



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Universidade Técnica de Lisboa

Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado
Estudo de Alternativas de Modelação e Análise Não-Linear

Gonçalo Luís Neves de Carvalho

Dissertação para a obtenção de Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Júri

Presidente: [Nome do presidente]

Orientador: Prof. Doutora Rita Nogueira Leite Pereira Bento

Vogal: Prof. Doutor Mário Manuel Paisana dos Santos Lopes

Maio 2011

Agradecimentos

A todos os professores que, ao longo dos últimos cinco anos, foram responsáveis por todo o conhecimento e interesse que transporto hoje pela área que estudo, e sobre a qual tenciono desenvolver o meu trabalho. Em particular à orientadora da dissertação Prof. Doutora Rita Bento, com quem contei sempre com toda a disponibilidade não só em apoio e formação, mas também na constante motivação pessoal em fases mais críticas do trabalho. Ao Eng. Carlos Bhatt, a quem recorri muitas vezes pela sua experiência técnica, pelo auxílio oferecido durante a execução dos modelos e análises, pela transmissão dos seus conhecimentos sobre o *SeismoStruct*, e ainda pelo aconselhamento em diversas áreas da dissertação. À equipa de suporte técnico do *SeismoStruct* e a todos os utilizadores do *Forum* da *SeismoSoft* que me foram acompanhando nos problemas que surgiram com os modelos, tal como à Eng. Carla Silva da *CSI Portugal* pelo apoio facultado no *SAP2000*.

A todos aqueles com quem me cruzei durante este percurso, entre os quais aqueles que se tornaram para sempre grandes amigos, com os quais conto todos os dias, e que foram absolutamente importantes para poder chegar até esta fase. Em especial, à Mariana Braga, à Mariana Matos e à Catarina Bio pela contínua presença e motivação durante a execução da tese, e ao André Bragança, ao Miguel Espinha e ao Miguel Arriaga pelo interesse e partilha de ideias, pelo suporte e discussão de assuntos teóricos e práticos, e pela orientação na escrita em L^AT_EX.

Finalmente, o maior agradecimento aos meus pais, a quem devo aquilo que sou hoje e a quem expresso um sentimento especial por tudo aquilo em que me apoiaram em prol do meu crescimento e educação, e aos quais dedico este trabalho.

Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado

Estudo de Alternativas de Modelação e
Análise Não-Linear

Resumo

A deformação a que se sujeita a estrutura dum edifício de betão armado, durante uma acção sísmica intensidade de média a elevada, conduz os elementos estruturais aos seus limites de resistência, obrigando-os a comportar-se em regime não-linear. Porém, a complexidade do cálculo da resposta da estrutura em regime inelástico faz com que apenas métodos lineares simplificados sejam utilizados em gabinetes de projecto.

Com a necessidade de recorrer efectivamente a métodos não-lineares em estruturas mais complexas, e sobretudo com a crescente evolução dos meios computacionais, o uso destes procedimentos poderá vir a generalizar-se. Um vasto conjunto de alternativas de modelação estrutural, métodos de análise e programas de cálculo tem vindo a desenvolver-se e a fazer parte de projectos de investigação. Assim, como forma de apoiar a escolha do projectista sobre os meios já actualmente disponíveis, surgiu o interesse em avaliar o trabalho envolvido e a complexidade de cada uma destas alternativas, e relacioná-la com a fiabilidade dos respectivos resultados.

Na presente dissertação, elaboraram-se modelos de plasticidade concentrada e distribuída da estrutura dum edifício de betão armado existente em dois programas de cálculo conhecidos, o *SAP2000* e o *SeismoStruct*, sobre os quais se aplicam métodos de análise estática e dinâmica não-linear. Os resultados são comparados entre modelos, análises e programas.

O estudo permitiu não só constituir com esta dissertação um documento de suporte à modelação e análise não-linear de estruturas de edifícios, mas também de aconselhamento sobre as alternativas propostas e a viabilidade associada cada uma.

Palavras-chave: Sismos; Estruturas de edifícios; Secções de betão armado; Não-linearidade física; Modelação não-linear; Plasticidade concentrada; Plasticidade distribuída; Análise sísmica não-linear.

