-se as respostas destes às correspondentes curvas experimentais, por alteração do valor do factor de amortecimento crítico (ξ_{\min}). Na Tabela 3.4 estão apresentados os valores que melhor ajustaram a curva do modelo numérico com parâmetros teóricos à curva

do modelo experimental. Recorde-se que para cada modelo experimental foram realizados três ou mais ensaios.

Tabela 3.4 - ξ_{min} ajustado à simulação dos resultados experimentais com valores teóricos dos parâmetros. [adaptado de Peña et al. (2005)]

Modelo Experimental	ξ_{min} ajustado a cada ensaio ($\times 10^{-3}$)					ξ_{min} médio ($\times 10^{-3}$)
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	
1	2,75	2,75	3,25			2,92
2	2,00	1,25	2,00	2,00	1,50	1,75
3	5,00	5,00	5,00			5,00
4	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50

Da análise da Tabela 3.4 constata-se que há uma variação do valor do factor de amortecimento crítico (ξ_{min}) entre os ensaios e que pode ser atribuída ao próprio ensaio experimental. Assim, comparou-se apenas a resposta do modelo numérico com o resultado do primeiro ensaio efectuado, o qual apresenta uma maior regularidade e proximidade aos valores médios. Na Figura 3.13 apresenta-se graficamente essa comparação.

Da análise do gráfico da Figura 3.13 constata-se que, com o ajustamento efectuado ao amortecimento crítico, as amplitudes de pico dos sucessivos ciclos de oscilação do bloco ajustam-se bem às correspondentes amplitudes de pico dos ensaios experimentais. Pelo contrário, é de referir que os períodos entre os impactos sucessivos apresentam algumas diferenças entre a curva experimental e a curva numérica. Esta tendência foi verificada em todas as modelações dos quatro modelos experimentais, sendo mais acentuada nos modelos 3 e 4.

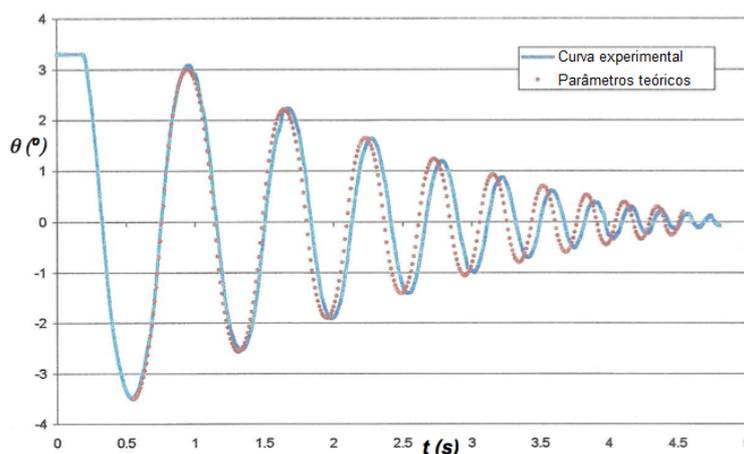


Figura 3.13 - Comparação do ângulo de rotação entre o ensaio e o modelo numérico com valores teóricos do modelo experimental 1. [Peña et al. (2005)]

Pela equação (3.5) percebe-se que o período de tempo entre impactos sucessivos ($T/2$) depende dos parâmetros α e p . Para que o período no modelo numérico seja semelhante ao do ensaio experimental, deve-se adoptar os valores ajustados dos parâmetros α , p e μ segundo a metodologia proposta por Prieto *et al.* (2005). De qualquer modo, ao alterarem-se os valores destes parâmetros, alteraram-se outros parâmetros que definem o modelo numérico, sendo α responsável pela alteração da geometria do bloco e p pela alteração da

rigidez (K_N e K_S) e de f_{min} . Na Tabela 3.5 estão apresentados os valores obtidos com a adoção dos valores ajustados de α , p e μ .

Tabela 3.5 - Valores ajustados dos parâmetros que seguem a resposta dinâmica dos modelos experimentais. [adaptado de Peña et al. (2005)]

Modelo Experimental	α (rad)	μ	p (Hz)	R (m)	M (Kg)	W (N)	$2b$ (m)	I_0 (Kg.m ²)	K (N/m)
1	0,235	0,936	3,84	0,514	487	4782	0,24	172,0	6560
2	0,163	0,973	4,05	0,507	223	2187	0,16	76,3	3449
3	0,154	0,978	3,61	0,506	157	1542	0,15	53,6	2168
4	0,268	0,927	5,02	0,265	244	2398	0,14	23,0	6471

A partir da introdução dos valores ajustados dos parâmetros α , p e μ no modelo numérico, as correspondentes respostas foram também ajustadas às curvas dos modelos experimentais por ajustamento do valor do factor de amortecimento crítico (ξ_{min}). Na Tabela 3.6 estão apresentados os valores que melhor ajustaram a curva do modelo numérico com parâmetros ajustados à curva do modelo experimental e na Figura 3.14 o ajuste entre as curvas experimental e numérica para o ensaio 1 do modelo experimental 1.

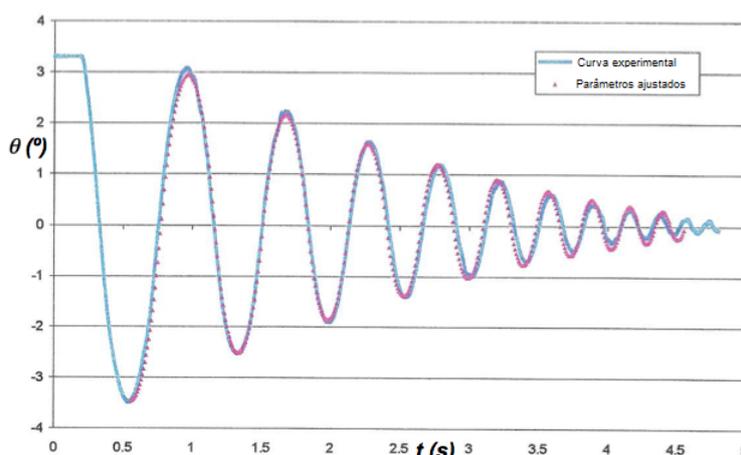


Figura 3.14 - Comparação do ângulo de rotação entre o ensaio e o modelo numérico com valores ajustados do modelo experimental 1. [Peña et al. (2005)]

Da análise dos valores da Tabela 3.6 verifica-se que a variabilidade entre estes valores é pequena, exceptuando os valores do modelo 1.

Tabela 3.6 - ξ_{min} ajustado à simulação dos resultados experimentais com valores ajustados dos parâmetros. [adaptado de Peña et al. (2005)]

Modelo Experimental	ξ_{min} ajustado a cada ensaio ($\times 10^{-3}$)					ξ_{min} médio ($\times 10^{-3}$)
	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	
1	3,00	4,00	6,00			4,33
2	2,50	2,00	2,50	2,50	2,20	2,34
3	0,80	0,70	0,70			0,73
4	3,70	3,00	2,75	3,00	3,00	3,09

Observa-se na Figura 3.14 que, tanto para a amplitude de pico como para o período entre impactos sucessivos, as duas curvas apresentam uma boa correlação. Esta tendência verificou-se nos quatro modelos. Os resultados do ajustamento da resposta numérica às

curvas experimentais para os restantes modelos experimentais podem ser consultadas em Peña *et al.* (2005).

3.3.7 - FÓRMULA EMPÍRICA DE CALIBRAÇÃO DO AMORTECIMENTO CRÍTICO

Para que a metodologia de calibração do modelo numérico seja aplicável, genericamente, é necessário desenvolver um método para calcular o valor do factor de amortecimento crítico (ξ_{min}) que melhor ajuste a resposta do modelo numérico à resposta experimental. Para tal, Peña *et al.* (2005) deduziu uma fórmula empírica para o cálculo de ξ_{min} em função da frequência natural (p) e do coeficiente de restituição (μ). Esta fórmula foi obtida através da regressão estatística realizada ao espaço de distribuição dos valores do factor de amortecimento crítico (ξ_{min}) em função dos parâmetros α , p e μ .

Como explicado, o amortecimento viscoso está associado a cada ponto de contacto do modelo de elementos discretos. Quando o contacto está inactivo, o correspondente amortecimento é nulo, portanto as frações de amortecimento proporcional à massa e à rigidez serão nulas. Se por um lado a fração do amortecimento associada à massa é nula, isso implica que a constante de amortecimento proporcional à massa (η) também seja nula, visto a massa ser finita. Por outro lado, a fração do amortecimento associada à rigidez é nula quando a rigidez for nula, o que se sucede quando o contacto está sujeito à tracção. No entanto, a constante de amortecimento proporcional à rigidez (β) não se anula, sendo a responsável pela introdução da força de amortecimento.

No estudo de Peña *et al.* (2005), para simplificar a análise da distribuição dos resultados de cada ensaio de calibração, condensaram-se os três parâmetros α , p e μ da formulação de Housner (1963) numa única variável. A distribuição de ξ_{min} foi, assim, relacionada com o quociente entre um factor Γ , designado de factor de amortecimento generalizado e o coeficiente de restituição (μ). O factor de amortecimento generalizado (Γ) relaciona a força de amortecimento generalizada (Q_d , ver equação (3.32)) com o amortecimento viscoso (C). Como β é dependente de p^2 e Q_d depende do momento de restituição, então o factor de amortecimento generalizado (Γ) é definido por:

$$\Gamma = mRp^2 = KR \quad (3.41)$$

A partir da equação (3.37), que relaciona p com M e R , o factor de amortecimento generalizado é, também, obtido da seguinte forma:

$$\Gamma = KR = 0,75W \quad (3.42)$$

Se o valor de p for o valor ajustado, então tendo em conta a equação (3.37), o factor de amortecimento generalizado é definido por:

$$\Gamma = \frac{M}{2} \left(Rp^2 + \frac{3}{4}g \right) \quad (3.43)$$

Em cada um dos ensaios efectuados para cada modelo experimental, calculou-se o valor do factor de amortecimento generalizado (Γ) pelas três formas apresentadas (equações (3.42) a (3.44)). Assim, foi possível efectuar a distribuição do factor de amortecimento crítico (ξ_{min}) pelo ajustamento inverso, em cada ensaio, em função de Γ/μ^2 . Esta distribuição está representada no gráfico da Figura 3.15 em função de $\sqrt{\beta}$.

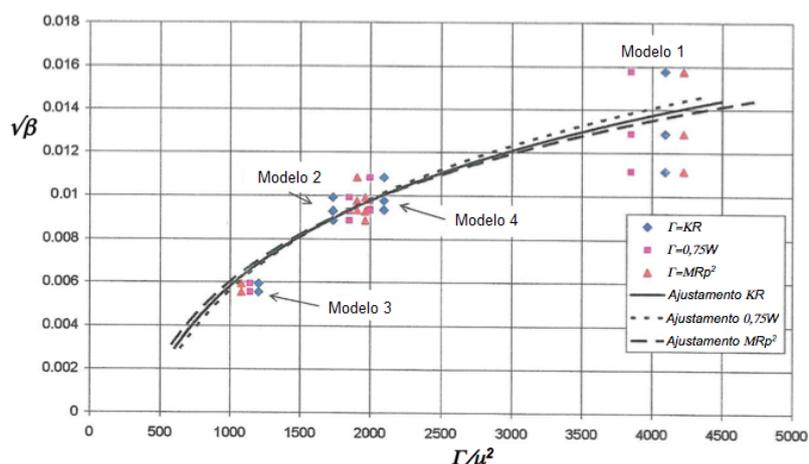


Figura 3.15 - Ajuste da fórmula empírica do amortecimento. [Peña et al. (2005)]

Note-se que de acordo com Peña et al. (2005):

$$\sqrt{\beta} = \sqrt{\frac{\xi_{min}}{2\pi p}} \quad (3.44)$$

A curva que melhor se ajusta a esta distribuição é logarítmica de base e. A expressão dessa regressão é a seguinte:

$$\sqrt{\beta} = C_1 \ln\left(\frac{\Gamma}{\mu^2}\right) - C_2 \quad (3.45)$$

em que C_1 e C_2 são constantes de ajustamento. Para cada modo de cálculo do valor de Γ (equações (3.42) a (3.44)) realizaram-se regressões logarítmicas. Na Tabela 3.7 estão representados os correspondentes valores de C_1 e C_2 .

Tabela 3.7 - Valores dos coeficientes C_1 e C_2 .
[adaptado de Peña et al. (2005)]

Γ	C_1	C_2
MRP^2	0,0054	0,0312
KR	0,0057	0,0336
$0,75W$	0,0061	0,0365

Na Figura 3.15 verifica-se que as três curvas de regressão são semelhantes, sendo a variação dos respectivos coeficientes C_1 e C_2 inferior a 10 e 15%, respectivamente (Tabela 3.7). Ao efectuar-se a mesma regressão, mas para todos os valores do factor de amortecimento generalizado (Γ), a curva correspondente (Figura 3.16) é semelhante à curva obtida para o valor de Γ definido pela equação (3.48).

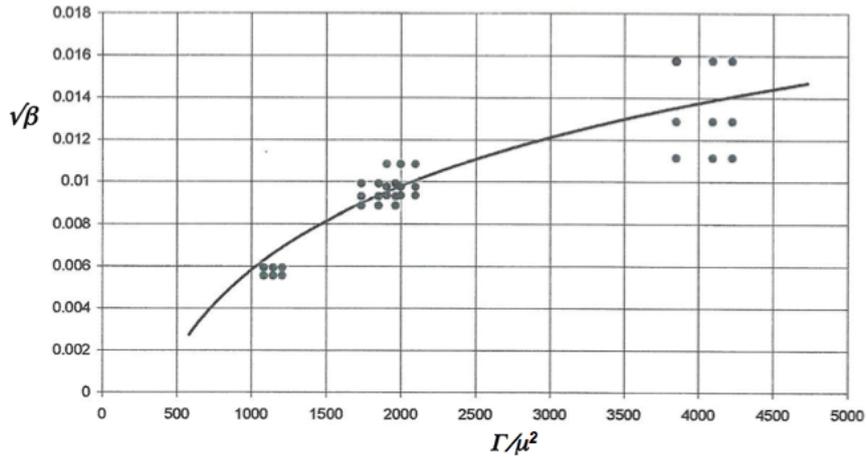


Figura 3.16 - Ajuste da fórmula empírica do amortecimento. [Peña et al. (2005)]

A fórmula empírica proposta por Peña *et al.* (2005) para o cálculo do valor do factor de amortecimento crítico ($\xi_{min} = 2\pi\beta_p$) para usar nos modelos computacionais do método dos elementos discretos (UDEEC) é a correspondente à Figura 3.16 e dada por:

$$\sqrt{\beta} = 0,0057 \ln\left(\frac{\Gamma}{\mu^2}\right) - 0,0336 \quad (3.46)$$

a qual equivale a:

$$\xi_{min} = 2\pi p \left(0,0057 \ln\left(\frac{\Gamma}{\mu^2}\right) - 0,0336\right)^2 \quad (3.47)$$

3.4 - CONCLUSÕES DOS ESTUDOS TEÓRICOS, EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS DA DINÂMICA DO BLOCO RÍGIDO

Housner (1963) estabeleceu as equações que regem o movimento de um bloco a oscilar em regime livre. Concluiu-se que o período dos blocos a oscilar em regime livre destas equações é dependente de α e de p , sendo a amplitude de pico dependente das condições iniciais de α e de μ e do número de impactos.

Housner (1963) estudou ainda, o movimento oscilatório do bloco para alguns tipos de regime forçado. Para o caso de uma aceleração sinusoidal a actuar na base do bloco deduziu a equação que rege o movimento do bloco. Percebeu-se que este movimento é influenciado pela geometria do bloco (α e p), e pela intensidade do impulso aplicado na base. Housner (1963) definiu a condição de colapso do bloco e, ao aplicá-la à equação de movimento do bloco, obteve a curva de colapso do bloco. Esta curva representa a amplitude mínima que provoca o colapso do bloco para um determinado período de oscilação da aceleração sinusoidal.

O estudo de Peña *et al.* (2005) mostra que o método dos elementos discretos reproduz satisfatoriamente os ensaios realizados em laboratório. Tal como na formulação de Housner (1963), o modelo numérico de elementos discretos é sensível a variações dos parâmetros α , ρ e μ . Adoptaram-se valores ajustados destes parâmetros, para fazer coincidir a resposta do modelo numérico com a curva experimental, seguindo uma metodologia proposta por Prieto *et al.* (2005).

O estudo de Peña *et al.* (2005) propõe ainda um método para calcular os parâmetros do contacto do modelo de elementos discretos, nomeadamente a rigidez e o amortecimento. As simulações numéricas demonstraram que esta metodologia reproduz, aceitavelmente, os ensaios experimentais em regime livre. Foi ainda proposta uma fórmula empírica para calcular o factor de amortecimento crítico necessário para definir o amortecimento viscoso do modelo de elementos discretos.

CAPÍTULO 4 - SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO BLOCO RÍGIDO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Alguns autores (Azevedo *et al.*, 2000; Psycharis *et al.*, 2003; Papantonopoulos *et al.*, 2002) utilizaram o método dos elementos discretos (MED) para simular o comportamento de um bloco rígido. Todas estas investigações provaram a capacidade do método em reproduzir satisfatoriamente a resposta de blocos rígidos, tanto em regime livre como em regime forçado.

O objectivo deste estudo é analisar o comportamento dinâmico de uma caixa tridimensional sujeita a uma aceleração sinusoidal na base. Para o efeito, o modelo numérico tridimensional de elementos discretos teve de ser calibrado analiticamente (parágrafo 4.3) e experimentalmente (parágrafo 4.4), estudando-se o modelo simplificado de um bloco isolado simplesmente apoiado no maciço. A partir destes estudos calibrou-se o comportamento mecânico do contacto entre o bloco e a base por intermédio de duas metodologias: a do estudo de Peña *et al.* (2005), e uma metodologia proposta pelo autor do presente estudo.

Para calibrar o modelo do bloco simplesmente apoiado, partiu-se de estudos analíticos e experimentais do bloco em regime livre e de estudos analíticos do bloco sujeito a uma excitação sinusoidal de base. Foi considerado o estudo analítico de Housner (1963), e a investigação experimental e numérica considerada, foi a de Peña *et al.* (2005).

É proposta uma metodologia para calibrar o contacto entre o bloco e a base de forma a ajustar o mais possível a resposta numérica à resposta analítica. Esta metodologia realizada através do programa de cálculo 3DEC baseia-se num modelo numérico de um sistema não amortecido de um bloco rígido a oscilar em regime livre (parágrafo 4.3.4).

Um aspecto fundamental do presente estudo é a calibração dos parâmetros do modelo (rigidez e amortecimento da junta), através dos resultados dos ensaios experimentais em regime livre, segundo o estudo Peña *et al.* (2005). A partir desta calibração torna-se possível reproduzir o regime forçado de forma satisfatória. No presente estudo usou-se como referência para a calibração da rigidez e amortecimento do contacto, a investigação de Peña *et al.* (2005), na qual foram realizados ensaios experimentais numa mesa sísmica. Nessa investigação, foi proposta uma fórmula para o cálculo do amortecimento, a qual também foi considerada no presente trabalho.

No presente capítulo são descritas as subrotinas utilizadas e desenvolvidas na modelação em 3DEC e na calibração do modelo numérico. Os testes numéricos em regime livre para a

calibração dos parâmetros da junta e do amortecimento, são descritos igualmente no parágrafo 4.2.

4.2 - DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS DE SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO PELO 3DEC

No programa de cálculo 3DEC as instruções são definidas por recurso a linhas de comando, usando um tipo de linguagem de programação própria. Qualquer linguagem de programação tem as suas regras de sintaxe e, no caso do 3DEC, elas são consultáveis nos seus manuais.

A metodologia de programação para realizar a análise dinâmica de um corpo rígido em código 3DEC implica a realização de quatro etapas, cujo encadeamento é fundamental para a percepção e análise de erros do modelo. Sequencialmente, o código deve conter as funções, a definição da estrutura (geometria e propriedades mecânicas dos materiais), a aplicação das cargas permanentes e, por fim, a análise dinâmica.

As funções devem ser criadas em primeiro lugar para que a elas se possa recorrer em qualquer momento da execução do modelo. A partir das funções definem-se as características dos materiais, e os parâmetros dos modelos constitutivos dos blocos rígidos e dos contactos. As características geométricas devem ser, também, definidas por funções, de modo a facilitar a sua alteração e uso posterior noutras fases do modelo. Na execução do modelo poderá ser necessário recorrer a movimentos impostos ou à leitura de parâmetros físicos e, uma vez que o 3DEC não tem funções reservadas para tal, é necessário definir esses parâmetros como funções.

O 3DEC não está orientado especificamente para Engenharia de Estruturas, tendo sido desenvolvido para aplicações de Engenharia Geotécnica. Portanto, de modo a executar algumas análises ou para estabelecer determinados estados, é necessário elaborar esquemas e definir subrotinas auxiliares que vençam estas limitações do programa de cálculo 3DEC. No presente estudo foram encontradas três limitações relevantes nas várias análises efectuadas: no cálculo da rotação do bloco relativamente a um qualquer centro de rotação; na aplicação de uma rotação inicial ao bloco para a análise em regime livre; e, na aplicação de uma aceleração sinusoidal na base para análise do regime forçado.

Para avaliar a qualidade da resposta do modelo numérico é relevante abordar, também, as limitações acima descritas bem como as simplificações adoptadas para as contornar. Assim, descrevem-se, de seguida, as principais limitações encontradas na modelação do movimento oscilatório do bloco e as subrotinas implementadas para as contornar.

4.2.1 - LEITURA DA ROTAÇÃO DOS BLOCOS

Conhecer a rotação do bloco em ordem ao tempo é fundamental neste estudo, pois permite-nos interpretar a resposta do modelo numérico. Como o 3DEC não apresenta nenhuma função que calcule a rotação dos blocos relativamente a um ponto qualquer, é necessário criar uma rotina que o faça. Assim, através de uma função escrita em linguagem FISH⁶, criou-se uma função baseada no cálculo trigonométrico para calcular a rotação dos blocos.

Definiram-se dois vectores tridimensionais a partir do ponto de origem e ponto de aplicação, num dos vectores, do vértice da face horizontal superior do bloco (v_2), e, para o outro vector, no ponto de aplicação no vértice da face horizontal inferior do bloco (v_1), com a condição de ambos os vértices estarem ligados por uma mesma aresta vertical (Figura 4.1).

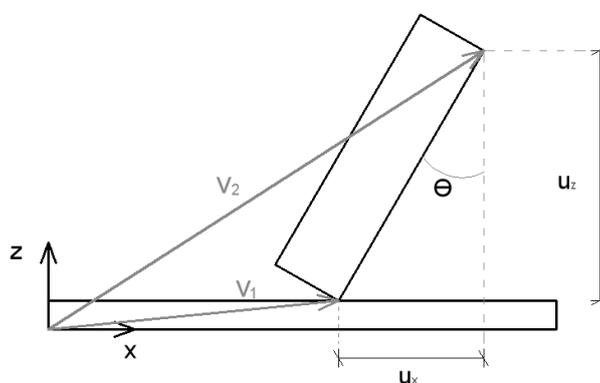


Figura 4.1 - Esquema para a definição da função rotação.