Seismic Analysis of Reinforced Concrete Buildings

Study of Alternatives of Nonlinear
Modelling and Analysis

Abstract

Large deformation of reinforced concrete buildings produced by medium-high intensity earthquakes leads structural elements to their very limits of resistance, resulting in a nonlinear global seismic response. However, due to the complexity involved in the structure state determination under plastic regime, only simple linear methods are effectively used in design offices.

Along with the rely on nonlinear methods to accurately predict the seismic response of complicated asymmetric structures, the recent evolve of computational skills may bring nonlinear proceedings to a generalisation. A wide number of modelling alternatives, analyses and advanced computer programs have been developed and studied in research projects over the last decades. As a way of supporting the choice of the user among the available means, particular interest arose in evaluating the work and complexity concerned with each alternative and in connecting it to the accuracy of the results.

In the present work, lumped and distributed plasticity models of an existing reinforced concrete structure were performed in two different computer programs, *SAP2000* and *SeismoStruct*. With each model, both nonlinear static and dynamic analyses were carried out. Consequent results were later used to compare models, analysis and programs.

The study developed and presented in this paper allowed not only to offer a supporting document on nonlinear modelling and analysis of building structures, but also offering advice on the available options, their feasibility and reliability.

Keywords: Earthquakes; Building structures; Reinforced concrete sections; Material non-linearity; Lumped plasticity; Distributed plasticity; Nonlinear seismic analysis.

Índice de conteúdos

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Índice de conteúdos	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xv
Lista de símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Aspectos gerais	1
1.2 Objectivos	3
1.3 Caso de estudo	3
1.3.1 Materiais	4
1.3.2 Planta e alçado	4
1.3.3 Secções	4
1.4 Programas de cálculo utilizados	6
1.5 Organização do documento	6
2 Modelação de secções de betão armado	9
2.1 Introdução	9
2.2 Relações constitutivas dos materiais	10
2.2.1 Betão	10
2.2.1.1 Análise do comportamento	10
2.2.1.2 Modelação	13
2.2.2 Aço	16
2.2.2.1 Análise do comportamento	16
2.2.2.2 Modelação	17
2.3 Relações constitutivas da secção transversal	18
2.3.1 Análise de secções	19
2.3.2 Modelação	25
2.3.2.1 Modelos de relações histeréticas	25
2.3.2.2 Modelo de fibras	26

2.3.3	Programa desenvolvido	27
3	Modelos estruturais	31
3.1	Introdução	31
3.2	Modelos lineares de estruturas	33
3.3	Modelos não-lineares de estruturas	37
3.3.1	Modelos de plasticidade concentrada	39
3.3.1.1	Comprimento de rótula plástica	41
3.3.1.2	Modelos de relações histeréticas	43
3.3.1.3	Modelos de fibras	47
3.3.2	Modelos de plasticidade distribuída	48
3.3.2.1	Modelo de plasticidade distribuída em todo o comprimento . . .	50
3.3.2.2	Modelo de plasticidade distribuída limitada	51
3.4	Lista de modelos elaborados	52
4	Análise sísmica linear e não-linear	55
4.1	Introdução	55
4.2	Caracterização da acção sísmica	56
4.2.1	Espectros de resposta	56
4.2.2	Acelerogramas semi-artificiais	58
4.2.3	Acções gravíticas	60
4.3	Análise dinâmica linear por espectro de resposta	60
4.3.1	Coefficientes de comportamento	62
4.4	Análise estática não-linear	63
4.4.1	Análise pushover	63
4.4.2	Método N2	64
4.4.2.1	Representação gráfica do método N2	66
4.4.2.2	Efeitos da torção	67
4.4.3	Carregamentos laterais	67
4.5	Análise dinâmica não-linear	68
4.5.1	Intervalos de integração e amortecimento numérico	69
4.5.2	Método de Hilber-Hughes-Taylor	70
4.5.3	Amortecimento viscoso e histerético	71
5	Análise de resultados	73
5.1	Introdução	73
5.2	Comportamento elástico linear da estrutura	75
5.2.1	Características dinâmicas lineares	75
5.2.2	Resposta às acções gravíticas	77
5.2.3	Resposta à acção sísmica	78
5.3	Comportamento não-linear da estrutura	82