A partir deste esquema calcularam-se os deslocamentos relativos, horizontal e vertical, do vértice superior em relação ao vértice inferior (u_x, u_z), e a partir deles obtêm-se, para cada instante, o ângulo de rotação que uma das faces, inicialmente verticais, do bloco faz com o plano vertical:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{u_x}{u_z}\right) \quad (4.1)$$

4.2.2 - APLICAÇÃO DE UMA ROTAÇÃO INICIAL PARA A SIMULAÇÃO DO REGIME LIVRE

O programa de cálculo 3DEC não tem uma função que permite a aplicação directa dum deslocamento ou duma rotação no bloco. O procedimento adoptado baseia-se na criação de um bloco rígido que fique em contacto com a parte superior da face vertical do bloco, ao qual deve ser aplicada a rotação (Figura 4.2).

Imprime-se um movimento uniforme no bloco que, por sua vez imprime a rotação (bloco 2) com uma velocidade constante durante um determinado período de tempo, correspondendo-lhe o deslocamento e a rotação desejados. Deve-se ter em conta que este

⁶ FISH é a linguagem de programação própria do programa de cálculo 3DEC.

método só será válido se a força aplicada no bloco 2 não superar a força de atrito entre o bloco em estudo (bloco 1) e o maciço, evitando desta forma o deslizamento.

O método obriga à definição de um contacto entre o bloco 2 e o bloco 1, definindo-se o material do bloco 2 como rígido, e o contacto através do modelo constitutivo de Mohr-Coulomb. Para minimizar outros efeitos que o bloco 2 possa provocar, como o deslizamento ou levantamento, considerou-se o atrito como nulo, de forma a permitir que as duas superfícies escorregassem, uma relativamente à outra. O bloco 2 deverá ter pelo menos a mesma espessura do bloco 1, minimizando-se, assim, a possibilidade deste último rodar com outro centro de rotação que não o correspondente a uma das arestas inferiores.

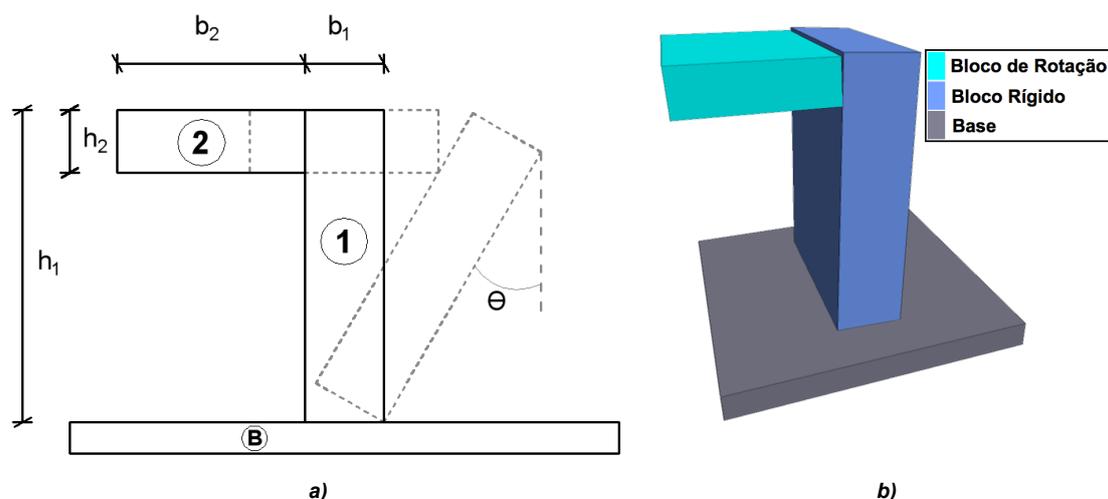


Figura 4.2 - Aplicação da rotação inicial ao bloco em estudo: a) Esquema de cálculo; b) Output do programa de cálculo 3DEC.

Estabelecidos os princípios para que a rotação inicial se possa aplicar, define-se a velocidade a imprimir ao bloco 2 em função da geometria dos blocos e da rotação (θ_0) que se queira imprimir ao bloco 1. Este cálculo é complexo, porque o deslocamento horizontal imprimido ao bloco 2 não é geometricamente equivalente ao da rotação pretendida no bloco 1. Aplicando-se a física Newtoniana ao bloco 2, nomeadamente o movimento rectilíneo uniforme, é possível obter a velocidade constante (v_0), que aplicada durante um intervalo de tempo (t_0), provoca a rotação pretendida no bloco 1:

$$v_0 = \frac{2b_1(1 - \cos \theta_0) + (2h_1 - h_2 - 2b_1 \sin \theta_0) \tan \theta_0}{t_0} \quad (4.2)$$

Assim, no modelo numérico cria-se uma função com a equação (4.2), para imposição da rotação inicial. A aplicação dessa rotação dá-se durante a análise das cargas permanentes, simultaneamente com a aplicação do peso próprio.

Acabada a aplicação da velocidade e a ocorrência do movimento de rotação pretendido, deve garantir-se que o bloco 1 fica em repouso e encostado ao bloco 2. Assim, aplica-se uma velocidade nula ao bloco 2, para que ele não continue o movimento, e efectuam-se mais uns ciclos na análise até que o bloco 1 atinja o repouso, encostando ao bloco 2. Por

fim, já na análise dinâmica, mas ainda antes da sua execução, apaga-se o bloco 2 e as correspondentes histórias de velocidades e deslocamentos.

4.2.3 - APLICAÇÃO DA ACELERAÇÃO SINUSOIDAL PARA SIMULAÇÃO DO REGIME FORÇADO

O programa de cálculo 3DEC apresenta duas limitações que dificultam a aplicação duma aceleração, em ordem ao tempo, para um determinado bloco: não permite aplicar uma excitação em forma de aceleração, só de velocidade; e não possui uma função que permita directamente que se aplique uma velocidade correspondente à aceleração sinusoidal. Assim, aplicou-se a aceleração sinusoidal, no bloco da base (bloco B), sob a forma de uma velocidade. Note-se que a aceleração sinusoidal podia ter sido introduzida através da aplicação de uma força, mas julgou-se ser mais conveniente para o problema em estudo recorrer à aplicação de velocidades.

Construiu-se uma tabela, recorrendo a uma função FISH, definindo a velocidade do centro de gravidade do bloco B em ordem ao tempo, bem como as variáveis necessárias à sua definição e aplicação. Para determinar a velocidade a aplicar, correspondente a uma aceleração sinusoidal, primitivou-se a equação que define a aceleração sinusoidal. Note-se que na formulação de Housner considera-se que no instante inicial a velocidade inicial é nula e que a aceleração é igual a $a \times \sin(\psi)$. Deve verificar-se, ainda, que a velocidade seja máxima para o instante em que a aceleração sinusoidal se anula. Assim, para fazer coincidir o campo de velocidades a aplicar ao bloco da base, com a formulação de Housner, a primitiva da história de acelerações:

$$a_s = -a \sin(\omega t + \psi) \quad (4.3)$$

é

$$v_s = \frac{a}{\omega} (\cos(\omega t + \psi) - \cos(\psi)) \quad (4.4)$$

em que, a_s e v_s são a aceleração e velocidade sinusoidal, respectivamente, ω é a frequência angular e ψ é o ângulo de fase.

4.2.4 - DEFINIÇÃO DO NÚMERO DE CICLOS EM FUNÇÃO DO TEMPO

Em todas as funções auxiliares descritas é importante haver uma relação do tempo com o número de ciclos ou passos de cálculo efectuados. No entanto, o programa de cálculo 3DEC não faz a conversão automática do tempo em número de ciclos, e vice-versa, sendo impossível definir registos de deslocamentos ou velocidades dos blocos em função do tempo. Para contornar este problema, criou-se uma função na qual se associa a cada intervalo de tempo um determinado número de ciclos. A definição desta função em linguagem FISH pode ser consultada em anexo. No código do modelo, esta função é

definida com as restantes funções, sendo chamada na análise estática, isto é, na aplicação das cargas permanentes e na dinâmica, em que são executadas as várias funções e histórias em ordem ao tempo.

4.3 - CALIBRAÇÃO DOS RESULTADOS DO MODELO NUMÉRICO COM OS RESULTADOS ANALÍTICOS DE HOUSNER (1963)

4.3.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo pretende-se modelar, através do método dos elementos discretos, um bloco rígido simplesmente apoiado num maciço, sujeito a um determinado movimento da sua base, de acordo com os pressupostos da formulação de Housner (1963). Para tal, calibraram-se os parâmetros que regem o modelo numérico. O modelo analítico de Housner é baseado num conjunto de pressupostos, a partir dos quais se constroem as equações que descrevem o movimento do bloco. Assim, na construção do modelo numérico de elementos discretos, esses pressupostos devem ser satisfeitos.

A metodologia adoptada para efectuar a calibração do modelo numérico foi a de começar pela reprodução numérica da formulação de Housner para o regime livre. Um modelo numérico que simule um sistema não amortecido, tal como o modelo do bloco rígido de Housner (1963), fornece o valor da rigidez do contacto que melhor aproxima esta resposta numérica da resposta analítica. Após esta calibração, compara-se o ajustamento que esse valor da rigidez do contacto produz entre a resposta numérica do regime forçado e a correspondente resposta analítica.

Esta abordagem da calibração do modelo numérico é útil, porque é uma alternativa à metodologia proposta por Peña *et al.* (2005), evitando o recurso a ensaios experimentais. Também terá utilidade quando se analisar o colapso das várias situações de carga da caixa, sobretudo para comparação dos colapsos entre a caixa e o bloco rígido isolado.

Tabela 4.1 - Características do modelo a calibrar.

Modelo	Largura $2b$ (m)	Altura $2h$ (m)	Espessura $2e$ (m)	Densidade ρ (Kg/m ³)	Inércia I_o (Kg.m ²)
1	0,25	1,000	0,754	2670	179

A calibração foi efectuada para o caso de estudo do modelo de um bloco rígido, definido pela geometria e massa apresentadas na Tabela 4.1. Estes parâmetros coincidem com o do modelo experimental 1, do estudo de Peña *et al.* (2005), de modo a comparar-se os valores das rigidezes de contacto das duas metodologias de calibração.

4.3.2 - MODELO ANALÍTICO DE HOUSNER

Para calibrar o modelo numérico com a formulação de Housner (1963), calculou-se, em primeiro lugar, a resposta do modelo analítico para um bloco rígido a oscilar nos regimes livre e forçado.

4.3.2.1 - REGIME LIVRE

A resposta do modelo analítico para o regime livre é determinada pela amplitude de pico (equação (3.17)), pelo período entre impactos sucessivos (equação (3.18)), pelo movimento de rotação entre os impactos (equação (3.2)), pela frequência natural (equação (3.3)) e pelo coeficiente de balanço energético (equação (3.9)). Os parâmetros que determinam esta resposta estão apresentados na Tabela 4.2. De modo a obedecer à hipótese de $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$, assumida por Housner (1963), considerou-se uma rotação inicial (θ_0), para o caso de estudo, de $0,05 \text{ rad}$.

Tabela 4.2 - Parâmetros do modelo analítico de Housner.

Modelo	Rot. Inicial $\theta_0 \text{ (rad)}$	Âng. Diagonal $\alpha \text{ (rad)}$	Freq. Natural $p \text{ (Hz)}$	Coef. Bal. Ener. r
1	0,050	0,245	3,815	0,828

A evolução da amplitude de pico ao longo dos sucessivos impactos é dependente do coeficiente de restituição (r) e da rotação inicial do bloco (θ_0). Para o caso do bloco do modelo 1, está apresentada na Figura 4.3 o gráfico das amplitudes de pico do bloco em função da sucessão de impactos n .

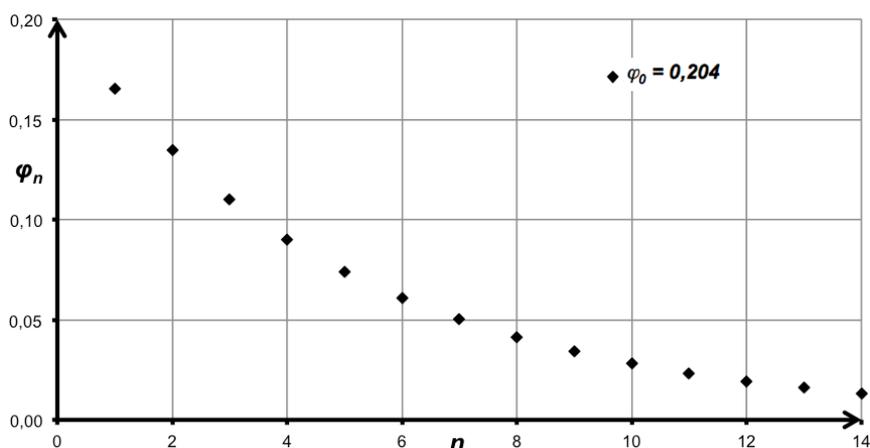


Figura 4.3 - Amplitudes de pico do modelo 1 ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

O período de oscilação entre impactos sucessivos é dependente da frequência natural de oscilação do contacto (p), do coeficiente de balanço energético (r) e da rotação inicial do bloco (θ_0). Para os sucessivos períodos de oscilação após o n -ésimo impacto o gráfico é o apresentado na Figura 4.4.

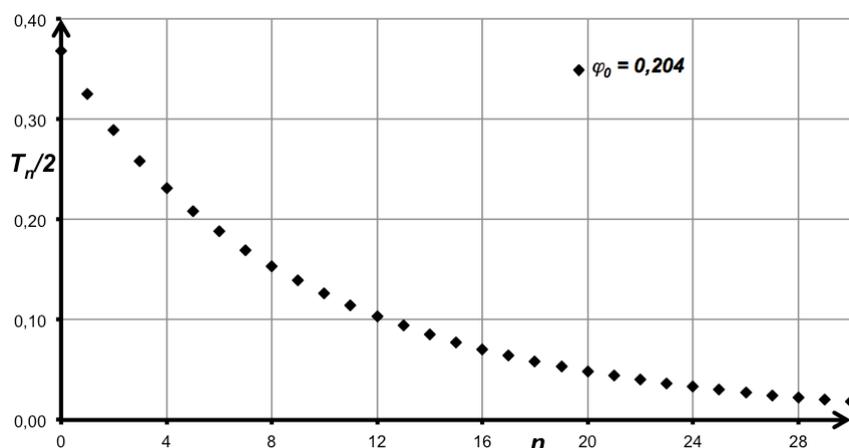


Figura 4.4 - Períodos de oscilação do modelo 1 ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

A curva da rotação do modelo analítico de Housner é obtida aplicando a cada impacto n a equação (3.2) que descreve a rotação até ao instante antes do impacto $n + 1$, impondo-lhe as condições descritas pelas equações (3.17) e (3.18), nomeadamente, a amplitude inicial que corresponderá à amplitude de pico n (φ_n). O gráfico que descreve a resposta analítica da rotação do modelo 1 está apresentada na Figura 4.5.

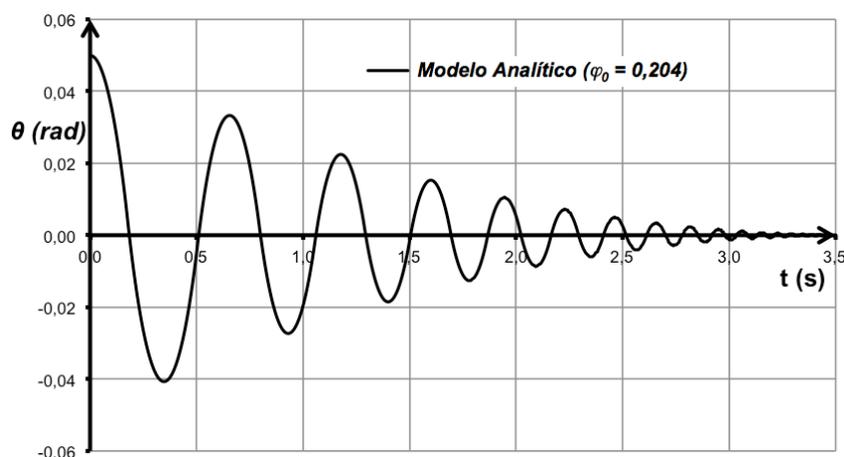


Figura 4.5 - Curva de rotação em ordem ao tempo ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$). [do Autor]

4.3.2.2 - REGIME FORÇADO

O modelo analítico para o regime forçado é construído a partir da formulação do regime livre. Assim, todos os pressupostos e simplificações considerados nesse regime, são agora, também, assumidos no regime forçado. O objectivo do estudo do regime forçado é calcular o colapso quando a base é sujeita a uma aceleração sinusoidal, na forma da equação (3.20). A resposta do modelo analítico para o colapso é dada pela equação (3.28), a qual depende dos parâmetros do bloco α e p , e dos parâmetros que definem a aceleração sinusoidal a e T . Esta resposta assume a forma de uma curva que estabelece o valor mínimo da amplitude (a) que provoca o colapso do bloco em função de α , p e ω . Para construir a resposta correspondente ao caso de estudo, começa-se pela atribuição de

valores sucessivos a ω/p , entre 0 e 2, a partir dos quais se obtêm os respectivos valores de $a/g\alpha$, através da equação de Kirkpatrick (1927). No gráfico da Figura 4.6 é apresentada a resposta da curva de colapso para o caso de estudo.

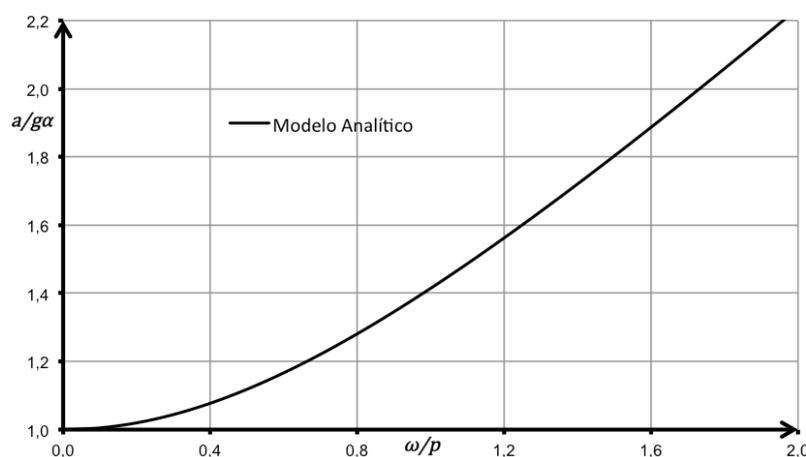


Figura 4.6 - Curva de colapso do modelo 1. [do Autor]

4.3.3 - DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PARA O REGIME LIVRE

Para o modelo numérico reproduzir o mais aproximadamente possível a resposta do modelo analítico de Housner (1963), tem de se verificar, o melhor possível, as hipóteses assumidas na formulação em que esse estudo se sustenta. Para tal, no modelo numérico tem que se minimizar o escorregamento do bloco em relação à base e estabelecer o material do bloco e da base como indeformável (material rígido). Portanto, adopta-se para o modelo numérico um coeficiente de atrito elevado ($\phi = 89^\circ$), de modo a minimizar o escorregamento, e blocos de material indeformável, para o bloco e para a base, de forma a que o material seja rígido. O modelo de elementos discretos correspondente à descrição das Tabelas 4.1 e 4.2, está apresentado na Figura 4.7, para o estado inicial de repouso do regime livre ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Para concluir, o ajustamento do modelo numérico à resposta analítica de Housner, deve definir a perda de energia mecânica em cada impacto. Como no estudo de Housner (1963), o amortecimento do sistema é desprezado e a perda de energia durante o impacto é representada por intermédio do coeficiente de balanço energético (r). Todavia, no método dos elementos discretos esta perda de energia não pode ser recriada directamente. Entre as várias hipóteses que o método dos elementos discretos dispõe para simular esta perda de energia, no presente estudo encontram-se duas: pelo modelo constitutivo do contacto entre o bloco e a base; e pelo amortecimento do sistema. Como no estudo de Housner (1963), o amortecimento é nulo, considera-se para o presente caso o comportamento mecânico do contacto. O comportamento mecânico dum contacto entre dois blocos de elementos discretos é definido pelo modelo constitutivo desse contacto. Assim, para calibrar a resposta do modelo numérico definiu-se, no presente trabalho, o amortecimento como nulo e adoptou-se o modelo de Mohr-Coulomb para o modelo constitutivo do contacto.

Como se verá no parágrafo seguinte, a rigidez normal e a rigidez tangencial do contacto conseguem simular a perda de energia mecânica do bloco, definida por Housner (1963), associada ao impacto. Para além da rigidez, o modelo de Mohr-Coulomb é definido pela tensão limite e pela tensão de coesão, mas como os valores destes parâmetros são inerentes ao material do bloco usado, não são alterados considerando-os no processo de ajustamento.

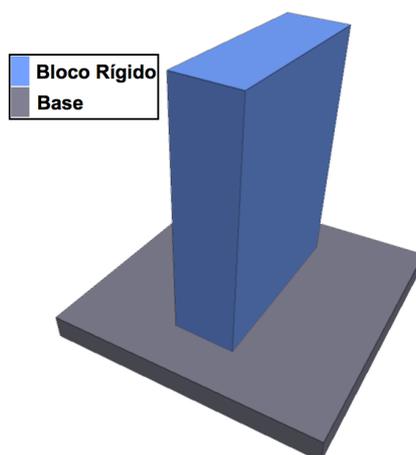


Figura 4.7 - Modelo de elementos discretos ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

4.3.4 - PROPOSTA DE MÉTODO PARA CALIBRAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONTACTO DO MODELO NUMÉRICO – MÉTODO DE CALIBRAÇÃO 1

Na formulação dos elementos discretos, o comportamento mecânico do contacto pontual é representado por um amortecedor e duas molas elásticas (uma normal e outra tangencial). Como na formulação de Housner (1963), o amortecimento é nulo, no presente estudo teve-se em conta que o contacto do modelo numérico é formado apenas pelas duas molas elásticas. No instante em que o contacto se estabelece, a mola transmite ao bloco uma força contrária ao seu movimento, a qual se anula quando o contacto deixa de estar comprimido. No caso em que o bloco oscila em regime livre, esta força depende só da rigidez do contacto, uma vez que o amortecimento é nulo. O contacto no instante do impacto do bloco na base é definido por dois pontos, os quais estão comprimidos. A perda de energia mecânica do bloco devido ao impacto, definida por Housner através do coeficiente de restituição (μ), é simulada no modelo de elementos discretos de forma contínua ao longo de todo o movimento de oscilação do bloco, pelo comportamento mecânico do contacto. Sendo a simulação da perda de energia do modelo feita através do comportamento mecânico do contacto, o ajustamento entre a resposta numérica, com perda de energia contínua, e a resposta analítica, com perda de energia no impacto é realizado através da variação dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto. Os valores dos parâmetros do modelo do contacto a calibrar são a rigidez normal (K_N), a rigidez tangencial (K_S) e o ângulo de atrito (ϕ). Para calibrar estes três parâmetros propõe-se no presente

trabalho uma metodologia de modo a que o modelo simule, o mais próximo possível, o comportamento do bloco rígido de Housner. Esta metodologia pode ser dividida em duas etapas, as quais se apresentam de seguida.

4.3.4.1 - ETAPA 1 – RIGIDEZ NORMAL E RIGIDEZ TANGENCIAL

Em primeiro lugar, para isolar os efeitos de cada uma das constantes de rigidez das molas que definem o modelo constitutivo do contacto (K_N e K_S) considerou-se um valor idêntico para estas duas constantes.