5.3.1	Aplicação de coeficientes de comportamento	82
5.3.2	Análise das curvas de capacidade resistente	82
5.3.3	Resultados do método N2	86
5.3.4	Análise dinâmica não-linear	88
5.3.5	Tempo de corrida das análises	93
6	Conclusões	95
6.1	Considerações gerais	95
6.1.1	Elaboração dos modelos	95
6.1.2	Preparação e execução das análises sísmicas	96
6.1.3	Resultados obtidos	96
6.2	Experiência e conhecimentos adquiridos	98
6.3	Desenvolvimentos futuros	99
	Referências bibliográficas	101
	Referências de <i>software</i>	107
A	Modelos utilizados para os materiais	I
A.1	Betão	I
A.2	Aço	I
B	Principais disposições do EC8 utilizadas	III
B.1	Definição da acção sísmica	III
B.2	Classificação do sistema estrutural	III
B.3	Regularidade estrutural	IV
B.4	Coefficientes de comportamento	VII
B.5	Método N2	VIII
C	Rigidez de torção, rigidez lateral e centro de rigidez	XI
C.1	Alternativa 1	XI
C.2	Alternativa 2	XII
C.3	Alternativa 3	XIII
C.4	Comparação das alternativas	XIV
D	Resultados da análise dinâmica não-linear	XV
E	Código Matlab	XXVII
E.1	Traçado da relação momento-curvatura	XXVII
E.2	Resolução do método N2	XXVIII

Índice de tabelas

2.1	Parâmetros de definição do comportamento mecânico dos betões utilizados.	15
2.2	Parâmetros de definição do comportamento mecânico do aço de armaduras.	18
3.1	Características fixas de rigidez adoptadas para o betão e aço.	34
3.2	Valores de α em função das condições de apoio da viga e da simetria da secção. . . .	35
4.1	Registos sísmicos seleccionados.	58
4.2	Distribuição do carregamento segundo x	68
4.3	Distribuição do carregamento segundo y	68
4.4	Distribuição uniforme do carregamento	68
5.1	Listagem dos modelos e análises realizadas.	74
5.2	Influência da rigidez das armaduras e do betão [GPa] nos períodos de vibração [s] da estrutura.	77
5.3	Dispersão dos deslocamentos inter-pisos obtidos para os seis acelerogramas por análise dinâmica linear – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	81
5.4	Deslocamentos-objectivo pelo método N2.	86
5.5	Dispersão dos deslocamentos interpisos obtidos para os seis acelerogramas por análise dinâmica não-linear – <i>SeismoStruct</i> (modelo B3.1).	89
5.6	Instante [s] em que pararam as análises dinâmicas não-lineares, por dificuldades de convergência nos dois modelos de plasticidade concentrada, desenvolvidos no <i>SAP2000</i>	91
5.7	Duração de corrida das análises <i>pushover</i> nos quatro modelos.	94
5.8	Duração de corrida das análises dinâmicas, para as três intensidades, nos cinco modelos e para os seis acelerogramas considerados.	94
6.1	Vantagens e desvantagens dos modelos propostos.	98
B.1	Rigidez de torção, rigidez lateral e centro de rigidez.	VI
B.2	Características inerciais dos pisos.	VI
B.3	Verificação das Equações B.3 e B.4 nas duas direcções horizontais x e y	VI
C.1	Carregamentos aplicados	XI
C.2	Resultados da aplicação do momento.	XII
C.3	Resultados da aplicação das forças horizontais.	XII

C.4 Carregamentos aplicados	XII
C.5 Resultados da aplicação do momento.	XII
C.6 Resultados da aplicação das forças horizontais.	XIII
C.7 Carregamentos aplicados	XIII
C.8 Resultados da aplicação do momento.	XIII
C.9 Resultados da aplicação das forças horizontais.	XIII
C.10 Rigidezes de torção.	XIV
C.11 Rigidezes laterais.	XIV
C.12 Centros de rigidez.	XIV