A calibração da rigidez do contacto é, então, efectuada, definindo-se para este parâmetro um valor inicial, variando-o até que o modelo numérico reproduza a resposta do modelo analítico de Housner. O valor inicial adoptado para a rigidez do contacto foi de 1 MPa/m . No entanto, para este valor ocorreu interpenetração entre os blocos, o que não é aceitável, por isso, aumentou-se a rigidez para 1 GPa/m . No gráfico da Figura 4.8 observa-se a resposta do modelo numérico para este valor de rigidez e a resposta do correspondente modelo analítico de Housner. Constata-se nesse gráfico que, após o primeiro impacto, os valores das amplitudes de pico do modelo numérico distanciam-se dos correspondentes valores do modelo analítico (para valores maiores). De facto, para um mesmo impacto no modelo numérico não se perde tanta energia mecânica como no caso do modelo analítico de Housner (1963).

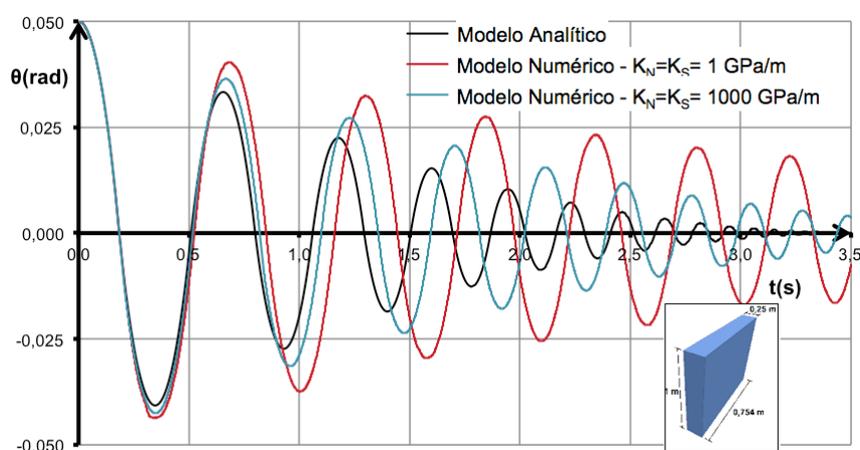


Figura 4.8 - Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Para que no modelo numérico ocorresse uma maior perda de energia mecânica, aumentou-se sucessivamente a rigidez do contacto. Apesar das respostas convergirem cada vez mais nas sucessivas iterações, nas quais se aumentou o valor da rigidez, a partir do valor de 10^3 GPa/m a execução do modelo numérico torna-se demasiado morosa para se considerar o modelo eficiente. Na Figura 4.8 apresenta-se, ainda, a resposta numérica para a rigidez do contacto de 10^3 GPa/m . Da sua análise, percebe-se que com este valor de K_N as amplitudes de pico da resposta numérica se aproximam da resposta analítica, o mesmo acontecendo com o período de oscilação entre impactos sucessivos. Esta resposta

numérica pode ser analisada isoladamente, efectuando-se o mesmo procedimento para a amplitude de pico e para o período de oscilação entre impactos. Deste modo, compararam-se na Figura 4.9 as respostas numéricas com o modelo analítico para diferentes valores destes dois parâmetros que regem a oscilação do bloco rígido (equações (3.17) e (3.18)).

Da Figura 4.9 conclui-se que o aumento da rigidez do contacto provoca um decréscimo das amplitudes de pico da resposta numérica. Na Tabela 4.3 apresentam-se para os modelos numéricos com $K_N = 1\text{GPa/m}$ e $K_S = 1\text{GPa/m}$ os valores das amplitudes de pico após o impacto n , e a variação relativamente à resposta analítica. Dos valores dos erros de cada pico, relativamente à resposta analítica, observa-se que para nenhuma das iterações a variação é inferior a 10%. Para as iterações expostas na Tabela 4.3, percebe-se que um aumento de 1000 vezes da rigidez do contacto resulta numa diminuição para metade das diferenças relativamente ao modelo analítico. No entanto, este aumento da rigidez não resultou, mesmo assim, numa boa calibração da resposta numérica com a resposta analítica.

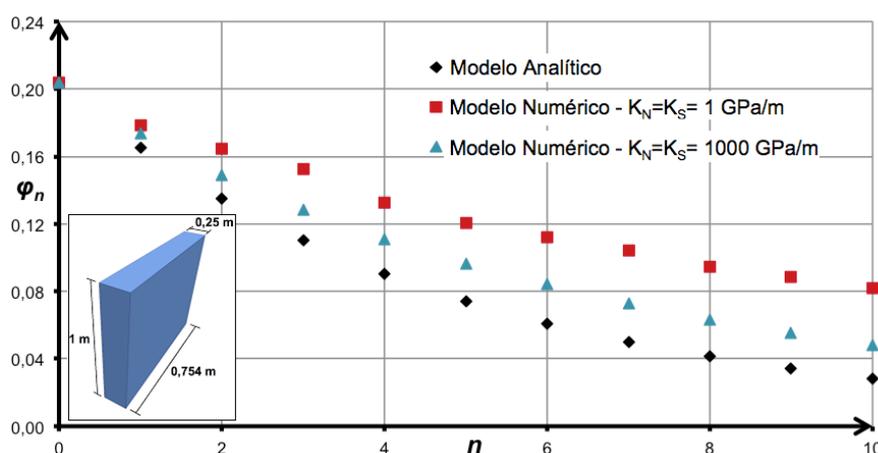


Figura 4.9 - Calibração da rigidez do contacto através da amplitude de pico (φ_n), após o impacto n ; Modelo analítico versus modelos numéricos ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Ao efectuar-se a mesma análise para os períodos de oscilação (Figura 4.10), observou-se que o aumento da rigidez do contacto provocou, também neste caso, uma translação descendente da resposta numérica segundo o eixo dos períodos de oscilação. Verifica-se que o período de oscilação entre impactos sucessivos da resposta numérica diminuiu devido ao aumento da rigidez do contacto.

Na Tabela 4.4 apresentam-se os valores da resposta numérica para o período de oscilação entre impactos sucessivos da calibração, e a variação relativamente à resposta analítica. Como se observa nessa tabela, a variação relativamente ao modelo analítico diminuiu para um mesmo impacto n , ao aumentar do valor da rigidez do contacto. Para as iterações apresentadas na Tabela 4.4, a variação só é inferior a 10% para os primeiros dois picos. Igualmente se observa nessa tabela que um aumento de 1000 vezes no valor de K_N conduz a uma variação de aproximadamente 13% na diferença entre os resultados numérico e

analítico. Desta forma, conclui-se que, apesar da resposta numérica convergir para a resposta analítica com o aumento da rigidez K_N não se consegue obter uma concordância perfeita entre estas respostas.

Tabela 4.3 - Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_N=K_S=1 \text{ GPa/m}$		$K_N=K_S=1000 \text{ GPa/m}$	
	φ_n	%	φ_n	%
0	0,204	-0,1%	0,204	-0,1%
1	0,179	7,9%	0,174	5,0%
2	0,165	22,1%	0,149	10,3%
3	0,153	38,7%	0,128	16,6%
4	0,132	46,6%	0,111	22,9%
5	0,121	62,7%	0,097	30,2%
6	0,112	84,2%	0,084	37,9%
7	0,104	108,2%	0,073	45,3%
8	0,095	128,8%	0,063	53,4%
9	0,089	160,1%	0,055	62,3%
10	0,082	191,6%	0,048	70,9%

Pela comparação entre os valores das Tabelas 4.4 e 4.3, constata-se que para qualquer valor da rigidez normal, o período de oscilação entre impactos sucessivos da resposta numérica, é mais próxima do resultado analítico, do que no caso das respectivas amplitudes de pico.

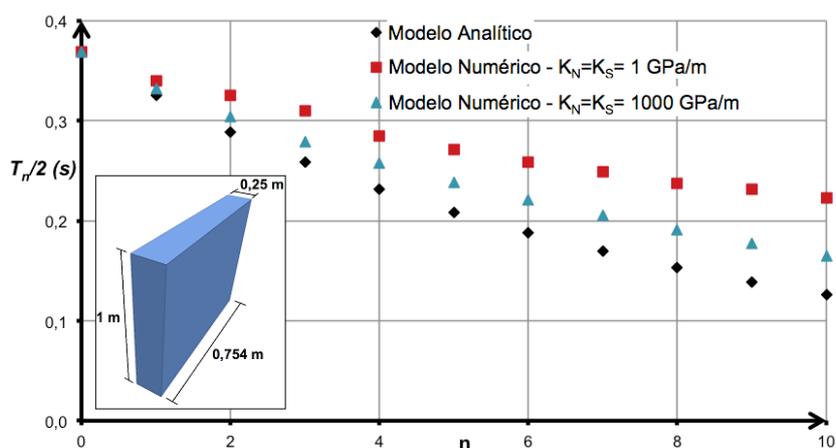


Figura 4.10 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos para calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Para contornar a discrepância anteriormente constatada na convergência entre as componentes da resposta da curva de rotação, adoptaram-se valores diferentes para as componentes normal e tangencial da rigidez do contacto. Para saber qual o valor a adoptar para estas componentes, executou-se o modelo numérico, considerando valores diferentes e semelhantes para essas duas componentes. Das análises efectuadas, observou-se que a componente tangencial da rigidez é, para além do atrito, responsável pela ocorrência ou não de escorregamento do bloco relativamente à base. Abaixo de um certo valor da rigidez tangencial do contacto, a hipótese assumida por Housner (1963) não é verificada, sendo

necessário incorporar um valor suficiente para que se garanta a verificação desta hipótese. Como não é pretensão deste estudo obter exactamente esse valor mínimo, considerou-se suficiente adoptar um valor que garanta a verificação desta hipótese. Assim, fixou-se o valor da rigidez tangencial do contacto em 5 GPa/m . Para este valor da rigidez tangencial, o valor da rigidez normal do contacto foi calculado por iterações, até que a resposta numérica se assemelhasse à analítica. Na Figura 4.11 está apresentado este processo iterativo, pelas correspondentes curvas de rotação.

Tabela 4.4 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_r/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_N=K_S=1 \text{ GPa/m}$		$K_N=K_S=1000 \text{ GPa/m}$	
	$T_r/2$	%	$T_r/2$	%
0	0,369	0,4%	0,369	0,3%
1	0,340	4,6%	0,332	2,3%
2	0,325	12,5%	0,304	5,1%
3	0,310	20,1%	0,279	8,1%
4	0,285	23,0%	0,257	11,2%
5	0,271	30,0%	0,238	14,3%
6	0,258	37,5%	0,221	17,6%
7	0,249	46,8%	0,205	20,9%
8	0,237	54,6%	0,191	24,2%
9	0,231	66,2%	0,177	27,6%
10	0,223	77,2%	0,165	30,9%

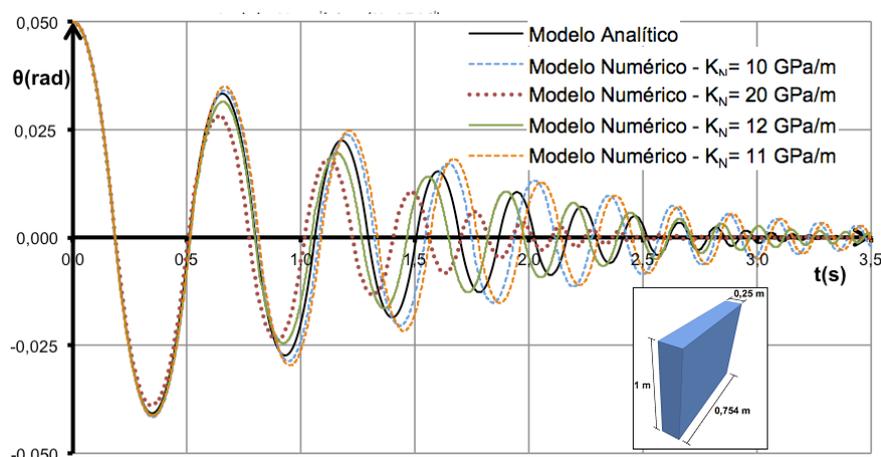


Figura 4.11 - Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Do que se observa da Figura 4.11, a resposta numérica para um valor da rigidez normal do contacto de 12 GPa/m é a que melhor se adapta à resposta analítica. Esta convergência foi avaliada, analisando-se as duas componentes da rotação: a amplitude de pico e o período de oscilação entre impactos. A distribuição da amplitude de pico numérico, para um valor da rigidez normal do contacto de 12 GPa/m , tem a forma gráfica representada na Figura 4.12.

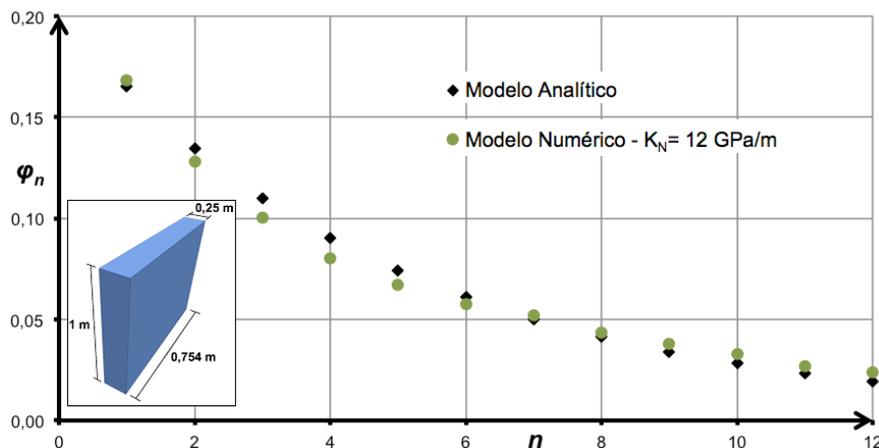


Figura 4.12 - Amplitude de pico (φ_n), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Os valores das amplitudes de pico da resposta numérica para um valor da rigidez normal do contacto de 12 GPa/m , coincidem, praticamente, com as amplitudes de pico da resposta analítica. Na tabela 4.5 estão patentes esses valores para os primeiros dez impactos e o respectivo erro relativamente à resposta analítica. Para estes impactos, a resposta numérica não se afastou da analítica em mais de 16%, pelo que o ajustamento da amplitude de pico pode ser considerado aceitável para este valor da rigidez normal.

Tabela 4.5 - Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_S=5$ e $K_N=12$ (GPa/m)	
	φ_n	%
0	0,204	-0,1%
1	0,168	1,6%
2	0,128	-4,8%
3	0,100	-8,8%
4	0,080	-11,3%
5	0,067	-9,3%
6	0,057	-5,7%
7	0,052	3,6%
8	0,044	5,3%
9	0,038	10,4%
10	0,033	15,9%

No caso dos períodos de oscilação entre impactos sucessivos da resposta do modelo numérico correspondente à mesma iteração da rigidez normal do contacto, estes coincidem com os valores da resposta do modelo analítico. Na Figura 4.13 está apresentado o gráfico que reproduz a resposta da evolução do período de oscilação em função do número de impactos n , dos modelos analítico e numérico. Deste gráfico, observa-se que a resposta numérica para um valor da rigidez normal do contacto de 12 GPa/m , ajusta-se, aceitavelmente, à curva de Housner para os períodos de oscilação.

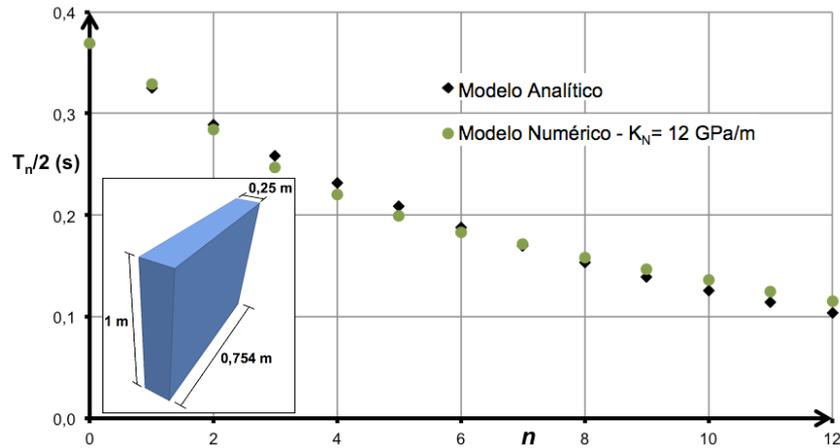


Figura 4.13 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Para uma análise quantitativa da componente do período de oscilação, da curva de rotação, apresenta-se na Tabela 4.6 os valores da resposta numérica e os correspondentes erros, relativamente ao mesmo impacto da resposta analítica. Da sua análise, observa-se que para os primeiros 10 impactos a diferença entre a resposta analítica e a resposta numérica, de $T_n/2$, é inferior a 9%, o que se pode considerar um bom ajuste.

Tabela 4.6 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_S=5$ e $K_N=12 \text{ (GPa/m)}$	
	$T_n/2$	%
0	0,369	0,3%
1	0,329	1,2%
2	0,284	-1,6%
3	0,247	-4,4%
4	0,220	-4,9%
5	0,199	-4,6%
6	0,183	-2,7%
7	0,172	1,3%
8	0,158	3,2%
9	0,147	5,9%
10	0,136	8,3%

Pela análise das Tabelas 4.5 e 4.6, constata-se que para o modelo numérico com rigidez normal de 12 GPa/m , a tendência do erro do período ser aproximadamente metade do erro da amplitude de pico mantém-se. Apesar da resposta numérica se ajustar aceitavelmente à analítica, ainda se procurou um maior ajustamento entre estas respostas. Este refinamento não foi obtido pela continuação da iteração da rigidez, contudo a partir da alteração do valor do ângulo de atrito para o modelo numérico, com os valores da rigidez tangencial e normal do contacto de 5 GPa/m e de 12 GPa/m , respectivamente.

4.3.4.2 - ETAPA 2 – ÂNGULO DE ATRITO

A força de atrito é uma força contrária ao movimento de escorregamento do bloco sobre a base onde este apoia. A magnitude da máxima força de atrito é dependente do tipo das superfícies em contacto, e é proporcional à força de compressão a actuar no contacto, neste caso o peso próprio do bloco. Destes factores, só o ângulo de atrito entre as superfícies pode ser alterado. Pela análise da curva de rotação apresentada na Figura 4.11, percebe-se que para a resposta numérica correspondente à rigidez normal de contacto de 12 GPa/m é necessário que no modelo de elementos discretos ocorra uma menor perda de energia, de modo a aproximar-se, ainda mais, da resposta analítica. Para tal, a intensidade máxima da força de atrito foi reduzida, baixando-se o valor do ângulo de atrito.

Para os valores da rigidez tangencial e da rigidez normal do contacto de 5 GPa/m e de 12 GPa/m , respectivamente, o ângulo de atrito foi reduzido até que a resposta numérica coincidissem com a analítica. Como a resposta deste modelo se afastou do modelo analítico, com a redução do ângulo de atrito, reduziu-se também o valor da rigidez normal para 11 GPa/m . Assim, para um valor do ângulo de atrito de 30° , verificou-se a convergência entre estas duas respostas, as quais estão apresentadas na Figura 4.14.

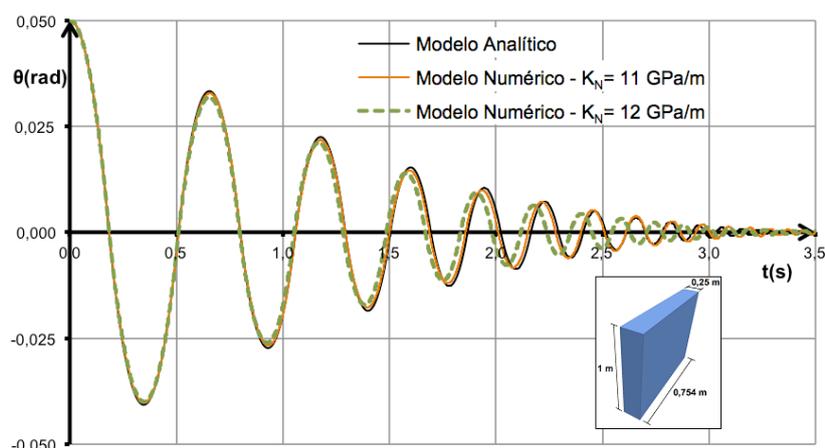


Figura 4.14 - Rotação do bloco em ordem ao tempo, do modelo analítico e do modelo numérico, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $\phi = 30^\circ$ ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Ao analisar a amplitude de pico da resposta do modelo com o valor da rigidez normal de 11 GPa/m , observou-se que esta se ajustou às amplitudes de pico da resposta analítica. As correspondentes amplitudes de pico das respostas analítica e numérica estão apresentadas na Figura 4.15. Deste gráfico, constata-se que com a diminuição do ângulo de atrito, a amplitude de pico diminuiu, tendo-se melhorado o ajustamento da curva das amplitudes de pico da resposta numérica à resposta analítica.

De forma quantitativa, apresentam-se na Tabela 4.7 os valores da amplitude de pico para as respostas numéricas correspondentes aos ângulos de atrito avaliados. Da sua análise percebe-se que ao diminuir o ângulo de atrito a correspondente amplitude de pico de cada

impacto diminuiu, daí que o comportamento dinâmico do bloco de elementos discretos se aproxima mais do comportamento dinâmico do modelo analítico de Housner (1963).

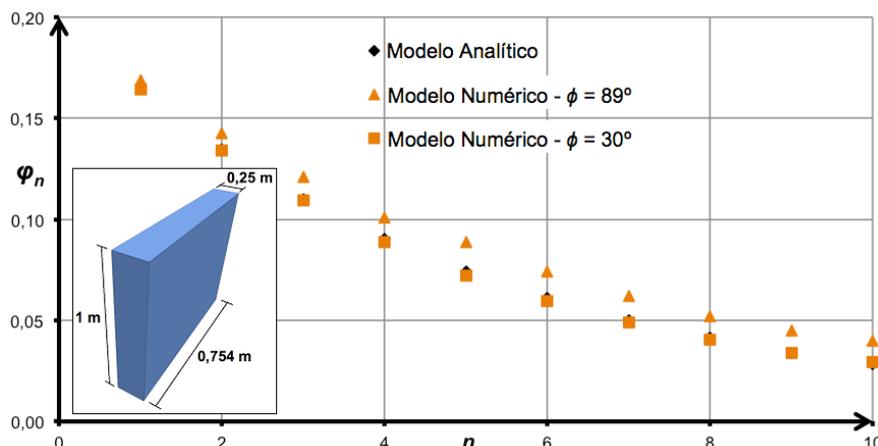


Figura 4.15 - Amplitude de pico (φ_n), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $K_N = 11 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Tabela 4.7 - Amplitude de pico (φ_n) do modelo numérico e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_S=5$ e $K_N=11$ (GPa/m)			
	$\phi = 89^\circ$		$\phi = 30^\circ$	
	φ_n	%	φ_n	%
0	0,204	-0,1%	0,204	-0,1%
1	0,169	2,1%	0,164	-0,6%
2	0,143	5,9%	0,134	-0,6%
3	0,121	10,0%	0,109	-0,9%
4	0,101	11,8%	0,089	-1,5%
5	0,089	19,9%	0,072	-2,4%
6	0,074	21,9%	0,060	-2,3%
7	0,062	23,4%	0,049	-2,2%
8	0,052	26,3%	0,040	-2,4%
9	0,045	32,2%	0,034	-0,4%
10	0,040	41,0%	0,029	3,5%

Ao efectuar uma análise semelhante para os períodos de oscilação entre impactos, obteve-se a sua distribuição em função dos impactos, a qual é apresentada na Figura 4.16. Embora com menos intensidade que nas amplitudes de pico, a diminuição do ângulo de atrito diminuiu os períodos entre impactos, o que levou a uma translação descendente da respectiva curva, segundo o eixo dos períodos. Esta translação aproximou esta resposta da resposta analítica.

Ao analisar a resposta numérica, para os períodos de oscilação em função dos impactos precedentes, de forma quantitativa, constata-se que foi obtida uma resposta numérica, para os primeiros dez impactos com um diferença inferior a 3% da resposta analítica. Os valores dos períodos entre impactos sucessivos dos modelos numéricos, e o erro relativo à resposta

analítica do mesmo parâmetro estão apresentados na Tabela 4.8. Conclui-se destes valores que a diminuição do ângulo de atrito também provoca uma diminuição do valor de cada período de oscilação.

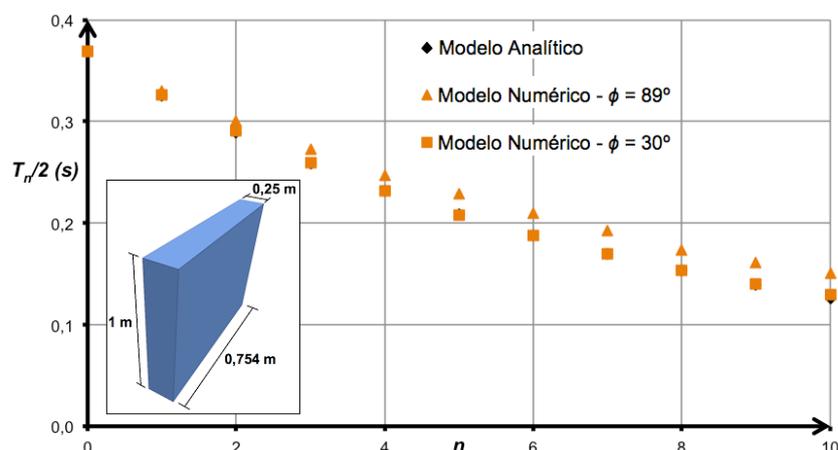


Figura 4.16 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$), após o impacto n , do modelo analítico e dos modelos numéricos, para $K_S = 5 \text{ GPa/m}$ e $K_N = 11 \text{ GPa/m}$, da calibração da rigidez do contacto ($\theta_0 = 0,05 \text{ rad}$).

Tabela 4.8 - Período de oscilação entre impactos sucessivos ($T_n/2$) e variação (%) relativa ao modelo analítico.

Impacto n	$K_S=5$ e $K_N=11$ (GPa/m)			
	$\phi = 89^\circ$		$\phi = 30^\circ$	
	$T_n/2$	%	$T_n/2$	%
0	0,369	0,3%	0,369	0,3%
1	0,330	1,4%	0,326	0,4%
2	0,300	4,0%	0,291	0,6%
3	0,273	5,7%	0,259	0,4%
4	0,247	6,7%	0,232	0,1%
5	0,229	10,0%	0,208	-0,3%
6	0,209	11,4%	0,187	-0,3%
7	0,193	13,7%	0,169	-0,2%
8	0,174	13,3%	0,153	-0,2%
9	0,161	15,9%	0,140	0,7%
10	0,150	19,2%	0,129	2,6%

4.3.4.3 - OBSERVAÇÕES SOBRE O MÉTODO APRESENTADO

Para a metodologia de calibração apresentada, conclui-se que, para um modelo numérico com uma rigidez normal de 11 GPa/m , uma rigidez tangencial de 5 GPa/m e um ângulo de atrito de 30° , a sua resposta converge para a resposta analítica com uma diferença para a amplitude de pico e para o período de oscilação entre impactos inferior a 4%.

Apesar do bom ajustamento obtido pela metodologia proposta deve ser referido e explicado que a hipótese de não escorregamento do bloco relativamente à base não é cumprida. Tal não se sucedeu só nos modelos numéricos em que se reduziu o ângulo de atrito, verifica-se

em todos os modelos cujo contacto tem um comportamento elástico-plástico. Sendo constante a rigidez associada ao ponto de contacto, em cada passo de tempo a força de interacção no contacto vai provocar um deslocamento tangencial no contacto. Devido à rigidez tangencial ser muito elevada este deslocamento será de uma grandeza microscópica. O mesmo se passa na direcção normal ao contacto devido ao elevado valor da rigidez normal.

A diminuição do ângulo de atrito, embora tenha o efeito de aumentar o escorregamento do bloco relativamente à base, não provoca um deslocamento considerável. Mesmo para o valor mínimo considerado do ângulo de atrito não se verificaram deslocamentos relevantes.

Este escorregamento, apesar de não ser visível a nível macroscópico, dá-se nos pontos de contacto a partir dos quais tem efeito no amortecimento do contacto (e, conseqüentemente, no amortecimento do sistema). Este amortecimento é simulado no modelo de Housner (1963) através do coeficiente de restituição (μ). Pelo que o Método de Calibração 1 se ajusta bem à perda de energia associada ao impacto.

4.3.5 - SIMULAÇÃO DO REGIME FORÇADO

No presente estudo, a simulação do regime forçado, nomeadamente de uma aceleração sinusoidal a actuar na base, teve como objectivo estabelecer qual o valor mínimo da aceleração que provoca o colapso do bloco para uma determinada frequência angular. A partir da resposta do modelo numérico em regime forçado, construiu-se o campo das amplitudes mínimas, em ordem à frequência angular, que provocam o colapso do bloco.

Como o programa de cálculo 3DEC não permite a aplicação directa de uma aceleração, esta foi introduzida na forma de velocidade. Para contornar esta limitação do programa de cálculo 3DEC, conforme explicado no parágrafo 4.2.3, a forma de aplicar a aceleração é por intermédio duma história de velocidades. Note-se que, daqui em diante, esta forma indirecta de aplicar a aceleração poderá levar a algumas discrepâncias nas respostas, visto que durante a integração os valores da aceleração poderão não corresponder exactamente à correspondente velocidade aplicada.

Para a definição do regime forçado, Housner (1963) estabeleceu que, no instante inicial da aplicação da aceleração sinusoidal, o valor era tal que o movimento de oscilação começava imediatamente. Na formulação de Housner este requisito era garantido pelo ângulo de fase (ψ), que coloca o bloco a oscilar no instante inicial para o valor mínimo da aceleração na base. No modelo numérico, o ângulo de fase (ψ) também é introduzido, mas por intermédio da velocidade imposta na base. Na resposta do modelo numérico observou-se que a aceleração da base, no instante inicial, é sempre superior ao correspondente valor que resulta do ângulo de fase. Assim, percebeu-se que a integração efectuada sofre um ligeiro desvio, aumentando o valor da aceleração inicial imposta à base. Este desvio também se

deve ao facto do peso próprio não ser a única força que contraria no modelo numérico o movimento de oscilação do bloco. Apesar do amortecimento ser nulo, a elevada rigidez do contacto provoca uma força de inércia no bloco, contrária ao sentido da oscilação. Apesar de ser pertinente este fenómeno, não é mais aprofundado neste trabalho, porque está fora do seu âmbito.

O código do modelo numérico construído para simular este regime deve obedecer aos pressupostos assumidos para o regime livre, que são os mesmos adoptados na formulação de Housner para o regime forçado. O modelo constitutivo do contacto será, também, semelhante ao adoptado para o regime livre. Os parâmetros que definem o comportamento mecânico desse contacto também serão semelhantes, sendo adoptados os parâmetros obtidos pela calibração descrita no parágrafo anterior. Assim, definiu-se o modelo constitutivo do contacto com os valores da rigidez normal de 11 GPa/m , da rigidez tangencial de 5 GPa/m e do ângulo de atrito de 30° .

Para identificar qual a amplitude mínima que origina o colapso, em função da frequência angular, o modelo numérico foi definido em função do quociente ω/p . Sendo necessário que se verifiquem as condições mínimas de colapso, segundo o critério estabelecido por Housner a partir da análise estática, no modelo numérico a amplitude mínima de colapso (a_{\min}), para uma determinada frequência angular (ω), corresponde à amplitude (a) imposta no modelo que, para o instante em que a aceleração sinusoidal (a_s) se anula, provoca uma rotação no bloco (θ) superior e o mais próxima possível do ângulo α ($\theta \geq \alpha$). Na prática, o processo de procurar o valor mínimo da amplitude de colapso foi iterativo, realizando-se até se encontrar um valor mínimo da amplitude que provocava o colapso. O valor assim obtido não é o exacto, mas sim um minorante das condições de colapso. Na Tabela 4.9 apresentam-se as respostas dos modelos numérico e analítico para os valores mínimos da amplitude de colapso (a_{\min}) correspondentes a um campo de valores de ω/p de 0,0 a 2,0.

Tabela 4.9 - Amplitude mínima de colapso (a_{\min}) para os modelos numérico e analítico e variação (%) relativa ao modelo analítico.

ω/p	$a_{\min} \text{ (m/s}^2\text{)}$		%
	Housner	3DEC	
0,0	2,401	2,445	1,8%
0,2	2,448	2,496	2,0%
0,4	2,586	2,628	1,6%
0,6	2,800	2,847	1,7%
0,8	3,075	3,133	1,9%
1,0	3,395	3,481	2,5%
1,2	3,750	3,874	3,3%
1,4	4,130	4,374	5,9%
1,6	4,530	4,890	8,0%
1,8	4,944	5,446	10,2%
2,0	5,368	6,117	13,9%

Ao analisar as diferenças entre as respostas do modelo numérico e do analítico, compiladas na Tabela 4.9, depreende-se que a resposta do modelo numérico se encontra razoavelmente ajustada à resposta do modelo analítico de Housner (variação máxima de 14%). A partir das respostas do modelo numérico, apresentadas na Tabela 4.9, foi possível reproduzir o gráfico que relaciona as amplitudes mínimas de colapso com a correspondente frequência angular. Esse gráfico é apresentado na Figura 4.17, para as respostas analítica e numérica.

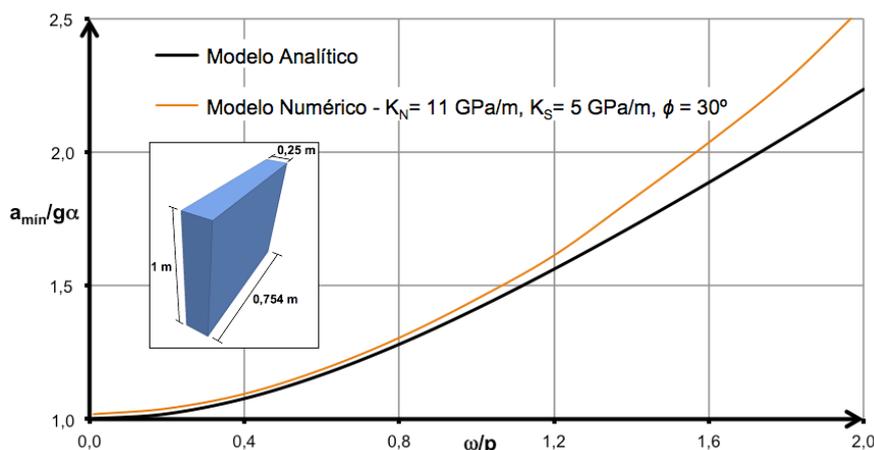


Figura 4.17 - Relação de colapso de um bloco rígido.

Na figura 4.17 observa-se que para os quocientes ω/p superiores a 1,2, a resposta numérica da amplitude mínima de colapso começa a distanciar-se da correspondente resposta analítica, com um erro superior a 5%. A discrepância entre os resultados numéricos e analíticos é devida à não verificação, na sua plenitude, das hipóteses assumidas por Housner (1963), em particular, na verificação da aceleração mínima para originar o movimento de oscilação do bloco, no instante inicial da aplicação da excitação. Esta discrepância foi verificada quando se calcularam as amplitudes mínimas de colapso e se registaram as acelerações aplicadas à base no instante inicial no modelo numérico. Estas acelerações são comparadas com as correspondentes acelerações iniciais do modelo analítico e os seus valores estão apresentados na Tabela 4.10.

Pela análise da Tabela 4.10, comprova-se que, com o aumento da frequência angular, os valores numéricos da aceleração inicial aumentam, os quais, segundo Housner, deveriam ser constantes. Isto deve-se ao facto do programa de cálculo 3DEC integrar os valores da velocidade introduzidos para obter a aceleração do modelo numérico. Se a percentagem do erro das acelerações iniciais for reduzida aos valores das amplitudes mínimas de colapso da resposta numérica, reduz-se a menos de 2% o valor do erro deste parâmetro, o que corrobora que a não ocorrência da aceleração mínima no instante inicial, provoca este desvio relativamente ao modelo analítico. Esta diferença pode ser desprezada para valores do quocientes ω/p inferiores a 1, visto o erro ser inferior a 5%. O aumento deste erro para valores de ω/p superiores a 0,8 pode ser explicado com a diminuição do número de integrações efectuadas pelo programa de cálculo. Como cada integração está anexada a um intervalo de tempo fixo e o tempo de execução do modelo numérico corresponde a

metade do primeiro ciclo de oscilação da aceleração sinusoidal, quanto maior for este período, maior será o número de integrações a efectuar pelo programa de cálculo. Em suma, como o aumento do período é inversamente proporcional ao quociente ω/p , quanto menor for ω/p maior será o número de integrações efectuadas e, conseqüentemente, haverá uma maior aproximação do modelo analítico.

Tabela 4.10 - Aceleração no instante inicial para os modelos numérico e analítico e variação (%) relativa ao modelo analítico.

ω/p	Aceleração inicial (m/s^2)		%
	Housner	3DEC	
0,0	2,377	2,401	1,0%
0,2	2,377	2,408	1,3%
0,4	2,377	2,424	2,0%
0,6	2,377	2,451	3,1%
0,8	2,377	2,489	4,7%
1,0	2,377	2,540	6,8%
1,2	2,377	2,602	9,5%
1,4	2,377	2,683	12,9%
1,6	2,377	2,776	16,8%
1,8	2,377	2,885	21,4%
2,0	2,377	3,021	27,1%

4.3.6 - CONCLUSÕES

No parágrafo 4.3 do presente estudo provou-se que calibrando a rigidez dum modelo de elementos discretos não amortecido, é possível ajustar a resposta numérica à resposta analítica em regime livre. Verificou-se, também, que este valor ajustado da rigidez quando adoptado num modelo numérico que reproduza a resposta para o regime forçado, produz uma resposta numérica satisfatoriamente ajustada à resposta analítica. Este método de calibração assenta basicamente nas seguintes características:

- Define-se por iteração um valor da rigidez tangencial do contacto, que não permita o deslizamento do bloco nem a interpenetração com a base, de modo a considerá-lo fixo durante o restante processo de calibração;
- A partir desse valor da rigidez tangencial, pode iterar-se o valor da rigidez normal do contacto para valores superiores até que a resposta se aproxime o suficiente da resposta analítica;
- Para melhorar o ajustamento da etapa anterior itera-se o valor do ângulo de atrito para os valores da rigidez calibrados anteriormente. Caso esta etapa não melhore o ajustamento, retrocede-se à etapa anterior, adoptando um novo valor da rigidez normal do contacto, e procede-se de novo à iteração do ângulo de atrito.

Na análise do processo de calibração observou-se que o aumento da rigidez do contacto é proporcional à diminuição das amplitudes de pico e à diminuição dos períodos entre impactos sucessivos. Assim, a força de inércia transmitida ao bloco, a oscilar livremente, é capaz de simular a perda de energia deste durante os impactos. No entanto, verifica-se que a componente tangencial e normal desta rigidez influenciam, de modo diferenciado, a intensidade desta força de inércia, visível no ajuste à resposta analítica dos valores dos parâmetros φ_n e $T_n/2$. Conclui-se que calibrando os parâmetros K_N , K_S e ϕ do contacto produz-se um bom ajustamento do modelo numérico ao modelo analítico. Ao adoptar esta metodologia para definir o modelo numérico de elementos discretos em regime livre, os parâmetros fundamentais são α , K_N , K_S e ϕ .

A calibração aqui descrita é válida para a modelação da caixa que será estudada no Capítulo 5. Na modelação dessa caixa calibra-se o valor da rigidez do contacto, entre as paredes e o maciço, utilizando a metodologia anteriormente descrita para cada parede a oscilar em regime livre.

4.4 - REPRODUÇÃO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS DE PEÑA *ET AL.* (2005) EM REGIME DE LIVRE COM O PROGRAMA DE CÁLCULO 3DEC – MÉTODO DE CALIBRAÇÃO 2

4.4.1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo reproduz-se a calibração do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}) efectuada no estudo de Peña *et al.* (2005) com o programa de cálculo UDEC. No entanto, no presente trabalho a calibração foi efectuada com o programa de cálculo tridimensional 3DEC. Este procedimento tem como objectivo confirmar se a equação (3.48), para cálculo do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}), é válida para o programa de cálculo 3DEC e, caso não o seja, deduzir a equação a aplicar por intermédio das constantes C_1 e C_2 .

No presente estudo os resultados experimentais do estudo de Peña *et al.* (2005), foram difíceis de tratar, visto só estarem acessíveis no relatório impresso. Como não se teve acesso ao registo digital com os valores da rotação em ordem ao tempo, digitalizaram-se os gráficos da rotação dos modelos experimentais. Não se espera, portanto, obter uma calibração de grande precisão, sendo apenas um indicador da aplicabilidade da metodologia proposta por Peña *et al.* (2005).

O estudo de Peña *et al.* (2005) fornece a calibração do modelo numérico para o regime livre, mas não analisa a sua aplicabilidade para uma excitação do tipo sinusoidal. Tal não é impeditivo, pois pode adaptar-se as conclusões do regime livre ao caso do regime forçado. Assim, a partir desta calibração é possível definir o coeficiente de amortecimento crítico

(ξ_{min}) para, ainda, o adoptar no caso do regime forçado e, posteriormente, para o estudo da caixa que será feito no Capítulo 5.

4.4.2 - DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE ELEMENTOS DISCRETOS NO PROGRAMA DE CÁLCULO 3DEC

O modelo de elementos discretos tridimensional usado para a reprodução do estudo de Peña *et al.* (2005), é definido da mesma forma que o modelo de elementos discretos bidimensional, descrito no parágrafo 3.3.5. A diferença assenta no facto de o bloco ser definido por um rectângulo, no caso bidimensional, e definido por um paralelepípedo no caso tridimensional.

Como se descreveu no capítulo 2, no modelo de elementos discretos do bloco rígido a oscilar em regime livre, estabelece-se o material do bloco como indeformável, define-se a geometria, adopta-se para o contacto o modelo de Mohr-Coulomb e define-se o amortecimento do sistema por intermédio do amortecimento de Rayleigh. A cada ensaio experimental efectuado no estudo de Peña *et al.* (2005), correspondem, no presente estudo, dois modelos numéricos: um para os valores teóricos dos parâmetros do modelo numérico, e outro para os valores ajustados dos parâmetros do modelo numérico. No entanto, serão definidas apenas duas formas geométricas para o modelo em função dos ensaios experimentais (Figura 4.18).

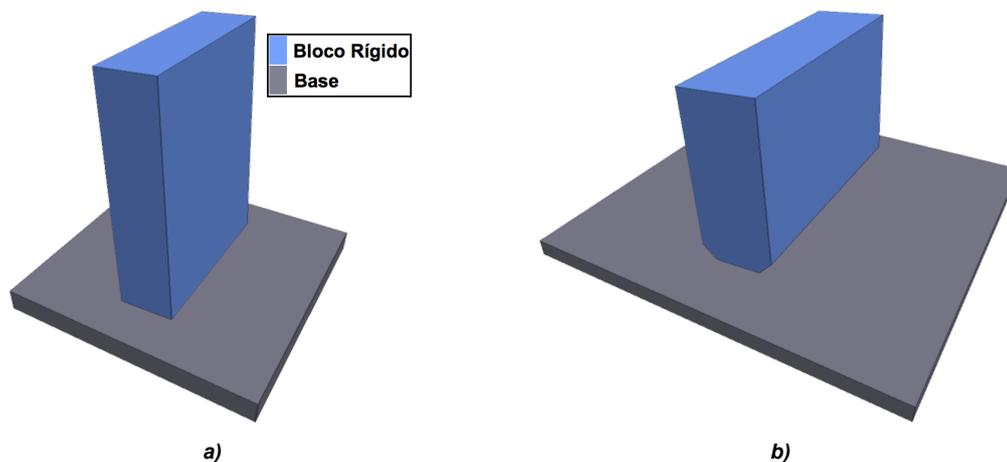


Figura 4.18 - Modelo de blocos rígidos de elementos discretos (3DEC), para simulação dos ensaios em regime livre: a) 1, 2 e 3; e b) 4.

A partir das características dos modelos experimentais, apresentadas na Tabela 3.1, segue-se a metodologia definida no estudo de Peña *et al.* (2005) para calibração do coeficiente de amortecimento crítico. Os resultados dessa calibração são apresentados no parágrafo seguinte.

4.4.3 - DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ DO MODELO NUMÉRICO

Tal como no estudo de Peña *et al.* (2005), para calibrar o modelo de elementos discretos é necessário, em primeiro lugar, calibrar os parâmetros α , p e μ , seguindo a metodologia proposta por Prieto *et al.* (2005). Assim, partiu-se dos valores ajustados dos parâmetros α , p e μ apresentados na Tabela 3.5, adoptando-os nos modelos de elementos discretos (3DEC) para ajustamento do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}) para cada ensaio.

Nos modelos de elementos discretos tridimensionais considera-se a verdadeira espessura ($2e$) dos modelos experimentais e não a espessura unitária, como no estudo de Peña *et al.* (2005). Por esta razão, foram calculados novamente os parâmetros que definem o comportamento mecânico do contacto, nomeadamente a sua rigidez (K) e as variáveis que a definem. Contudo, no cálculo destas variáveis verificou-se que os valores presentes no estudo de Peña *et al.* (2005), contêm algumas discrepâncias, pelo que se achou pertinente repetir estes cálculos. A rigidez foi calculada pela equação (3.37), a qual depende do parâmetro p , definido pela equação (3.3). Para obter os valores teóricos e os valores ajustados da rigidez do contacto, foram calculadas as variáveis que definem estes parâmetros. Isto resulta que não seja adoptado o valor ajustado do parâmetro p , obtido pelo método de Prieto *et al.* (2005), , sendo o valor calculado através do valor ajustado de α .

Tal como foi referido no parágrafo 3.3.5.1, a forma de calcular o valor de K depende se é adoptado o valor teórico ou o valor ajustado de p . Para o valor teórico de p , o valor da rigidez é calculado pela equação (3.37), pelo que os valores da massa (M), do peso (W), da diagonal (R) e do momento de inércia relativamente a ao eixo O (I_o) são os apresentados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 - Valores teóricos dos parâmetros para cálculo da rigidez do contacto.