Índice de figuras

1.1	Planta da estrutura. Escala 1:100	5
1.2	Pormenorização das armaduras dos elementos verticais. Escala 1:20	7
1.3	Pormenorização das armaduras das vigas. Escala 1:20	7
2.1	Ensaio de compressão de betões com diferentes resistências	11
2.2	Ensaio de compressão do betão a diferentes velocidades de carga	11
2.3	Ensaio triaxiais de betão com pressões de confinamento constantes	11
2.4	Ensaio de betões com diferentes resistências e espaçamentos de cintas	12
2.5	Ensaio cíclicos de compressão do betão	12
2.6	Exemplos de modelos de relações constitutivas do betão.	14
2.7	Modelos de relações constitutivas do betão do EC2 [49].	15
2.8	Modelo de Mander <i>et al.</i> [41].	15
2.9	Curvas de resistência dos betões utilizados.	15
2.10	Ensaio de varões de aço com diferentes resistências	16
2.11	Ensaio cíclico de varões de aço.	16
2.12	Exemplos de modelos de relações constitutivas do aço.	17
2.13	Modelo de Menegotto & Pinto [44].	17
2.14	Comportamento cíclico do aço utilizado para um dado historial de extensões.	18
2.15	Estados-base de definição do estado de deformação da secção.	19
2.16	Andamento qualitativo da relação momento-curvatura.	21
2.17	Flexão em torno de y da secção da parede P1.	22
2.18	Interação do esforço axial com o diagrama momento-curvatura da secção da parede P1.	23
2.19	Comportamento cíclico de elementos de betão armado à flexão.	24
2.20	Exemplos de modelos de relações histeréticas da secção transversal.	26
2.21	Discretização de secções em fibras.	27
2.22	Fluxograma da função “Diagrama $M-\chi$ ”	28
2.23	Fluxograma da função “Calcula $M(\chi)$ ”	29
3.1	Categorias de modelos estruturais de edifícios.	32
3.2	Modelos utilizados para os elementos estruturais.	33
3.3	Comportamento à flexão do conjunto viga-laje.	35

3.4	Comportamento não-linear de elementos sujeitos a distribuições triangulares de momentos flectores.	38
3.5	Decomposição do estado de deformação de um elemento.	39
3.6	Associação em paralelo do modelo de Clough <i>et al.</i> [13].	39
3.7	Relação momento-curvatura dos subelementos no modelo de Clough <i>et al.</i> [13].	40
3.8	Associação em série do modelo de Giberson [25].	40
3.9	Comprimento de rótula plástica.	41
3.10	Idealização dos diagramas momento-curvatura das secções.	44
3.11	Comportamento dos elementos de plasticidade concentrada do <i>SAP2000</i>	45
3.12	Actualização da idealização dos diagramas momento-curvatura das secções para a contabilização do momento de rotura M_{rot}	46
3.13	Comportamento dos elementos de plasticidade concentrada do <i>SAP2000</i>	46
3.14	Associação em série do modelo de Takayanagi & Schnobrich [75].	48
3.15	Secções de integração dos elementos lineares.	49
3.16	Diferenças entre a formulação com base na rigidez e com base na flexibilidade.	49
3.17	Carência de objectividade num sistema com perda de resistência (d) e (e), em oposição à fase de simples endurecimento (b) e (c). Adaptado de Calabrese <i>et al.</i> [10].	50
3.18	Refinamento dos elementos de plasticidade distribuída.	51
3.19	Alteração do modelo original através da colocação dum elemento elástico linear intermédio.	52
4.1	Sistema de um grau de liberdade.	56
4.2	Acelerograma real do sismo de Kocaeli, Turquia (1999).	57
4.3	Espectros de resposta do sismo de Kocaeli, Turquia (1999).	57
4.4	Espectros de resposta elásticos do EC8 [50].	58
4.5	Acelerogramas e espectros utilizados. Duas componentes ortogonais.	59
4.6	Comportamento generalizado da estrutura.	63
4.7	Curva de capacidade resistente duma estrutura.	64
4.8	Idealização do comportamento generalizado da estrutura.	66
4.9	Relação entre o factor de redução dos esforços e o factor de ampliação dos deslocamentos.	66
4.10	Método gráfico com base na relação aceleração-deslocamento espectral.	67
4.11	Dissipação numérica de osciladores livres.	71
5.1	Deformada do primeiro modo de vibração.	76
5.2	Deformada do segundo modo de vibração.	76
5.3	Deformada do terceiro modo de vibração.	76
5.4	Influência da rigidez das armaduras e do betão [GPa] nos períodos de vibração [s] da estrutura.	77

5.5	Distribuição do esforço axial nos elementos verticais, devido às cargas gravíticas – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	78
5.6	Distribuição das forças de inércia máximas pelos elementos verticais e em altura, obtidos com o espectro de resposta elástico – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	79
5.7	Deslocamento do último piso segundo x , análise dinâmica linear, Northridge comb1. <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	79
5.8	Deslocamentos laterais máximos dos pisos, obtidos com análise modal por espectro de resposta e com integração directa – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	80
5.9	Rotação do último piso dada pelos deslocamentos em x e y de pontos extremos, para o comportamento linear da estrutura – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	81
5.10	Esforços transversos totais dos pisos em x e y , obtidos com análise modal por espectro de resposta e com integração directa – <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	82
5.11	Comparação entre as distribuições dos carregamentos impostos nas análises <i>pushover</i> com as distribuições correspondentes às forças geradas em cada piso, obtidas por análise dinâmica linear por espectro de resposta, normalizadas para a mesma força de corte basal.	83
5.12	Curvas de capacidade com duas distribuições de carregamento lateral, obtidas com o modelo de plasticidade distribuída – <i>SeismoStruct</i> (modelo B3.1).	83
5.13	Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade distribuída limitada – <i>SeismoStruct</i> (modelos B3.2).	84
5.14	Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade concentrada, através do modelo de fibras – <i>SAP2000</i> (modelos B3.2.).	85
5.15	Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade concentrada, através do modelos de relações histeréticas – <i>SAP2000</i> (modelo A2.2).	86
5.16	Representação dos deslocamentos-objectivo nas curvas de capacidade analisadas com o método N2 e espectro de resposta inelástico.	87
5.17	Deslocamentos laterais máximos dos pisos, obtidos por análise estática com o método N2 e por análise dinâmica modal com o espectro de resposta elástico.	87
5.18	Rotação do último piso dada pelos deslocamentos em x e y de pontos extremos. Resultado do método N2.	87
5.19	Esforço transversal em cada piso, nos modelos indicados, obtido por análise estática com o método N2 e por análise dinâmica modal com o espectro de resposta elástico.	88
5.20	Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída <i>SeismoStruct</i> (modelo B3.1), para diferentes intensidades da acção sísmica.	89
5.21	Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída <i>SeismoStruct</i> (modelo B3.1) e com o modelo linear <i>SAP2000</i> (modelo A1.1).	89

5.22	Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída limitada <i>SeismoStruct</i> (modelo B3.2.3).	90
5.23	Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Tabas <i>SAP2000</i>	92
5.24	Força de corte basal segundo x gerada pela primeira combinação do acelerograma de Tabas, obtida com o modelo de plasticidade distribuída e o modelo linear.	93
A.1	Traçado do n -ésimo troço da relação constitutiva do aço.	II
B.1	Espectro de resposta do EC8 [50]	III
B.2	Área do piso e área de reentrâncias em relação ao polígono de contorno convexo. . .	V
D.1	Mediana dos deslocamentos máximos dos pisos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.	XV
D.2	Mediana dos deslocamentos inter-pisos máximos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.	XVI
D.3	Mediana dos esforços transversos máximos dos pisos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.	XVII
D.4	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XVIII
D.5	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XIX
D.6	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XX
D.7	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XXI
D.8	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XXII
D.9	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XXIII
D.10	Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.	XXIV

D.11 Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada. XXV

D.12 Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada. XXVI

Lista de símbolos

Escalares latinos:

A	Área da secção transversal	$[L^2]$
A_c	Área de betão da secção transversal	$[L^2]$
A_{f_i}	Área da fibra i da secção transversal	$[L^2]$
a_g	Valor de cálculo da aceleração máxima à superfície dum terreno do tipo A	$[LT^{-2}]$
A_{s_i}	Área do varão i da secção transversal	$[L^2]$
b	Coefficiente de endurecimento do aço, razão entre E_{sp} e E_s	$[\]$
b_{eff}	Largura efectiva do banzo fictício superior adicionado à secção rectangular das vigas para a contabilização da rigidez adicional conferida pela laje	$[L]$
b_w	Largura da secção das vigas	$[L]$
c	Coefficiente de amortecimento	$[\]$
d	Deslocamento genérico	$[L]$
E	Módulo de elasticidade	$[ML^{-1}T^{-2}]$
E_c	Módulo de elasticidade do betão	$[ML^{-1}T^{-2}]$
E_{cm}	Módulo de elasticidade médio do betão, preconizado pelo EC2 [49]	$[ML^{-1}T^{-2}]$
E_{f_i}	Módulo de elasticidade tangente do material constituinte da fibra i da secção transversal	$[ML^{-1}T^{-2}]$
E_s	Módulo de elasticidade do aço	$[ML^{-1}T^{-2}]$
E_{sp}	Módulo de elasticidade plástico do aço, declive da recta de definição do regime plástico do aço no modelo de Menegotto & Pinto [44]	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_c	Resistência do betão à compressão	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_{c0}	Resistência do betão não-confinado à compressão	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_{cc}	Resistência do betão confinado à compressão	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_{cm}	Resistência média do betão à compressão	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_{ct}	Resistência do betão à tracção	$[ML^{-1}T^{-2}]$
f_y	Tensão de cedência do aço	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$f_y^{(n)}$	Tensão de cedência do aço f_y de cada troço n da definição do modelo de Menegotto & Pinto [44]	$[ML^{-1}T^{-2}]$
g	Aceleração da gravidade	$[LT^{-2}]$
G	Módulo de distorção	$[ML^{-1}T^{-2}]$
h_f	Espessura da laje	$[L]$
I_y	Momento de inércia da secção transversal em torno do eixo y	$[L^4]$
I_z	Momento de inércia da secção transversal em torno do eixo z	$[L^4]$
k	Rigidez	$[\]$
k_c	Coefficiente de confinamento do betão. Razão entre f_{cc} e f_{c0}	$[\]$
l	Distância entre a extremidade considerada dum elemento linear e a secção em cujo o momento flector M é nulo	$[L]$
L_p	Comprimento de rótula plástica	$[L]$

L_{p_u}	Comprimento de rótula plástica L_p no instante em que é atingido o momento último M_u	[L]
L_v	Comprimento das vigas	[L]
m	Massa	[M]
M	Momento flector numa secção em torno dum determinado eixo	$[ML^2T^{-2}]$
M_A	Momento na extremidade A do elemento genérico em análise considerado na Secção 3.3 (pág. 37)	$[ML^2T^{-2}]$
M_c	Momento flector de cedência da secção transversal	$[ML^2T^{-2}]$
M_{cr}	Momento flector para o qual é atingida a resistência de tracção do betão f_{ct} na secção transversal, e que dá início à fendilhação do betão	$[ML^2T^{-2}]$
M_{rot}	Momento de rotura da secção transversal, momento ao qual corresponde a rotura convencional do betão confinado ε_{ccu} ou, se ocorrer anteriormente, a rotura convencional do aço ε_{su}	$[ML^2T^{-2}]$
M_u	Momento máximo atingido pela secção transversal, corresponde ao máximo valor do diagrama momento-curvatura da secção $M \chi$ (ver Secção 2.3.1, pág. 19), ou no caso da rotura se dar anteriormente, coincide com o momento de rotura M_{rot}	$[ML^2T^{-2}]$
M_y	Momento flector em torno do eixo y da secção transversal	$[ML^2T^{-2}]$
M_z	Momento flector em torno do eixo z da secção transversal	$[ML^2T^{-2}]$
n	Número de ordem do troço de carga ou descarga do historial de ciclos de definição do modelo de Mander <i>et al.</i> [41] e do modelo de Menegotto & Pinto [44]	[]
N	Esforço axial	[]
\bar{N}	Esforço axial N instalado numa determinada peça linear no início da acção sísmica devido às acções gravíticas, também designado por esforço axial médio	$[MLT^{-2}]$
n_f	Número de fibras da secção transversal	[]
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais	[]
\mathbb{R}^3	Conjunto dos vectores reais de três coordenadas	[]
$R^{(n)}$	Coefficiente da curva de transição entre as rectas que definem o modelo de Menegotto & Pinto [44] em cada troço n	[]
S	Coefficiente de solo	[]
S_{ae}	Aceleração espectral em regime elástico	$[LT^{-2}]$
S_{ad}	Aceleração espectral em regime inelástico	$[LT^{-2}]$
S_{de}	Deslocamento espectral em regime elástico	[L]
S_{dd}	Deslocamento espectral em regime inelástico	[L]
S_{ve}	Velocidade espectral em regime elástico	$[LT^{-1}]$
T	Momento torsor (apenas utilizado na Equação 2.6, pág. 19)	$[ML^2T^{-2}]$
T	Período de vibração	[T]
t	Variável temporal, em geral com origem no instante da actuação da acção sísmica	[T]
u	Deslocamento do solo, igual, por hipótese, ao deslocamento das bases dos elementos verticais	[L]
V_y	Esforço transversal segundo o eixo y da secção transversal	$[MLT^{-2}]$
V_z	Esforço transversal segundo o eixo z da secção transversal	$[MLT^{-2}]$
x_c	Distância entre a extremidade considerada dum elemento linear e a secção em cujo o momento flector M iguala o momento de cedência M_c	[L]
y_{f_i}	Ordenada segundo o eixo y do centro de massa da fibra i da secção transversal	[L]
y_i	Ordenada segundo o eixo y do varão i da secção transversal	[L]
z_{f_i}	Cota segundo o eixo z do centro de massa da fibra i da secção transversal	[L]
z_i	Cota segundo o eixo z do varão i da secção transversal	[L]
z_{LN}	Cota da linha neutra segundo o eixo z da secção transversal	[L]
T_B	Limite inferior do período do patamar de aceleração constante do espectro de resposta do EC8 [50]	[T]