Modelo	Âng. Diagonal α (rad)	Coef. Restituição μ	Massa M (Kg)	Peso W (KN)	Diagonal R (m)	Inércia I_o (Kg.m ²)	Freq. Natural p (Hz)	Rigidez K (N/m)
1	0,245	0,912	503	4932	0,515	178,3	3,776	7178
2	0,168	0,958	228	2233	0,507	78,1	3,807	3302
3	0,119	0,979	120	1177	0,504	40,6	3,820	1754
4	0,310	0,861	160	1570	0,262	26,2	3,966	2520

Para o valor ajustado de p (\bar{p}), o valor da rigidez (\bar{K}) é calculado, multiplicando a massa pela média dos quadrados de p e \bar{p} , de acordo com a seguinte fórmula:

$$\bar{K} = M \frac{(p^2 + \bar{p}^2)}{2} = \frac{1}{2} \left(K + M \frac{\bar{W}\bar{R}}{\bar{I}_o} \right) \quad (4.5)$$

em que os valores de \bar{W} , \bar{R} e \bar{I}_o , são os valores do peso, do comprimento da diagonal e da inércia, respectivamente, obtidos através dos valores ajustados do parâmetro α . Na Tabela 4.12 são apresentados os valores ajustados dos parâmetros que definem o modelo numérico.

A metodologia de calibração da rigidez segundo Peña *et al.* (2005), foi definida para um modelo numérico com um ou dois pontos de contacto, correspondendo aos vértices da base de um rectângulo. No entanto, no presente estudo o modelo do bloco é um paralelepípedo, cujo contacto com a fundação é composto por dois ou quatro pontos de contacto, consoante o estado de rotação do mesmo. Quando o bloco está a oscilar, metade destes pontos de contacto estão sujeitos à compressão e a outra à tração. Para o caso de pontos de contacto sujeitos à tração, não é transmitida nenhuma força de contacto ao bloco. Como a rigidez definida em Peña *et al.* (2005), refere-se ao contacto e não à rigidez de cada ponto de contacto, no presente estudo a rigidez obtida pelas equações (3.37) e (4.5), corresponde à rigidez do contacto. Assim, a rigidez a definir no modelo numérico é a rigidez de um ponto de contacto, que corresponde a metade do valor da rigidez apresentada nas Tabelas 4.11 e 4.12. O estudo da alteração ao valor adoptado para a rigidez do contacto de um modelo bidimensional para um modelo tridimensional, permitiu concluir que em Peña *et al.* (2005) este parâmetro foi deduzido como a rigidez de rotação do sistema, o qual coincidia com a rigidez do contacto pontual. No caso tridimensional, o valor da rigidez do contacto calculada pelo método de Peña *et al.* (2005), corresponde à rigidez do sistema, igual à soma das rigidezes de todos os pontos de contacto em compressão.

Tabela 4.12 - Valores ajustados dos parâmetros para cálculo da rigidez do contacto.

Modelo	Âng. Diagonal α (rad)	Coef. Restituição μ	Massa M (Kg)	Peso W (KN)	Diagonal R (m)	Inércia I_0 (Kg.m ²)	Freq. Natural p (Hz)	Rigidez K (N/m)
1	0,235	0,919	482	4724	0,514	169,9	3,781	7034
2	0,163	0,960	220	2160	0,507	75,5	3,809	3250
3	0,154	0,965	155	1523	0,506	53,1	3,811	2006
4	0,268	0,895	137	1347	0,259	23,0	3,897	2304

No programa de cálculo 3DEC, a rigidez do contacto tem como unidade o Pa/m, a qual se adopta no presente estudo. Esta unidade não corresponde directamente à unidade da rigidez definida no estudo de Peña *et al.* (2005), que era o N/m. No presente estudo, para efectuar a conversão desse parâmetros em Pa/m, divide-se a rigidez do contacto pela área do contacto. Essa área do contacto corresponde ao comprimento da aresta do bloco em contacto com a base, multiplicada pela unidade, o que equivale a uma área de $2e\text{ m}^2$. Na Tabela 4.13 mostram-se os valores teóricos e ajustados, calculados para respeitar os pressupostos definidos no presente parágrafo, para aplicação no modelo numérico.

Tabela 4.13 - Valores teóricos e ajustados da rigidez do contacto a introduzir no modelo numérico.

Modelo	$K \times 10^6$ (Pa/m)	
	Teórico	Ajustado
1	4760	4665
2	3289	3237
3	2338	2674
4	1680	1536

4.4.4 - AJUSTAMENTO INVERSO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO CRÍTICO

Com a metodologia adoptada no estudo de Peña *et al.* (2005) obtém-se o valor do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}), por ajustamento inverso. Este ajustamento é realizado variando o valor de ξ_{min} do modelo numérico, até que a resposta numérica da rotação do bloco coincida com a rotação do modelo experimental. No estudo de Peña *et al.* (2005) este procedimento foi efectuado para cada um dos três primeiros ensaios, realizados em regime livre em cada modelo experimental. No entanto, só se teve acesso ao valor da rotação experimental do primeiro ensaio em cada modelo experimental, pelo que o presente estudo fica limitado a quatro ensaios.

Como já foi explicado, o parâmetro ξ_{min} no estudo Peña *et al.* (2005) é semelhante ao coeficiente de restituição (μ) no estudo de Housner (1963). Ambos têm como objectivo simular a perda de energia do bloco. Para calibrar o valor do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}) itera-se o seu valor para os valores teóricos e ajustados dos parâmetros do modelo numérico, respectivamente. Neste processo, todos os parâmetros do modelo numérico podem ser definidos em função dos valores dos parâmetros α , p e μ . Para o modelo numérico com os valores teóricos dos parâmetros α , p e μ , a calibração de ξ_{min} é realizada, variando o seu valor até se obter uma resposta numérica cujas rotações de pico (θ_n) coincidam (o mais aproximadamente possível) com as rotações de pico do modelo experimental. Nas Figuras 4.19 a 4.22 apresentam-se os gráficos correspondentes à calibração do coeficiente de amortecimento crítico, efectuada com os valores teóricos dos parâmetros do modelo numérico.

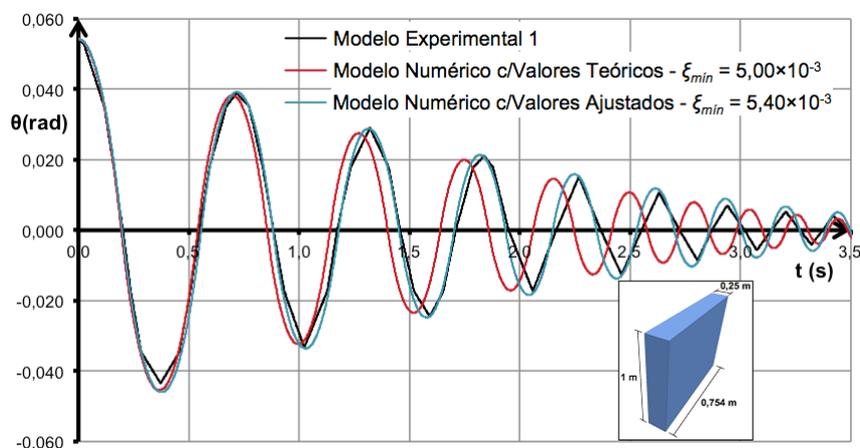


Figura 4.19 - Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 1 com parâmetros teóricos e ajustados.

Para o modelo numérico com os valores ajustados de α , p e μ a calibração de ξ_{min} é realizada, iterando o seu valor até se obter uma resposta numérica em que os períodos de oscilação entre impactos sucessivos coincidam com os do modelo experimental. Ao adoptar a metodologia de Prieto *et al.* (2005) para calibração dos valores dos parâmetros α , p e μ , garante-se que a resposta do modelo numérico terá períodos de oscilação entre impactos

sucessivos ($T_n/2$) semelhantes aos da rotação experimental⁷. Nas Figuras 4.19 a 4.22 apresentam-se os gráficos correspondentes à calibração do coeficiente de amortecimento crítico, efectuada com os valores ajustados dos parâmetros do modelo numérico.

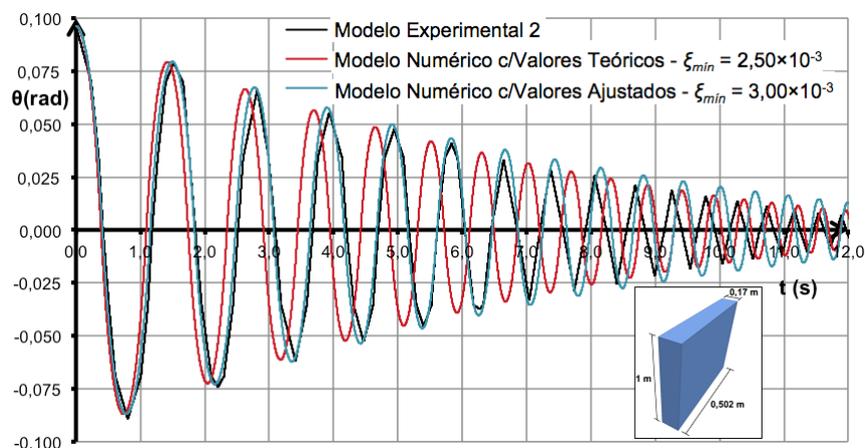


Figura 4.20 - Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 2 com parâmetros teóricos e ajustados.

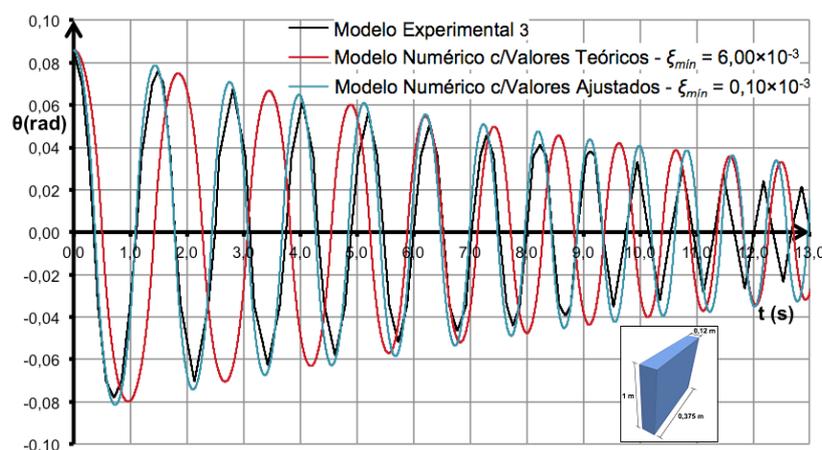


Figura 4.21 - Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 3 com parâmetros teóricos e ajustados.

A correspondência pelo ajustamento inverso de ξ_{min} , dificilmente se verifica em todos os picos de um mesmo ensaio. Portanto, o modelo experimental não obedece completamente aos pressupostos assumidos na formulação de Housner⁸. O deslizamento do bloco sobre a base e a não verificação do princípio da conservação da quantidade de movimento angular durante os impactos não são verificados no ensaio experimental. Assim, o ajustamento é feito apenas para um determinado número de impactos. No presente estudo foram suprimidos alguns picos iniciais de modo a obter uma boa correspondência entre a resposta numérica e a resposta experimental. Não foi necessário suprimir os picos, para o caso do modelo 3 ao passo que foi necessário eliminar um pico, no caso dos modelos 1 e 2 e cinco

⁷ Uma vez que o período entre impactos sucessivos é dependente de α e p .

⁸ O estudo de Peña *et al.* (2005) tem como base teórica a formulação de Housner (1963), pelo que se deve ter em conta a correspondência entre teoria e experimento, e de que forma a última não verifica totalmente os pressupostos da primeira.

picos no modelo 4. Os valores de ξ_{min} calibrados com os valores teóricos e ajustados dos vários parâmetros são apresentados na Tabela 4.14. Verificou-se pelos ajustamentos feitos que se obteve uma boa calibração do parâmetro ξ_{min} com o modelo experimental, excepto no modelo 4, onde foi suprimida uma parte significativa dos picos.

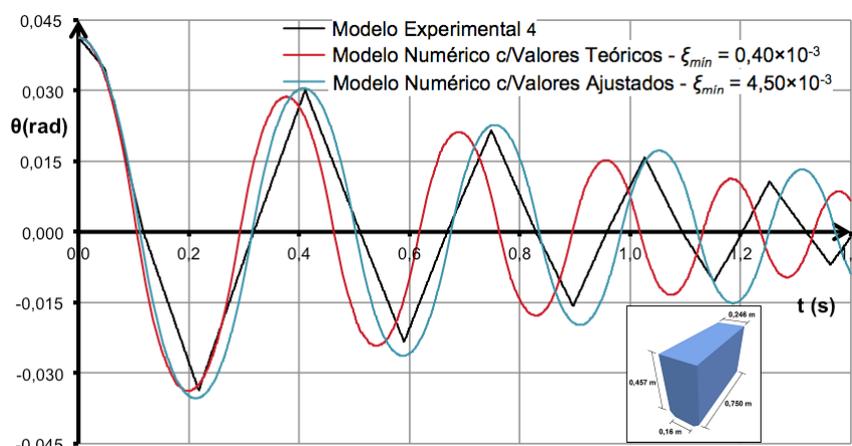


Figura 4.22 - Ajustamento inverso do coeficiente de amortecimento crítico para o modelo experimental 4 com parâmetros teóricos e ajustados.

Tabela 4.14 - Valores do coeficiente de amortecimento crítico obtidos por ajustamento inverso.

Modelo Experimental	$\xi_{min} (\times 10^{-3})$	
	Teórico	Ajustado
1	5,00	5,40
2	2,50	3,00
3	6,00	0,10
4	0,40	4,50

4.4.5 - FÓRMULA EMPÍRICA DE CALIBRAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO CRÍTICO

A partir da distribuição dos valores de ξ_{min} , obtidos pelo ajustamento inverso (Tabela 4.14) é possível obter uma fórmula empírica para o seu cálculo em função do quociente Γ/μ^2 . Este procedimento é semelhante ao descrito no parágrafo 3.3.7, sendo que a diferença reside nos valores de ξ_{min} e de Γ que alteram a distribuição dos pares ordenados. Para ser coerente com o estudo de Peña *et al.* (2005), a distribuição é realizada em função da raiz quadrada da constante de amortecimento proporcional à rigidez ($\sqrt{\beta}$), em vez de ξ_{min} . A distribuição é, também, definida para cada ensaio segundo a forma de cálculo do factor de amortecimento viscoso. Deste modo, a cada valor de ξ_{min} correspondem três valores de Γ : um com valores teóricos dos parâmetros (0,75W), outro com valores ajustados dos parâmetros ($MR\bar{p}^{-2}$) e, por último, um outro com a média destes dois ($\bar{K}R$). Esta distribuição é apresentada no gráfico da Figura 4.23.

Pela observação da distribuição dos pontos coordenados da Figura 4.23, constata-se que esta assemelha-se a uma função logarítmica de base e . No entanto, esta tendência não é

tão óbvia como a verificada no estudo de Peña *et al.* (2005), pelo que foi necessário desprezar algum dos pontos para a tornar mais semelhante de uma distribuição logarítmica. Tal deve-se ao facto de não se ter tido acesso a todos os ensaios realizados para cada modelo experimental. Como exemplo, o valor do coeficiente de amortecimento crítico, calibrado para os valores teóricos dos parâmetros do modelo numérico, é tão elevado que torna a distribuição para os valores de $0,75W$ diferente de uma função logarítmica, logo este par ordenado é desprezado no cálculo da correspondente regressão. No estudo de Peña *et al.* (2005) este par ordenado, correspondente ao primeiro ensaio em regime livre do modelo experimental 3, também é desprezado, pelo que se conclui que resultou de algum erro que afectou os resultados experimentais. Para cada variante de cálculo de Γ pode ajustar-se a forma da equação (3.46), e para obter os valores das constantes C_1 e C_2 realiza-se, para cada Γ , uma regressão logarítmica de base e . Os valores dessas constantes estão apresentados na Tabela 4.15.

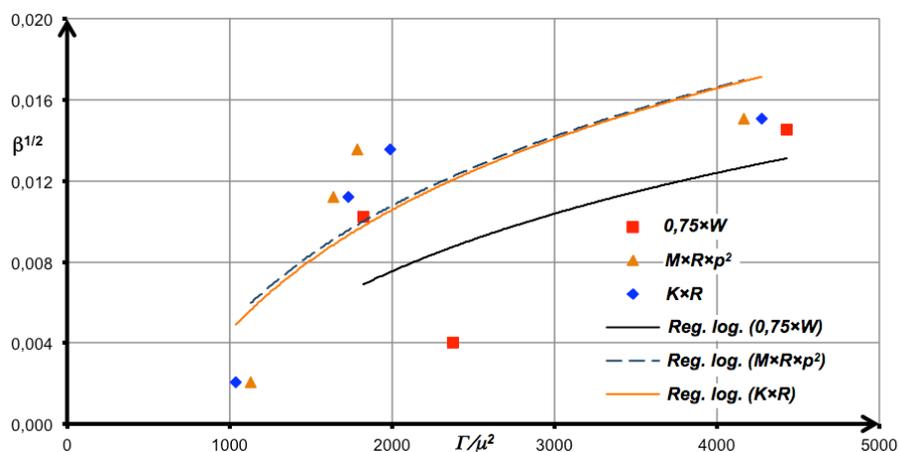


Figura 4.23 - Ajuste da fórmula empírica do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}).

Tabela 4.15 - Valores das constantes C_1 e C_2 .

Γ	C_1	C_2
$0,75W$	0,0070	0,0458
MRP^2	0,0084	0,0534
KR	0,0087	0,0553
Todos	0,0045	0,0238

Pela análise da Tabela 4.15 verifica-se que os valores das constantes C_1 e C_2 , respeitantes a $\bar{K}R$, não correspondem às médias entre as mesmas constantes das restantes formas de cálculo de Γ ($0,75W$ e MRP^2), o que não confirma as conclusões do estudo de Peña *et al.* (2005). Logo, não verifica a fórmula de cálculo de Γ com os valores ajustados dos parâmetros, o que se deve eventualmente a erros nos valores do ensaio do modelo 3. Optou-se por realizar uma regressão que contabilizasse todos os pontos e não apenas os valores teóricos no cálculo do coeficiente de amortecimento crítico. Na Figura 4.24 apresenta-se a distribuição de todos os pares ordenados e a correspondente curva de regressão logarítmica.

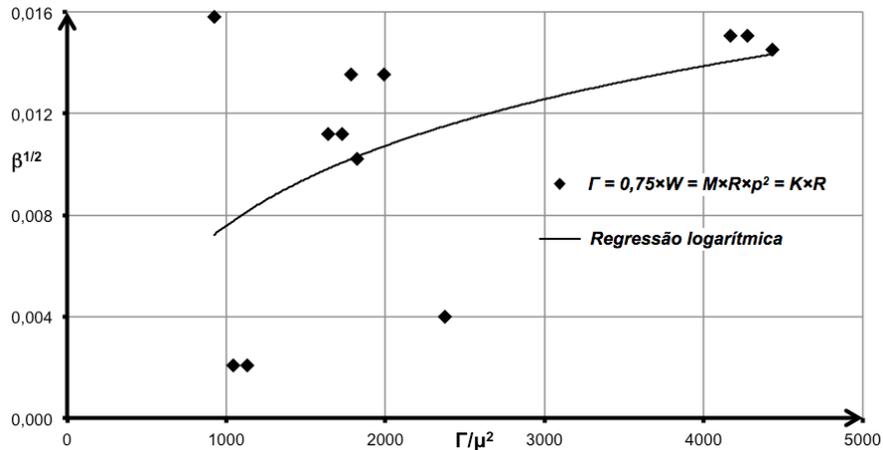


Figura 4.24 - Ajuste da fórmula empírica do coeficiente de amortecimento crítico (ξ_{min}).

Na Tabela 4.15 apresentam-se os valores das constantes C_1 e C_2 , obtidos pela regressão realizada, contabilizando todos as calibrações de ξ_{min} efectuadas. Assim, a fórmula empírica para cálculo do amortecimento crítico a partir dos valores teóricos dos parâmetros Γ e μ , é definida pela equação:

$$\xi_{min} = 2\pi p \left(0,0045 \ln \left(\frac{\Gamma}{\mu^2} \right) - 0,0238 \right)^2 \quad (4.6)$$

em que p é a frequência natural do sistema, μ é o coeficiente de restituição e Γ é o factor de amortecimento generalizado.

4.4.6 - CONCLUSÕES

No presente capítulo, efectuou-se a calibração do coeficiente de amortecimento crítico em função dos parâmetros Γ e μ , tendo por base o estudo de Peña *et al.* (2005). A natureza destes parâmetros tanto pode ser teórica como ajustada. No presente estudo, a importância deste método empírico para cálculo do coeficiente de amortecimento crítico é o de calibrar o contacto entre a parede e a base do modelo numérico da caixa a estudar no capítulo 5. Como no caso da caixa não se teve acesso a estudos experimentais, por essa razão não foi possível calcular os valores ajustados dos parâmetros α , p e μ , só sendo possível usar os valores teóricos dos mesmos parâmetros. Assim sendo, o coeficiente de amortecimento crítico da caixa é calculado através dos valores teóricos dos parâmetros α , p e μ . O cálculo do valor de ξ_{min} a adoptar no modelo numérico da caixa deve calcular-se através da equação (4.6).

A validade da equação (4.6) para o cálculo de ξ_{min} é restringida a blocos cuja secção têm uma esbelteza inferior 8. Esta restrição deve-se, principalmente, aos erros nos dados dos ensaios experimentais de Peña *et al.* (2005). No entanto, para valores da esbelteza inferiores a 8 a equação (4.6) é uma boa estimativa para o cálculo do coeficiente de amortecimento crítico a adoptar no modelo numérico de elementos discretos tridimensionais.

CAPÍTULO 5 - ESTUDO DINÂMICO DE UMA CAIXA SUJEITA A UMA ACELERAÇÃO SINUSOIDAL NA BASE

5.1 - INTRODUÇÃO

O objectivo deste capítulo é o estudo do efeito de um lintel, colocado no topo na resistência sísmica de uma estrutura de alvenaria. Para esse efeito, estudou-se uma caixa constituída por quatro paredes independentes que foi sujeita a uma acção dinâmica imposta na sua base (Figura 5.1a). Essa caixa tem, no seu topo, um lintel rígido ligado às paredes apenas por efeito do atrito e que contém uma massa e um peso correspondentes à sua massa e à massa da cobertura (Figura 5.1b).

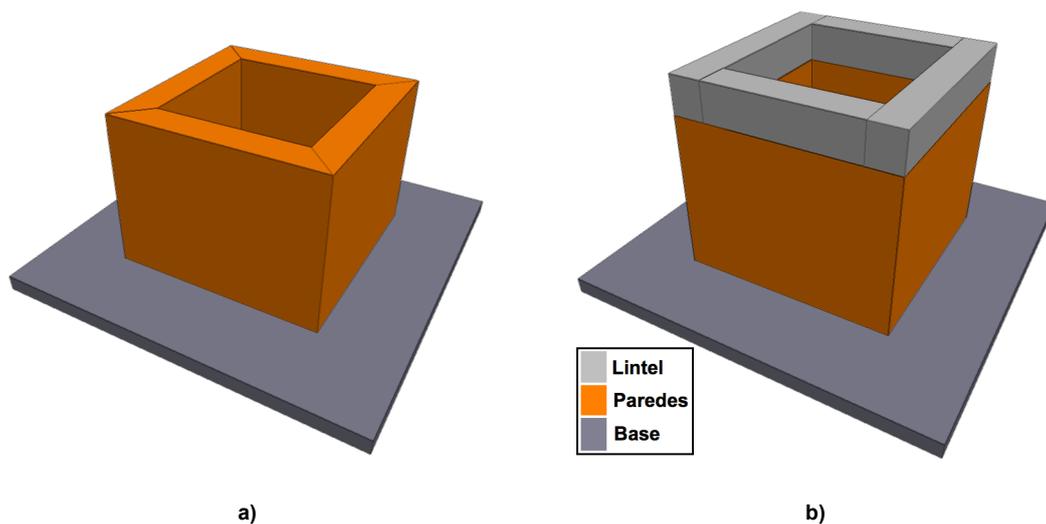


Figura 5.1 - Modelo de elementos discretos da caixa: a) sem lintel e b) com lintel. [do Autor]

Na verdade, numa estrutura real a transmissão de cargas entre elementos dá-se sob efeito da massa, resultado da acção da gravidade ou de forças de inércia. Modelar o efeito do lintel e da cobertura apenas por intermédio de uma força gravítica sobre o lintel, sem considerar o efeito da massa nas forças de inércia, resultaria num comportamento sísmico distinto do real.

Para estudar a contribuição do lintel na resistência sísmica da caixa aplicou-se uma aceleração sinusoidal no maciço de fundação da caixa, analisando as condições de colapso para um conjunto de situações de carga.

A investigação realizada e descrita nos capítulos anteriores serviu de base para a definição do modelo da caixa, sendo cada parede definida de forma a comportar-se como o estabelecido no modelo analítico de Housner (1963). Para tal, as paredes foram calibradas com as duas metodologias descritas no Capítulo 4, nomeadamente, a calibração (experimental e numérica) de Peña *et al.* (2005) e o método de calibração proposto pelo autor (parágrafo 4.3.4).

Considerou-se que as paredes ortogonais contactam entre si através de superfícies de forma diagonal em planta, o que não sendo uma situação real procura simular, se bem que de forma aproximada, o imbricamento existente entre paredes ortogonais das estruturas antigas. Na Figura 5.2 ilustram-se os contactos entre as quatro paredes representadas, cada uma por uma cor diferente referente cada elemento discreto do modelo.

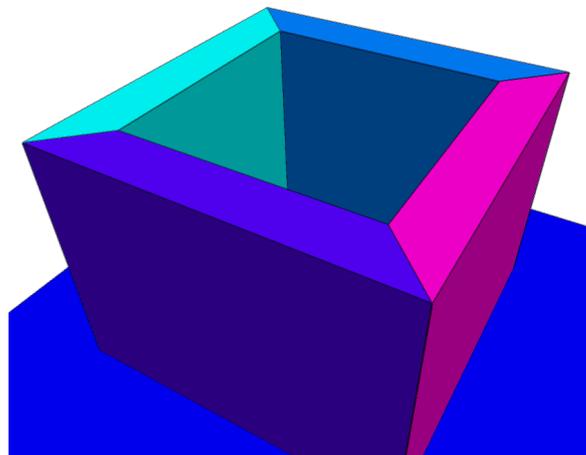


Figura 5.2 - Vista da forma dos contactos entre as paredes ortogonais do modelo de elementos discretos.

No presente capítulo apresenta-se a modelação da caixa pelo método dos elementos discretos e os estudos realizados, e a correspondente análise em regime forçado. Para o efeito, começa-se por descrever no parágrafo 5.2 os seus casos de estudo e a geometria da estrutura. De seguida, apresenta-se a descrição do modelo numérico definido para a simulação da estrutura (parágrafo 5.3). A forma de analisar o colapso e o correspondente modo de rotura da caixa para cada caso de estudo são descritos no parágrafo 5.4. As duas metodologias de calibração do contacto entre as paredes e a base, abordadas na presente investigação (Capítulo 4), são apresentadas separadamente nos parágrafos 5.5 e 5.6. Após esta calibração, no parágrafo 5.7, mostram-se as respostas numéricas para o modelo da caixa correspondente a cada uma destas metodologias e as respectivas análises até ao colapso em regime forçado, para as quatro situações de carga de cada método de calibração do contacto entre a base e a parede.

5.2 - DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

5.2.1 - DESCRIÇÃO DA GEOMETRIA DA ESTRUTURA

Para o modelo da caixa adoptaram-se as relações que no estudo de Peña *et al.* (2005) foram verificadas e que conduziram a uma melhor concordância entre as respostas numéricas e a resposta analítica de Housner (1963). Como indicado no parágrafo 3.3, essa concordância verificou-se para uma esbelteza da secção vertical da parede (h/b) inferior a 8. No caso das paredes da caixa foi adoptada uma esbelteza da secção vertical da parede de 5. Para que a geometria das paredes da caixa fosse semelhante às das paredes de

alvenaria reais, optou-se por uma espessura de 0,60 m. A partir desse valor foram definidas as restantes dimensões das paredes da caixa, de modo a verificar todas as relações geométricas acima descritas. As dimensões dos elementos estruturais do modelo de elementos discretos são apresentadas na Tabela 5.1 e representadas na Figura 5.3.

Tabela 5.1 - Dimensões dos elementos estruturais.

Elemento	Largura b (m)	Altura h (m)	Espessura e (m)
Parede	0,60	3,00	4,00
Lintel	0,60	0,70	4,00
Base	7,00	0,40	7,00

A geometria das paredes da caixa foi também condicionada de maneira a que os contactos entre as várias paredes, simulassem, de alguma forma, o imbricamento real das paredes. Adoptou-se uma ligação oblíqua entre os quatro blocos, resultando assim em quatro paredes semelhantes e numa estrutura simétrica nas duas direcções horizontais. Esta opção garante a não existência de colapsos preferenciais em qualquer uma das paredes e minimiza o efeito do contacto na resistência da estrutura. A não existência de uma direcção preferencial de colapso permite reduzir a análise do colapso a uma direcção, sendo suficiente realizar a análise somente numa das direcções em planta. O maciço foi definido com uma espessura de 10% da altura da parede, e dimensões em planta de 175% da altura das paredes. Na Figura 5.3 está apresentada a estrutura em corte e em planta.

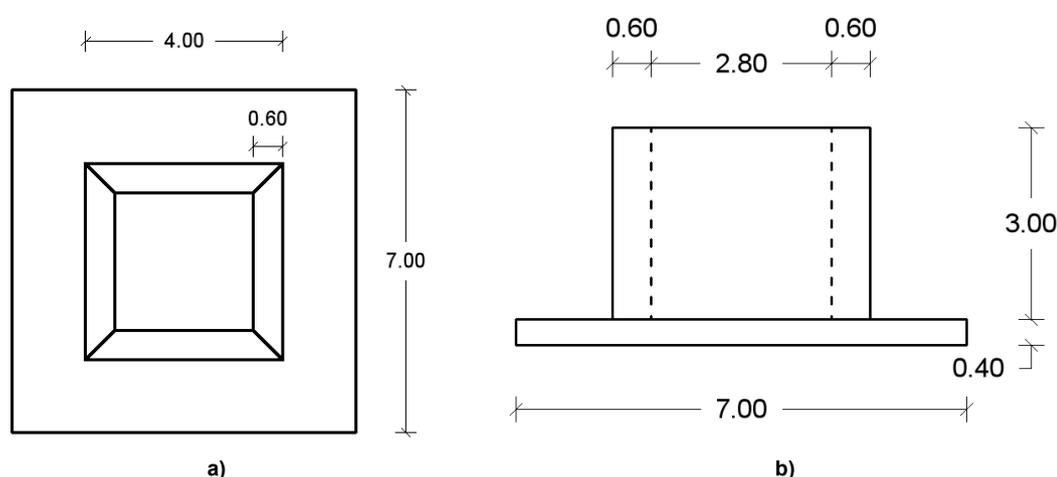


Figura 5.3 - Dimensões da caixa em metros: a) planta; e b) corte.

5.2.2 - SITUAÇÕES DE CARGA EM ANÁLISE

Para avaliar o efeito do lintel na resistência sísmica da estrutura, comparou-se o comportamento dinâmico da caixa com e sem a presença deste elemento estrutural. Assim, no caso 1 simulou-se o colapso da caixa de quatro paredes (Figura 5.1a) e no caso 2, introduziu-se no topo da caixa o lintel (Figura 5.1b). Para avaliar a influência do peso e da

massa da cobertura na estrutura consideraram-se, ainda, mais dois casos (casos 3 e 4). Nestes casos, em que se considerou a massa e o peso da cobertura, também se contabilizou a massa e o peso do lintel. Procurando avaliar o efeito da magnitude do peso e da massa da cobertura na resistência sísmica da estrutura consideraram-se dois casos com diferentes valores do peso e massa da cobertura. Esta massa e o respectivo peso foram uniformemente distribuídos no comprimento do lintel, tendo-se considerado no caso 4 uma massa da cobertura três vezes superior à considerada no caso 3 (Tabela 5.2).

Tabela 5.2 - Massa e peso dos elementos da caixa considerados no estudo.

Caso	Massa e Peso das Paredes	Massa e Peso do Lintel	Massa e Peso da Cobertura	m (Kg)		ρ (Kg/m ³)
				Lintel	Cobertura	
1	Sim	Não	Não	0,00	0,00	0,00
2	Sim	Sim	Não	14571,43	0,00	2551,02
3	Sim	Sim	Sim	14571,43	4897,96	3408,51
4	Sim	Sim	Sim	14571,43	14693,88	5123,48

Como não se teve acesso a estudos anteriores (numéricos ou experimentais) sobre este tipo de estruturas, não foi possível calibrar o modelo numérico, pelo que os seus resultados devem ser encarados como uma aproximação qualitativa da realidade. As quatro situações em análise (Tabela 5.2) foram simuladas numericamente usando a informação obtida nos capítulos anteriores, e tendo-se considerado uma excitação em regime forçado sinusoidal (que foi a estudada nos capítulos anteriores).

5.3 - DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

5.3.1 - DEFINIÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DO MATERIAL

Para modelar estruturas, como as apresentadas na Figura 5.1, através de um modelo tridimensional de elementos discretos, são necessárias algumas adaptações e generalizações dos modelos numéricos de um bloco rígido descritos no Capítulo 4. Dos três elementos estruturais simulados no modelo numérico, a base é o único componente que se mantém inalterado (excepto as dimensões), sendo o seu material considerado rígido, isto é, como um corpo indeformável.

Nos blocos que simulam as paredes, a sua geometria é alterada relativamente aos blocos do modelo numérico definido no Capítulo 4. Para estabelecer o modo de colapso como uma rotação para fora do plano de uma das paredes da estrutura, definiram-se os blocos com a forma de um prisma trapezoidal. Esta alteração, de uma geometria paralelepédica para um prisma trapezoidal (Figura 5.4), não afecta a definição do valor do parâmetro α que define no modelo numérico as relações geométricas do bloco que simula a parede. Assim, este é obtido à mesma pela equação (3.29), considerando que a maior secção vertical do bloco é a que define o valor do parâmetro α .

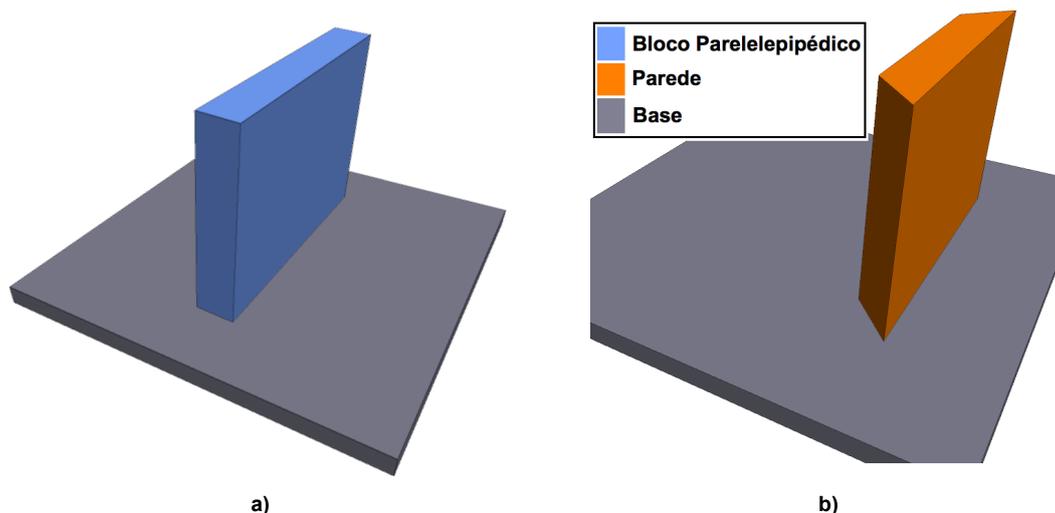


Figura 5.4 - Modelo numérico do bloco rígido: a) dos estudos de calibração; e b) que simula uma das paredes da caixa de alvenaria.

Tal como foi considerado nos capítulos anteriores, também na modelação por elementos discretos o material dos blocos das paredes foi considerado como indeformável (rígido). Ainda no modelo numérico da parede, a massa considerada para o modelo constitutivo do material destes blocos foi alterada em relação aos estudos prévios de calibração do bloco isolado (Capítulo 4), com o intuito de se definir um peso volúmico do material da parede semelhante ao das paredes de alvenaria tradicional (Tabela 5.3).

O modelo constitutivo do material do bloco que simula o lintel também foi considerado como rígido, não se considerando, portanto, a deformabilidade deste elemento estrutural, o que permite que o colapso da estrutura ocorra sempre pelo movimento das paredes. Também se considerou que o lintel é contínuo, com ligações rígidas entre os seus vários troços (Figura 5.1b). A largura da secção do lintel (Tabela 5.1) é igual à largura da parede em que este se apoia, de modo a uniformizar a distribuição da sua massa e da carga pelas paredes. Para a altura do lintel considerou-se uma dimensão um pouco maior que a da largura da base, para que se assemelhasse a uma solução comum. O peso volúmico será definido consoante o caso de estudo em questão (Tabela 5.3).

Tabela 5.3 - Valores dos parâmetros do modelo constitutivo do material dos elementos da caixa.

Elemento	Ângulo α (rad)	Bissectriz R (m)	Densidade ρ (Kg/m ³)
Parede	0,197	1,530	1800
Lintel	0,709	0,461	Consultar Tabela 5.2
Base	1,514	3,506	1800

5.3.2 - DEFINIÇÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS DOS CONTACTOS

Na estrutura em estudo devem ser considerados os contactos entre as paredes e entre estas e a base, e os contactos entre o lintel e as paredes. O modelo constitutivo adoptado

para qualquer um destes contactos foi o de Mohr-Coulomb, embora com diferentes valores dos parâmetros que o definem e apropriados para cada situação.

A simulação das condições reais do contacto entre paredes ortogonais deve ser feita considerando um modelo constitutivo do contacto de Mohr-Coulomb sem resistência à tracção. Uma vez que o efeito do atrito é pouco relevante neste contacto (superfície vertical com esforço normal pouco significativo), considerou-se um ângulo de atrito e uma coesão nulos. A consideração de um ângulo de atrito nulo permite, por outro lado, que o colapso ocorra nas paredes perpendiculares à aceleração sinusoidal, o que facilita a interpretação dos resultados. Quanto ao valor adoptado para as constantes de rigidez normal e tangencial nesses contactos consideraram-se valores significativamente elevados para evitar a interpenetração dos blocos ($K_N = 50MPa/m$ e $K_S = 50MPa/m$).

Para modelar o contacto entre o lintel e as paredes partiu-se da hipótese que a transmissão de cargas entre estes elementos se dá por efeito do atrito. Portanto, considerou-se um modelo constitutivo de Mohr-Coulomb com um ângulo de atrito de 30^0 e uma coesão nula. A rigidez normal e a rigidez tangencial desse contacto foram definidas com os valores mínimos e necessários para que não houvesse interpenetração entre os respectivos blocos ($K_N = 1GPa/m$ e $K_S = 1GPa/m$), de forma a que a hipótese de blocos rígidos se mantenha válida.

O modelo numérico destes contactos (parede-parede e parede-lintel) ficam definidos e não necessitam de calibração. Apresentam-se na Tabela 5.4 os valores dos parâmetros que definem o seu comportamento mecânico.

Tabela 5.4 - Valores dos parâmetros dos contactos do modelo numérico da caixa.

Tipo de Contacto	ϕ (°)	C_u (Pa)	K_N (GPa/m)	K_S (GPa/m)
Parede-Parede	0	0	0,05	0,05
Parede-Lintel	30	0	1,00	1,00

Para o caso do modelo numérico do contacto entre as paredes e a base foi necessário fazer a calibração dos parâmetros do seu modelo constitutivo de forma a ajustar a resposta numérica à resposta analítica de Housner (1963), o que permite que posteriormente se aplique o critério de colapso de Housner (1963) ao modelo numérico da caixa. No presente estudo propôs-se uma metodologia para a calibração do respectivo modelo constitutivo (parágrafo 4.3.4), e ainda se considerou outra, segundo Peña *et al.* (2005). Para facilitar as referências a estes métodos, daqui em diante estes serão denominados de Método de Calibração 1 e de Método de Calibração 2 (parágrafo 4.4), respectivamente.

Ajustar a resposta numérica do modelo da parede à resposta analítica do modelo de Housner (1963) para o regime livre, corresponde a, para qualquer das metodologias de calibração do contacto entre a parede e a base, encontrar os parâmetros do contacto que

simulem efeito do coeficiente de restituição (μ), que por sua vez é o que no modelo de Housner (1963) simula o amortecimento resultante do impacto.

No contacto entre a parede e a base do modelo numérico da caixa os valores dos parâmetros do modelo constitutivo desse contacto, são obtidos segundo cada uma das metodologias de calibração. No entanto, no modelo numérico da caixa a geometria dos blocos das paredes é a de prismas trapezoidais, portanto, diferentes dos blocos paralelepípedicos definidos para calibrar o contacto (Figura 5.5).

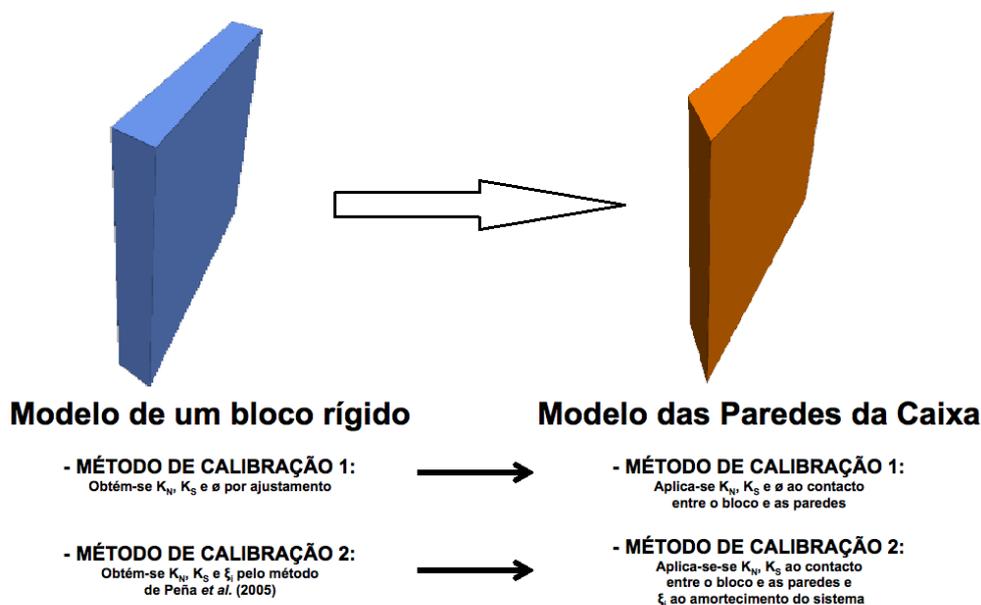


Figura 5.5 - Diagrama ilustrativo da adopção no modelo numérico da caixa dos valores calibrados pelos métodos de calibração 1 e 2.

Esta aproximação (Figura 5.5) é adoptada em ambas as metodologias de calibração, pelo que de seguida se fazem algumas considerações que validem o Método de Calibração 2. No entanto, como o Método de Calibração 1, proposto no presente estudo, é efectuado por ajustamento directo das respostas numéricas com a resposta analítica, só pode ser validado após a aplicação destes valores no modelo numérico da caixa e uma correspondente análise. No parágrafo 5.5 apresentam-se os valores calibrados dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto entre a parede e a base (Tabela 5.5), obtidos segundo o Método de Calibração 1.

Para validar a adopção dos valores calibrados pelo método de Peña *et al.* (2005) para os parâmetros do modelo constitutivo dos contactos entre as paredes e a base (Método de Calibração 2), deve ser analisado o impacto que a alteração da geometria dos blocos tem na definição destes mesmos parâmetros. Os valores dos parâmetros α , p e μ considerados para as paredes do modelo numérico da caixa e para o modelo numérico usado para calibrar o contacto, são os correspondentes aos definidos pelas equações (3.29), (3.30) e (3.31), respectivamente. Estes parâmetros calculados directamente da geometria do bloco são designados, segundo Peña *et al.* (2005), de valores teóricos dos parâmetros α , p e μ .

Embora os valores ajustados desses parâmetros obtidos a partir da metodologia de Prieto *et al.* (2005) possam vir a resultar numa resposta numérica mais próxima do comportamento real, esta opção pelos valores teóricos, aparentemente contraditória, resulta da impossibilidade de aplicar neste caso a metodologia de ajustamento dos parâmetros de Prieto *et al.* (2005). Como a geometria e as dimensões dos blocos das paredes são diferentes das dimensões dos modelos ensaiados no estudo de Peña *et al.* (2005), não é possível aplicar o correspondente método de ajustamento. A adaptação da metodologia de ajustamento de Prieto *et al.* (2005) a blocos de dimensões diferentes aos ensaiados nesse estudo está fora do âmbito da presente investigação. Assim, a calibração do modelo numérico dá-se por ajustamento à resposta analítica de Housner (1963).

Do estudo de Peña *et al.* (2005), concluiu-se que a resposta do modelo numérico é muito sensível a pequenas variações do valor do parâmetro α , enquanto que para os parâmetros p e μ os modelos numéricos não são tão sensíveis. Assim, considerar as paredes da caixa como blocos paralelepípedicos para efeitos da quantificação dos parâmetros, não influencia tão grandemente a resposta do modelo numérico, porque o valor de α só depende da espessura do bloco e o valor de p não varia significativamente com a alteração da geometria em causa. Nota-se que o valor do parâmetro μ não entra directamente na definição do modelo numérico, sendo só contabilizado para o cálculo do factor de amortecimento crítico. Deste modo, os valores dos parâmetros α , p e μ foram calculados pelas equações (3.29), (3.30) e (3.31), respectivamente. Para o cálculo do parâmetro p considerou-se um bloco de espessura igual à maior espessura da base do sólido trapezoidal, porque este oscilará em torno da maior aresta da base. No parágrafo 5.6 apresentam-se os valores calibrados dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto entre a parede e a base (Tabela 5.6), obtidos segundo o Método de Calibração 2.

Refira-se ainda que dos parâmetros que definem os modelos constitutivos do contacto entre as paredes e a base da caixa, só a coesão tem um valor idêntico nas duas metodologias de calibração, neste caso um valor nulo.