T_C	Limite superior do período do patamar de aceleração constante do espectro de resposta do EC8 [50][T]
T_D	Valor do período que define o início do ramo de deslocamento constante do espectro de resposta do EC8 [50] [T]
\bar{m}	Valor médio da massa dos pisos por área de superfície [ML ⁻²]
y_i	Função da resposta do modo de vibração i com $\{d^{(i)}\} = \{\phi^{(i)}\}y_i$ []
M_i	Entrada da matriz diagonal [M] definida por $M_i = \{\phi^{(i)}\}^T [m] \{\phi^{(i)}\}$ []
C_i	Entrada da matriz diagonal [C] definida por $C_i = \{\phi^{(i)}\}^T [c] \{\phi^{(i)}\}$ []
K_i	Entrada da matriz diagonal [K] definida por $K_i = \{\phi^{(i)}\}^T [k] \{\phi^{(i)}\}$ []
Q_i	Entrada do vector definida por $Q_i = \{\phi^{(i)}\}^T [m] \{r\}$ []
M_i^{eff}	Massa efectiva do modo de vibração i , definida por $M_i^{\text{eff}} = \frac{Q_i^2}{M_i}$. Esta grandeza surge sempre associada à direcção da acção sísmica, dependente do vector $\{r\}$ no cálculo de $\{Q\}$ [M]
$M_{d_x}^{\text{eff}}$	Massa efectiva dum modal associada à direcção x da acção sísmica []
$M_{d_y}^{\text{eff}}$	Massa efectiva dum modal modo associada à direcção y da acção sísmica []
q	Coefficiente de comportamento a aplicar numa dada direcção da estrutura []
q_x	Coefficiente de comportamento a aplicar à direcção x da estrutura []
q_y	Coefficiente de comportamento a aplicar à direcção y da estrutura []
d_{topo}	Deslocamento, segundo uma dada direcção, do centro de massa do último piso [L]
V_b	Força de corte basal. Força total, segundo uma dada direcção, gerada na base do edifício coincidente com a soma dos esforços transversos no elementos verticais ao nível da superfície [MLT ⁻²]
$R_{\text{máx}}$	Grandeza de resposta estrutural, <i>e.g.</i> , esforço e deslocamento generalizado []
$R_{\text{máx}}^{(i)}$	Grandeza de resposta estrutural, <i>e.g.</i> , esforço e deslocamento generalizado, associado ao modo de vibração i []
r	Razão entre as frequências angulares do modo i e do modo j . $r = \frac{\omega_j}{\omega_i}$ []
f_{su}	Tensão última do aço [ML ⁻¹ T ⁻²]
M_w	Magnitude de momento de um sismo []
L	Comprimento dum elemento estrutural, viga ou pilar [L]
d_e	Deslocamento obtido com o espectro de resposta elástico para uma dada idealização da curva de capacidade [L]
d_c	Deslocamento de cedência para uma dada idealização da curva de capacidade [L]
V_{bu}	Força de corte basal de cedência para uma dada idealização da curva de capacidade [L]
V_{be}	Força de corte basal obtida com o espectro de resposta elástico para uma dada idealização da curva de capacidade [L]
d_u	Deslocamento-objectivo obtido pelo método N2 [L]