5.4 - MODO DE ROTURA PARA ANÁLISE DO COLAPSO DA CAIXA

Para se poder estudar o comportamento dinâmico da caixa, teve de ser estabelecido um critério para definir o seu ponto de colapso e que fosse aplicável a todas as situações de carga. Tendo em conta a forma das superfícies dos contactos entre os blocos das paredes, numa qualquer situação, o colapso inicia-se numa das quatro paredes. Por outro lado, as características simétricas da estrutura da caixa e dos contactos entre os seus blocos, resultam num comportamento dinâmico da estrutura, também ele simétrico. Esta simetria garante que o valor do colapso será igual para as duas direções em planta. Na Figura 5.6 apresenta-se a deformação da caixa devido à aceleração sinusoidal, onde também se indica qual a parede que colapsa em primeiro lugar.

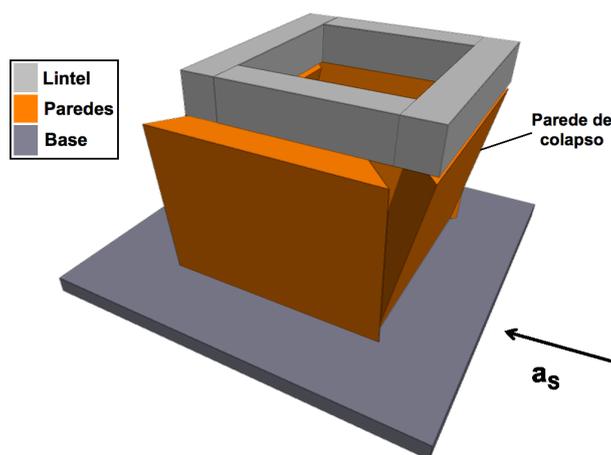


Figura 5.6 - Deformação da caixa devido à actuação da aceleração sinusoidal na fundação.

Na presente investigação foi adoptado o critério de Housner (1963) para definir o colapso do bloco a oscilar em regime livre ou forçado. Este critério definido por Housner (1963), estabelece que a condição suficiente para o colapso do bloco é a ocorrência de uma rotação de valor igual a α (sendo α o ângulo da diagonal da secção vertical do bloco com a vertical). Tendo em conta as relações de simetria da caixa, o critério para a ocorrência do derrube da parede é o do colapso de um dos blocos. Este resulta das simplificações geométricas assumidas. Assim, calculou-se a deformação da caixa quando no maciço desta actuar uma excitação sinusoidal. Neste regime forçado, a estrutura deforma-se por rotação das paredes como corpo rígido, sendo que o colapso da caixa é atingido quando numa parede a rotação atinge o valor α . A parede a atingir essa rotação em primeiro é definida como parede de colapso (Figura 5.6). As paredes posicionadas ortogonalmente à parede de colapso e à direcção da aplicação da aceleração na base não atingem o colapso, porque a inércia de rotação destes dois blocos é muito maior. A parede paralela à parede de colapso na outra extremidade também não atinge uma rotação maior, porque as paredes que estão dispostas ortogonalmente não lhe permitem uma maior rotação que a da parede de colapso.

A presença do lintel torna mais complexa a estrutura. No entanto, as simplificações assumidas anteriormente para facilitar a definição do elemento da caixa que colapsa em primeiro lugar, não se alteram com a introdução do lintel.

Determinar o colapso da caixa quando esta é sujeita a uma aceleração sinusoidal na base, equivale a determinar a amplitude mínima da excitação (a , equação (3.20)), correspondente a uma determinada frequência angular (ω) que culmina no seu colapso. O critério para definir o colapso da caixa é semelhante ao definido por Housner (1963), pelo que o ponto de colapso da estrutura (Figura 5.7) é definido no modelo numérico como a amplitude mínima da aceleração sinusoidal (a_{\min}), para uma determinada frequência angular (ω), correspondente à situação em que a parede atinge um ângulo de rotação de valor igual a α , no instante em que a aceleração sinusoidal se anula ($a_s = 0$).

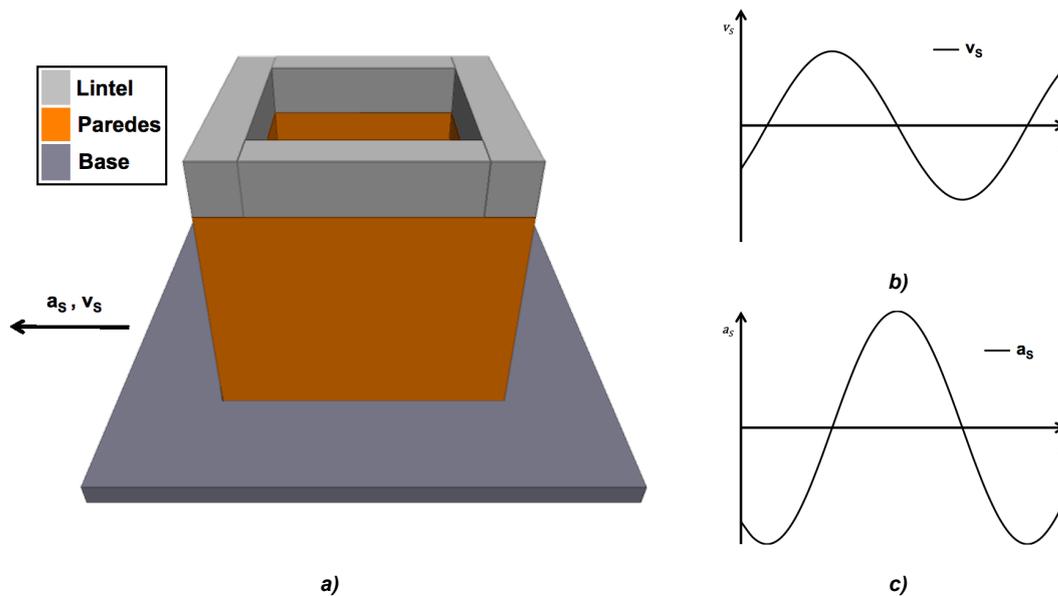


Figura 5.7 - Representação gráfica da aplicação da excitação na base: a) direcção da acção; b) campo de velocidades e c) correspondente campo de acelerações.

Para cada caso em estudo foi obtido um conjunto de pontos de colapso, cada um associado a uma frequência angular (ω). Este procedimento foi repetido para um campo de valores do quociente ω/p entre 0 e 2, de forma a construir uma relação de colapso em função de $a_{min}/g\alpha$. A este conjunto de pontos de colapso apresentados graficamente denominou-se por relação de colapso. Assim, a relação de colapso pode ser definida como o gráfico que representa a amplitude da aceleração sinusoidal imposta na base da caixa que produz o colapso, em função da frequência angular da excitação (ω) e das características geométricas e mecânicas dos blocos (α e p , respectivamente). As relações de colapso são apresentadas e analisadas no parágrafo 5.7 para cada um dos dois métodos de calibração descritos na presente investigação.

5.5 - CALIBRAÇÃO DA RIGIDEZ DO CONTACTO ENTRE A PAREDE E A FUNDAÇÃO PELO ESTUDO ANALÍTICO DE HOUSNER (1963)

A metodologia exposta no parágrafo 4.3.4 para calibração dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto entre os blocos e a base (Método de Calibração 1), para o movimento em regime livre, foi aplicada ao caso da caixa. Calibrou-se o comportamento mecânico de cada uma das paredes da caixa isoladamente, através do modelo analítico de Housner (1963) e assumindo que o bloco é de base rectangular e não de base trapezoidal (Figura 5.8). A resposta analítica do modelo de Housner (1963) foi também obtida para um bloco paralelepípedo. Os parâmetros que definem a resposta do modelo analítico para o regime livre são calculados por intermédio das equações (3.29) a (3.31). Na Tabela 5.5 apresentam-se os valores destes parâmetros que definem o modelo a ser ajustado por este método de calibração. Na Figura 5.9 apresenta-se a resposta analítica do regime livre para a rotação inicial (θ_0) de $0,05 \text{ rad}$.

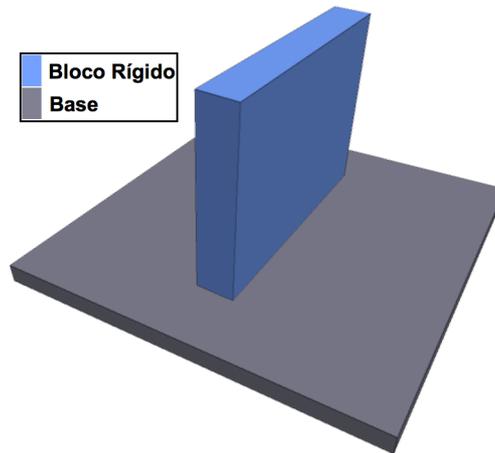


Figura 5.8 - Modelo numérico do bloco que simula a parede para aplicação do Método de Calibração 1.

Tabela 5.5 - Valores dos parâmetros do modelo analítico.

Ângulo	Freq. Natural	Coef. Restituição
α (rad)	p (Hz)	μ
0,197	2,192	0,942

Um bom ajustamento da resposta numérica com a resposta analítica, foi obtido para valores da rigidez normal e tangencial de 100 GPa/m e para um ângulo de atrito de 89° . Este ajustamento foi conseguido aplicando apenas a etapa 1 do Método de Calibração 1, enquanto que não foi necessário implementar as etapas 2 e 3, o que segundo Itasca (2007) é devido à diminuição do peso volúmico do bloco, relativamente ao valor adoptado no Capítulo 4. O manual do programa de cálculo 3DEC (Itasca, 2007d) estabelece que o passo de tempo de cálculo é função proporcional à massa e inversamente proporcional à rigidez do contacto, pelo que as etapas 2 e 3, desenvolvidas para contornar a demora do tempo de execução do código, não são necessárias de implementar no presente caso de estudo.

Na Figura 5.9 apresenta-se a resposta numérica de um bloco com as dimensões da parede (Figura 5.8), em regime livre, ajustada à resposta analítica, com um erro inferior a 14% para a amplitude de pico e inferior a 8% para o período de oscilação nos primeiros dez impactos.

Na Figura 5.10 apresenta-se a resposta analítica da relação de colapso, definida pela equação (3.28), para comparação com a resposta numérica em regime forçado, cujo modelo numérico foi definido com os parâmetros calibrados da Tabela 5.6. Refira-se que se considera a geometria do bloco para estes dois modelos como paralelepípedica. Na Figura 5.10 apresentam-se as respostas do modelo analítico e do modelo numérico das relações de colapso da parede, com um ajustamento de erro inferior a 5% (excepto para os valores de ω/p superiores a 1,8, mas para os quais o erro não excedeu 11%), o que se pode considerar uma boa calibração.

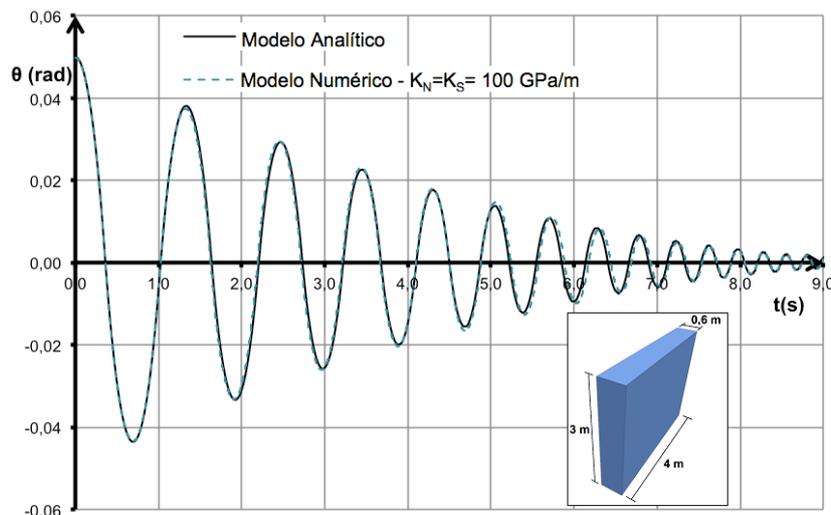


Figura 5.9 - Rotação do bloco em ordem ao tempo. Resposta analítica e resposta numérica calibrada para o bloco com as dimensões máximas da parede.

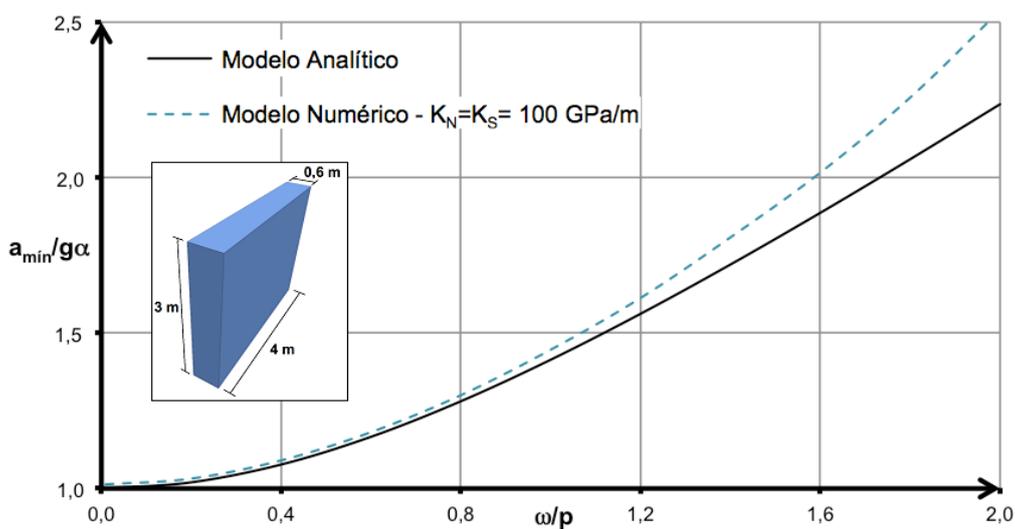


Figura 5.10 - Relação de colapso do modelo analítico e da resposta numérica para o modelo do bloco com as dimensões máximas da parede e calibrado com o Método de Calibração 1.

Assim, a partir do Método de Calibração 1, adoptam-se os valores apresentados na Tabela 5.6 para definir o modelo constitutivo dos contactos entre as paredes e a base do modelo numérico da caixa. As respostas do modelo numérico da caixa, em regime forçado sinusoidal, são apresentadas e analisadas no parágrafo 5.7.1.

Tabela 5.6 - Valores dos parâmetros calibrados dos contactos da caixa.

Tipo de Contacto	ϕ (°)	C_u (Pa)	K_N (GPa/m)	K_S (GPa/m)
Parede-Base	89	0	100,00	100,00

5.6 - CALIBRAÇÃO DO FACTOR DE AMORTECIMENTO CRÍTICO DA CAIXA PELO MÉTODO DE PEÑA *ET AL.* (2005)

Para efectuar a calibração do contacto entre as paredes e a base do modelo numérico da caixa pelo Método de Calibração 2, deve-se aplicar esta metodologia ao caso de um bloco rígido, definindo-se para tal um modelo numérico (Figura 5.11) com as dimensões de uma parede da caixa. Neste método obtêm-se os valores calibrados dos parâmetros K_N , K_S e ξ_i a adoptar no modelo constitutivo do contacto do modelo numérico do bloco rígido.

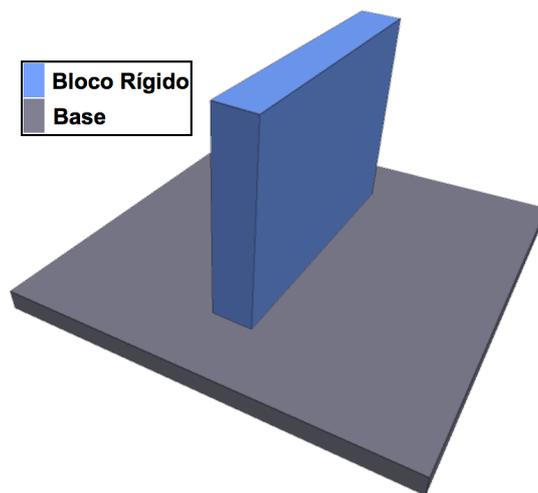


Figura 5.11 - Modelo numérico do bloco que simula a parede para aplicação do Método de Calibração 2.

O modelo numérico do bloco rígido, que simula uma das paredes da caixa, considerado nesta calibração tanto para o modelo numérico como para o modelo analítico de Housner (1963), tem uma geometria paralelepípedica (Figura 5.11) com as maiores dimensões da parede da caixa. As respostas analíticas foram obtidas através da aplicação dos valores da Tabela 5.5 ao modelo de Housner (1963) de um bloco a oscilar em regime livre, e através da equação (3.28) para o regime forçado.

Para definir o amortecimento do modelo numérico, reproduziu-se a metodologia apresentada no parágrafo 4.4 do presente estudo (Método de Calibração 2), para definição do factor de amortecimento generalizado (Γ), da rigidez do contacto (parede-base) e do factor de amortecimento crítico (ξ_i). Os valores destes parâmetros calibrados, segundo a metodologia de Peña *et al.* (2005), estão apresentados na Tabela 5.7, bem como os valores dos parâmetros que definem os restantes contactos da caixa. Os valores da rigidez normal e tangencial apresentados na Tabela 5.7 e calculados por intermédio da equação (3.37), não correspondem ao valor introduzido no modelo numérico, visto este valor ter que ser dividido pela área do contacto (e), e pelo número de pontos de contacto sujeitos à compressão. Os valores do factor de amortecimento generalizado (Γ) e do factor de amortecimento crítico (ξ_i) apresentados, foram calculados a partir das equações (3.44) e (4.6), respectivamente. No programa de cálculo numérico 3DEC, o amortecimento de Rayleigh define-se através do amortecimento crítico (ξ_i) e da frequência do sistema (p),

sendo este último calculado da equação (3.30), tal como estabelecido por Peña *et al.* (2005).

Tabela 5.7 - Valores dos parâmetros do modelo constitutivo do contacto e do amortecimento da caixa.

Tipo de Contacto	ϕ (°)	C_u (Pa)	K_N (GPa/m)	K_S (GPa/m)	Γ (N)	ξ_i	p (Hz)
Parede-Base	30	0	7,784	7,784	95256	0,01105	2,192

Para a presente metodologia de calibração, segundo Peña *et al.* (2005), não foi necessário verificar a resposta do modelo numérico para o regime livre, sendo que, tal como se viu no parágrafo 4.4, a sua formulação garante, com boa aproximação, os pressupostos físicos de um bloco a oscilar livremente. Este método permite calibrar directamente a rigidez do contacto para a situação de regime forçado, partindo das fórmulas definidas para o efeito. Na Figura 5.12 apresenta-se a resposta da curva de colapso do bloco rígido que simula a parede em estudo e a correspondente resposta analítica.

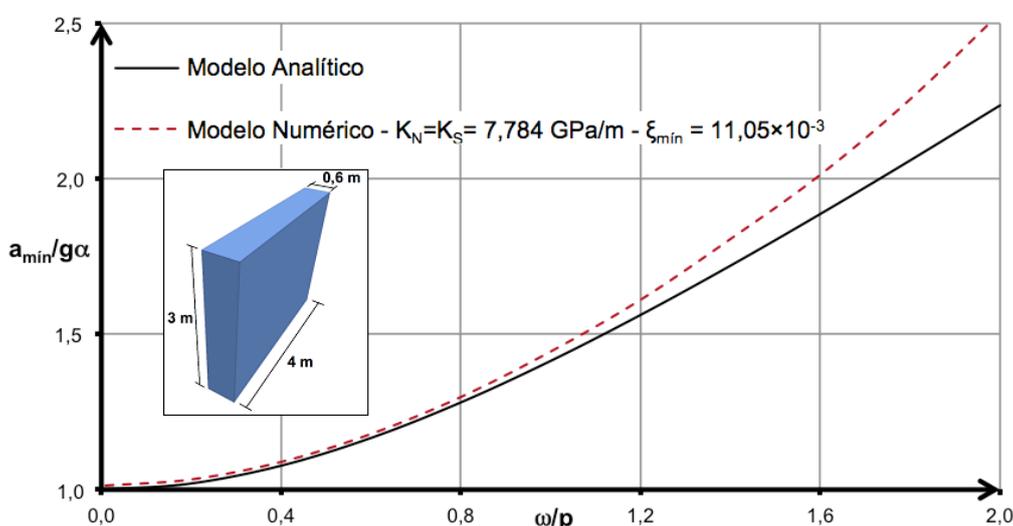


Figura 5.12 - Relação de colapso do modelo analítico e da resposta numérica para o modelo do bloco com as dimensões máximas da parede e calibrado com o Método de Calibração 2.

Como se observa no gráfico da Figura 5.12, quando se adopta a metodologia de calibração de Peña *et al.* (2005), a resposta numérica também se ajusta à resposta analítica de um bloco rígido sujeito a um regime forçado sinusoidal.

Os valores dos parâmetros do contacto do bloco rígido com a base e do amortecimento deste sistema, obtidos a partir do Método de Calibração 2, são usados para definir o modelo constitutivo dos contactos entre as paredes e a base do modelo numérico da caixa e do amortecimento deste modelo com os valores apresentados na Tabela 5.7. As respostas do modelo numérico da caixa, em regime forçado sinusoidal, são apresentadas e analisadas no parágrafo 5.7.2.

5.7 - ANÁLISE DO COLAPSO PARA OS VÁRIOS CASOS DE CARGA

Com o intuito de se estudar o efeito do lintel e da contabilização da massa da cobertura na resistência sísmica de uma estrutura de alvenaria modela-se uma caixa de alvenaria para os casos de estudo definidos na Tabela 5.2. Para qualquer caso de estudo, os modelos constitutivos do material e dos contactos deste modelo numérico são definidos com os valores dos parâmetros das Tabelas 5.3 e 5.4, respectivamente. Os valores dos parâmetros do modelo constitutivo dos contactos entre as paredes e a base do modelo numérico são obtidos pelos Métodos de Calibração 1 (parágrafo 5.5) e 2 (parágrafo 5.6), apresentados nas Tabelas 5.6 E 5.7, respectivamente. Assim, a referida análise sísmica é realizada duas vezes para cada caso de estudo, uma para cada metodologia de calibração do contacto entre as paredes e a base.

Para efectuar a análise em regime forçado da caixa de alvenaria para os quatro casos de estudo também se adopta para cada modelo numérico os mesmo valores dos parâmetros calibrados em regime livre, acima definidos. Como explicado no parágrafo 5.4, esta análise foi efectuada, levando o modelo numérico até ao colapso, mediante a iteração do valor da amplitude da aceleração sinusoidal (a). O conjunto destes valores para um caso de estudo forma o que se denominou de relação de colapso. Para comparar as relações de colapso dos vários casos de estudo, obtidas pelo programa de cálculo 3DEC para as duas metodologias de calibração do contacto entre as paredes e a base, não se apresentam as variações (%) entre estes e o modelo analítico de Housner de uma parede isolada. Apresenta-se uma análise qualitativa destes dados comparando as relações de colapso dos casos de estudo para um mesmo método de calibração.

A curva de colapso de Housner (1963) para o modelo de um bloco rígido (paralelepípedo) que representa uma das paredes também é apresentada de modo a avaliar se o critério e o modo de colapso adoptados se ajustam aos modelos numéricos, isto é, se o colapso da caixa (ou da parede da caixa) corresponde ao colapso de um bloco rígido isolado. A correspondente resposta analítica é a mesma que a apresentada nas Figuras 5.10 e 5.12.

5.7.1 - RELAÇÕES DE COLAPSO NA SITUAÇÃO DE CALIBRAÇÃO PELA RIGIDEZ E PELO ATRITO DO CONTACTO - MÉTODO DE CALIBRAÇÃO 1

Para a metodologia da calibração da rigidez e do ângulo de atrito do contacto entre a base e as paredes da caixa (Método de Calibração 1), obteve-se através da análise de diversos modelos de elementos discretos uma relação de colapso para cada caso de estudo (Tabela 5.2). Na Figura 5.13 apresentam-se essas relações de colapso que representam as amplitudes mínimas que provocam o colapso em função de ω/p . No gráfico da Figura 5.13, também se apresenta a resposta analítica de Housner para o bloco rígido com as maiores dimensões da parede e geometria paralelepípedica.

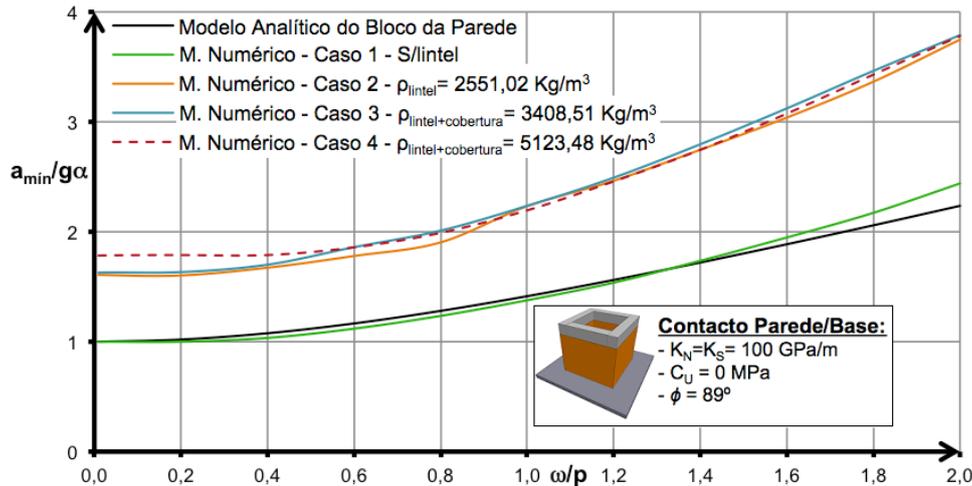


Figura 5.13 - Relações de colapso da caixa calibrada pelo Método de Calibração 1. Respostas numéricas correspondentes às várias situações de carga e resposta analítica da parede de colapso.

Comparando a relação de colapso da resposta numérica da situação do caso 1 com a da resposta analítica (Figura 5.13), observa-se que as curvas formadas por ambas as relações têm uma tendência semelhante e os respectivos valores das amplitudes da excitação sinusoidal (a_{min}) são muito próximos para uma mesma frequência angular (ω). A semelhança entre estas respostas mostra que o critério adoptado para definir o colapso da caixa (colapso individual de uma das paredes) é bem ajustado a este tipo de estrutura, dado que o movimento das paredes no caso 1, é bem descrito pelo modelo de Housner (1963). Da semelhança destes resultados pode, também, verificar-se que adoptar no modelo numérico da caixa os valores calibrados dos parâmetros que definem o modelo constitutivo do contacto entre a parede (prisma trapezoidal) e a base da caixa, obtidos pelo Método de Calibração 1 (bloco paralelepípedo), não produz uma grande alteração ao comportamento mecânico da parede que colapsa relativamente a um bloco rígido isolado. Assim, a adopção do Método de Calibração 1 é válido para modelar os contactos de uma caixa de alvenaria.

As respostas numéricas das relações de colapso, dos quatro casos de carga, seguem aproximadamente a tendência da curva de Kirkpatrick (resposta analítica de Housner (1963), equação (3.28)). No entanto, para os casos de estudo 2 a 4, do gráfico da Figura 5.13, observa-se que estas sofrem uma translação ascendente na direcção vertical, isto é, a resistência sísmica da caixa aumenta. Isto deve-se à introdução do lintel no modelo numérico destes três casos de estudo, o qual provocou um aumento da amplitude mínima de colapso (a_{min}) para cada ω/p , relativamente ao caso 1. Assim, observa-se que o lintel aumenta a resistência sísmica de uma caixa de alvenaria.

A contabilização da massa da cobertura no lintel, representada nos casos 3 e 4, não teve um grande efeito no valor da amplitude mínima de colapso (a_{min}), relativamente à resposta numérica da relação de colapso do caso 2 (Figura 5.13). Como se variou significativamente a massa da cobertura (entre os casos 3 e 4) contabilizada no lintel, não se pode inferir qual o efeito que a massa e o peso da cobertura realmente têm na resistência sísmica da caixa,

pele que só se pode concluir que para este modelo numérico, a resistência sísmica da caixa não é alterada com o aumento da massa do lintel.

A não ocorrência de uma diferença significativa entre os resultados dos casos 2 a 4 pode dever-se ao facto de se ter considerado no modelo constitutivo do contacto entre o lintel e a parede uma tensão de coesão nula. Pela teoria de Mohr-Coulomb, a existência de uma coesão diferente de zero provoca um aumento da rigidez tangencial neste contacto, levando a um aumento da fixação entre os blocos da parede e os blocos do lintel, levando a uma aumento da resistência da estrutura, não sendo intuitivo perceber qual o efeito do aumento da massa do lintel nesse valor. Como calibrar este contacto sai fora do âmbito do presente estudo a sua investigação é deixada para desenvolvimentos futuros.

Por fim, refira-se que a partir das respostas numéricas da rotação das quatro paredes, de todos os casos de carga, observou-se que o movimento de oscilação da caixa é reproduzido pelo modelo numérico, tal como o preconizado no modo de rotura descrito no parágrafo 5.4.

5.7.2 - RELAÇÕES DE COLAPSO PARA O CASO DA CALIBRAÇÃO PELO MÉTODO DE PEÑA ET AL. (2005) - MÉTODO DE CALIBRAÇÃO 2

Para o modelo numérico da caixa de alvenaria, com os valores dos parâmetros do contacto e do amortecimento calibrados segundo a metodologia de Peña *et al.* (2005), obtiveram-se as relações de colapso para cada caso de estudo definido na Tabela 5.2. No gráfico da Figura 5.14 apresentam-se as relações de colapso para cada caso de estudo. Neste mesmo gráfico apresenta-se, também, a resposta analítica para o modelo de um bloco isolado (paralelepédico) de Housner (1963).

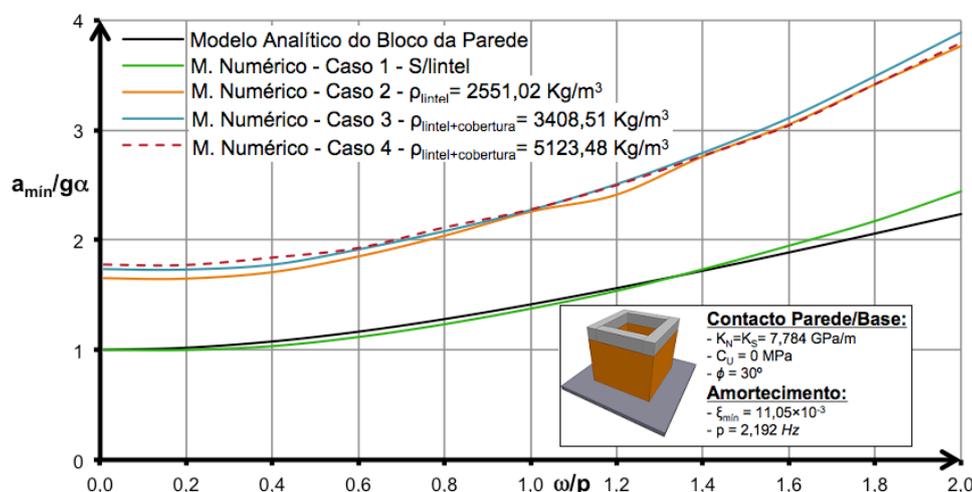


Figura 5.14 - Relações de colapso da caixa calibrada pelo Método de Calibração 2. Respostas numéricas correspondentes às várias situações de carga e resposta analítica da parede de colapso.

Ao comparar-se os valores das amplitudes mínimas de colapso (a_{min}) da resposta numérica da relação de colapso do caso 1 com os valores da resposta analítica de Housner (1963), para um mesmo valor da frequência angular (ω), verifica-se que a diferença entre estes é

mínima (Figura 5.14). Tal permite concluir que a resposta do modelo numérico da caixa do caso 1 está ajustada à resposta do modelo analítico de Housner (1963). Assim, conclui-se que a calibração dos valores dos parâmetros da rigidez do contacto e do amortecimento do sistema, através do Método de Calibração 2, se adequa ao problema em estudo. Confirma-se que adoptar os valores teóricos dos parâmetros α , p e μ , produz a partir do modelo numérico uma resposta semelhante à resposta analítica.

No gráfico da Figura 5.14 observa-se que as respostas numéricas do modelo da caixa obtidas para cada caso são quantitativamente muito próximas às obtidas no parágrafo 5.7.1 (Figura 5.13) como Método de Calibração 1. Este facto permite extrapolar parte da análise efectuada no parágrafo 5.7.1. Assim, também se pode verificar através das respostas dos modelos numéricos (Figura 5.14) que simulam a estrutura da caixa com lintel (casos 2 a 4), que a resistência sísmica destas estruturas aumenta para um mesmo valor da frequência angular (ω), relativamente ao caso 1. Isto é observável na Figura 5.14, pelo aumento das amplitudes mínimas de colapso (a_{min}) das respostas numéricos dos casos 2 a 4, relativamente ao caso 1. Logo, conclui-se que a introdução de um lintel confere uma maior resistência sísmica à estrutura da caixa.

A inclusão da massa da cobertura no lintel simulada pelos modelos numéricos dos casos 3 e 4, não teve um grande efeito no valor da amplitude mínima de colapso (a_{min}), relativamente à resposta numérica da relação de colapso do caso 2 (Figura 5.13). Nos casos 2, 3 e 4 variou-se significativamente a massa da cobertura, mas as respostas numéricas das relações de colapso não se alteraram significativamente relativamente umas às outras. Assim, a contabilização da massa e do peso da cobertura não induz um aumento significativo da resistência sísmica do modelo numérico. No entanto, como explicado no paragrafo 5.7.1, o efeito do aumento da massa do lintel na resistência da estrutura não é de análise intuitiva, obrigando a uma análise mais aprofundada do contacto entre as paredes e o lintel, o que sai do âmbito do presente estudo.

Por último, demonstra-se que, também, para os modelos numéricos calibrados com o Método de Calibração 2, o modo de colapso da caixa definido em 5.4 se ajusta ao estudo, bem como as aproximações adoptadas para ajustar os métodos de calibração estudados no caso de blocos com a geometria de um prisma trapezoidal.

5.8 - CONCLUSÕES

Dos estudos apresentados no Capítulo 5, conclui-se que para a estrutura estudada, o modo de rotura definido previamente para a análise no regime sinusoidal forçado se adapta ao critério de colapso adoptado, porque em todos os casos estudados, a estrutura colapsou pelo bloco com o comportamento dinâmico mais próximo do modelo analítico de Housner (1963) para o bloco rígido isolado em regime forçado sinusoidal, na direcção perpendicular ao seu plano de desenvolvimento.

Apesar de uma parede de alvenaria real não se deformar como um corpo rígido, a aproximação do seu comportamento ao de um bloco rígido, permite estabelecer um modo de rotura para a caixa coerente com as hipóteses assumidas na definição do modelo numérico e com as hipóteses que validam o modelo analítico de Housner (1963).

As duas respostas numéricas das relações de colapso do caso 1 conduziram a amplitudes mínimas de colapso (a_{min}) semelhantes para um mesmo valor da frequência angular (ω). Estes valores da amplitude também são próximos do correspondente valor do modelo analítico do bloco rígido, o qual se calcula por intermédio da equação (3.28).

A contribuição do lintel para o aumento da resistência sísmica da caixa foi modelada com sucesso pelo método dos elementos discretos. Para os casos 2 a 4 (Figuras 5.13 e 5.14), com o lintel colocado no topo da estrutura, observa-se o aumento da amplitude mínima que origina o colapso da caixa para todos as respostas numéricas obtidas.

A tentativa de contabilizar o efeito da massa e do peso da cobertura pela introdução da sua massa no modelo constitutivo do material do lintel, não foi bem sucedida. O modelo constitutivo do contacto entre o lintel necessita de ser calibrado, nomeadamente o valor da coesão, de forma a mobilizar para as paredes uma maior ou menor estabilidade. Esta questão é dependente de estudos experimentais que saem fora do âmbito do presente estudo.

Depreende-se que o método de calibração proposto no presente estudo (Método de Calibração 1) se ajusta bem ao problema da caixa e do seu reforço. Também representa uma boa alternativa ao método proposto por Peña et al. (2005) quando calibrado com valores teóricos dos parâmetros α , p e μ (Método de Calibração 2).

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

6.1 - CONCLUSÕES

Esta investigação teve como objectivo estudar o efeito de um lintel num edifício de alvenaria. Para tal utilizou-se um programa de cálculo de elementos discretos e simulou-se uma caixa de alvenaria sujeita a vários casos de estudo, o que se conseguiu após a calibração do comportamento mecânico do contacto entre as paredes e a fundação. Como se provou neste estudo, a modelação adoptada para a caixa e para o seu reforço estrutural foi a adequada para obter uma simulação aproximada do seu comportamento.

O comportamento mecânico do contacto entre as paredes e a base foi calibrado com sucesso por duas metodologias, segundo o Método de Calibração 1 e segundo o Método de Calibração 2.

O Método de Calibração 2 ajusta a resposta numérica ao comportamento real de um bloco rígido através do ajustamento dos valores dos parâmetros α , p e μ , a partir dos quais se obtêm os parâmetros que definem o contacto e o amortecimento do modelo numérico (K_N , K_S e ξ_{min}). Esta metodologia depende da calibração prévia dos parâmetros α , p e μ pelo método de Prieto *et al.* (2005), a qual não foi realizada na presente dissertação, o que levou a que não houvesse um ajustamento ao comportamento real, mas a um ajustamento à resposta analítica de Housner (1963).

O Método de Calibração 1, proposto no presente estudo, por intermédio dos parâmetros K_N , K_S e ϕ , ajustou directamente a resposta do modelo numérico à resposta analítica de Housner (1963), com uma boa aproximação, levando ainda a uma maior eficiência do tempo de execução computacional relativamente ao método de Peña *et al.* (2005).

Comparando as respostas destas duas metodologias prova-se que, pela semelhança dos resultados obtidos, a metodologia proposta no presente estudo (ajustamento directo dos parâmetros K_N , K_S e ϕ) é válida para o problema do bloco rígido isolado, bem como para o caso de uma estrutura de alvenaria.

Para qualquer uma destas metodologias de calibração, as simplificações adoptadas para a geometria das paredes da caixa não provocaram uma alteração significativa no comportamento dinâmico dos blocos que as representam, pelo que o modo de rotura idealizado para a estrutura em estudo é válido tal como o ponto de colapso.

Como o interface deste programa é orientado por uma linguagem de programação própria, também se ganharam rotinas e experiência ao nível de programação. Posteriormente, esta valência permitiu recorrer a uma linguagem de programação mais complexa como o Visual

Basic, a qual se usou para construir o modelo analítico de Housner, permitindo criar uma Macro que calculasse de forma expedita as respostas em função das variáveis necessárias. Esta linguagem ainda foi usada para criar uma ferramenta de análise à resposta do 3DEC.

Provou-se a capacidade do método dos elementos discretos poder modelar quantitativamente, o comportamento de uma caixa de alvenaria bem como a influencia de um lintel a ligar as quatro paredes.

Demonstrou-se pelo método dos elementos discretos, a importância de considerar a a carga a actuar no lintel como uma massa. Considerar a massa e o peso próprio do lintel conduz a uma resistência sísmica maior por parte da estrutura.

6.2 - DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Poderão ser realizados desenvolvimentos futuros dos temas abordados na presente investigação, para aumentar o campo de aplicação das conclusões e para melhorar a aproximação das simulações ao comportamento real das estruturas. Para atingir estes objectivos podem ser realizadas, pelo menos, as seguintes abordagens:

- Determinar com maior precisão o comportamento da caixa, nomeadamente, dos contactos entre as paredes e entre o lintel e as paredes, e a partir destes tornar mais próximo da realidade o tipo de ligação entre as paredes, como por exemplo a introdução de entalhes;
- Modelar a parede como um conjunto de vários blocos, incluindo o método de Voronoi;
- Aplicar uma excitação, o mais aproximada possível à de uma acção sísmica, como uma aceleração do tipo sísmica, de forma a melhor quantificar os efeitos do sismo na caixa;
- Analisar uma estrutura mais complexa para se assemelhar o mais possível a uma estrutura real. A introdução de paredes com aberturas (portas ou janelas) e a introdução de novos elementos estruturais, como pilares e/ou pisos.
- Definir um critério, para o colapso da caixa, que melhor se ajuste às forças desenvolvidas no sistema, sobretudo pelas forças desenvolvidas entre os contactos dos vários elementos estruturais, para quantificar o mais próximo da realidade, as forças envolvidas no sistema em estudo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] **Azevedo, J., Sincrain, G. e Lemos, J.V. (2000)**, “*Seismic behavior of blocky masonry structures*”, Earthquake Spectra 2000, 16(2):337-365.
- [2] **Bathe, K.J. e Wilson, E.L. (1976)**, “*Numerical methods in finite element analysis*”, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentic-Hall, Inc.
- [3] **Cundall, P.A. (1971)**, “*A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems*”, in Proc. Of the symposium of the International Society of Rock Mechanichs, Nancy, France, Volume 1, Paper number II-8.
- [4] **Cundall, P.A. (1976)**, “*Explicit finit-difference methods in geomechanics*”, in Proc. E.F. Conference Numerical Models in Geomechanics, Blacksburg, pp. 132-150.
- [5] **Cundall, P.A., Marti, J., Beresford, P., Last, N. e Asgian, M. (1978)**, “*Computer modeling of jointed rock masses*”, Waterways Experiment Station Report WES-TR-N-78-4.
- [6] **Cundall, P.A. e Strack, O.D.L. (1979)**, “*A discrete numerical model for granular assemblies*”, Géotechnique, 29, pp. 47-65.
- [7] **Cundall, P.A. (1982)**, “*Adaptative density-scaling for time-explicit calculations*”, Proc. 4th International Conference on Numerical methods in Geomechanics, Edmonton, Canada, pp. 1-4.
- [8] **Cundall, P.A. (1987)**, “*Distinct element models of rock and soil structure*”, in Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics (Ed. E.T. Brown), George Allen & Unwin, pp. 129-163.
- [9] **Cundall, P.A. (1988)**, “*Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part I: A scheme to detect end represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks*”, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Volume 25, pp. 107-116.
- [10] **Cundall, P.A. e Hart R.D. (1992)**, “*Numerical modeling of discontinua*”, Engineering Computations, Volume 9, pp. 101-113.
- [11] **Gago, A.S. (2004)**, “*Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas, Contributo para o estudo do património construído*”, Tese de Doutoramento, Dezembro.
- [12] **Housner, G.W. (1963)**, “*The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes*”, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 53, nº 2, pp. 403-417.
- [13] **Ishiyama, Y. (1982)**, “*Motions of rigid bodies and criteria for overturning by earthquake excitations*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 10, pp. 635-690.
- [14] **Itasca (2007a)**, “*3DEC 4.1, User’s Guide*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª Edição, Dezembro de 2007.
- [15] **Itasca (2007b)**, “*3DEC 4.1, Verification Problems & Example Applications*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª Edição, Dezembro de 2007.
- [16] **Itasca (2007c)**, “*3DEC 4.1, Command Reference*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª

Edição, Dezembro de 2007.

- [17] **Itasca (2007d)**, “3DEC 4.1, *Theory and Background*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª Edição, Dezembro de 2007.
- [18] **Itasca (2007e)**, “3DEC 4.1, *Optional Features*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª Edição, Dezembro de 2007.
- [19] **Itasca (2007f)**, “3DEC 4.1, *FISH in 3DEC*”, Itasca Consulting Group Inc., 3ª Edição, Dezembro de 2007.
- [20] **Kirkpatrick, P. (1927)**, “*Seismic measurements by the overthrow of columns*”, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 17, nº 2, 1927.
- [21] **Lemos, J.V. (2007)**, “*Numerical issues in the representation of masonry structural dynamics with discrete elements*”, ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, M. Papadrakakis, D.C. Charmpis, N.D. Lagaros, Y. Tsompanakis (eds.), Rethymno, Crete, Greece, 13–16 Junho, 2007.
- [22] **Lipscombe, P. (1990)**, “*Dynamics of rigid block structures*”, PhD Thesis, University of Cambridge.
- [23] **Papantonopoulos, C., Psycharis, N., Papastamatiou, D.Y., Lemos, J.V. e Mouzaquis, H.P. (2002)** “*Numerical prediction of the earthquake response of classical columns using the distinct element method*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2002, 31:1699-1717, DOI: 10.1002/eqe. 185.
- [24] **Peña, F., Prieto, F., Lourenço, P.B., Costa, A.C. e Lemos, J.V. (2005)** “*Dinâmica de bloques de piedra, experimentación y simulación numérica*”, Departamento de Estruturas, Núcleo de Engenharia Sísmica e Dinâmica de Estruturas, Projecto ECOLEADER-Grupo IV, Lisboa, Junho.
- [25] **Peña, F., Prieto, F., Lourenço, P.B., Costa, A.C. e Lemos, J.V. (2007)**, “*On the dynamics of rocking motion of single rigid-block structures*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 36, issue 15, pp. 2383-2399, Wiley InterScience, 8 de Agosto.
- [26] **Pompei, A., Scalia, A. e Sumbatyan, M.A. (1998)**, “*Dynamics of rigid block due to horizontal ground motion*”, J. Engrg. Mech, 124 (7), pp. 713-717, July.
- [27] **Psycharis, N., Lemos, J.V., Papastamatiou, D.Y., Zambas, C. e Papantonopoulos, C. (2003)**, “*Numerical study of the seismic behavior of a part of yhe Parthenon Pronaos*”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2003, 32:2063-2084, DOI: 10.1002/eqe.315.
- [28] **Prieto, F., Lourenço, P.B. e Costa, A. (2005)**, “*Verificación experimental de la formulación compleja del rocking motion*”, Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Granada.
- [29] **Sincrain, G.E. (2001)** “*Seismic behaviour of blocky masonry structures, A discret elemento method approach*”, Dissertação Para Obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Janeiro.
- [30] **Yim, C., Chopra, A. e Penzien, J. (1980)** “*Rocking response of rigid blocks to*

earthquake", Relatório UBC/EERC-80/82, Universidade da Califórnia.

- [31]** Winkler, T., Meguro, K. e Yamazaki, F. (1995) "*Response of rigid body assemblies to dynamic excitation*", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 24, 1389-1408.
- [32]** Zhang, J. e Makris, N. (2001), "*Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses*", J. Engrg. Mech, 127 (5), pp. 473-483, May.