Escalares gregos:

α	Parâmetro preconizado pelo código turco [73] que define a percentagem do comprimento das vigas L_v que pode ser acrescentada à largura das vigas b_w , constituindo a largura efectiva b_{eff} []
α_x	Ângulo de torção unitário da secção transversal em torno do eixo x []
ε_c	Extensão longitudinal do betão []
ε_{c0}	Extensão longitudinal do betão não-confinado correspondente à tensão f_{c0} []
ε_{cc}	Extensão longitudinal do betão não-confinado correspondente à tensão f_{cc} []
ε_{ccu}	Extensão longitudinal última do betão confinado []
ε_{cu}	Extensão longitudinal última do betão não-confinado []
$\varepsilon_{r,max}^{(n)}$	Valor máximo absoluto da extensão do aço $\varepsilon_r^{(n)}$ até um determinado troço n da definição do modelo de Menegotto & Pinto [44] []
ε_s	Extensão longitudinal do aço []
ε_u	Extensão longitudinal última dum material []

ε_x	O mesmo que ε_{xx} , por simplificação []
$\bar{\varepsilon}_x$	Extensão longitudinal ε_x média ao longo da secção transversal, que pela hipótese de Bernoulli, é igual à extensão ε_x do centro de massa da secção []
ε_{xx}	Extensões longitudinais segundo eixo x na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) . . []
ε_{xy}	Extensões tangenciais segundo eixo y na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) . . . []
ε_{xz}	Extensões tangenciais segundo eixo z na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) . . . []
$\bar{\gamma}_y$	Distorção média da secção transversal segundo o eixo y []
$\bar{\gamma}_z$	Distorção média da secção transversal segundo o eixo z []
γ	Peso específico [ML ⁻² T ⁻²]
γ_c	Peso específico do betão [ML ⁻² T ⁻²]
γ_s	Peso específico do aço [ML ⁻² T ⁻²]
χ	Curvatura numa secção em torno dum determinado eixo [L ⁻¹]
χ_c	Curvatura de cedência da secção transversal, ao qual corresponde o momento de cedência M_c . . [L ⁻¹]
χ_{cr}	Curvatura à qual corresponde o momento de fendilhação M_{cr} [L ⁻¹]
χ_{rot}	Curvatura à qual corresponde o momento de rotura M_{rot} [L ⁻¹]
χ_u	Curvatura à qual corresponde o momento último M_u [L ⁻¹]
χ_y	Curvatura da secção transversal em torno do eixo y [L ⁻¹]
χ_z	Curvatura da secção transversal em torno do eixo z [L ⁻¹]
σ_c	Tensão longitudinal do betão [ML ⁻¹ T ⁻²]
σ_s	Tensão longitudinal do aço [ML ⁻¹ T ⁻²]
$\sigma_{shift}^{(n)}$	Endurecimento isotrópico do aço para a definição do modelo de Menegotto & Pinto [44], valor proposto por Filippou <i>et al.</i> [23] [ML ⁻¹ T ⁻²]
σ_x	O mesmo que σ_{xx} , por simplificação [ML ⁻¹ T ⁻²]
σ_{xx}	Tensão segundo eixo x na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) [ML ⁻¹ T ⁻²]
σ_{xy}	Tensão segundo eixo y na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) [ML ⁻¹ T ⁻²]
σ_{xz}	Tensão segundo eixo z na faceta orientada segundo o eixo x (secção transversal) [ML ⁻¹ T ⁻²]
ν	Coefficiente de Poisson []
θ	Rotação imposta na extremidade dum elemento em torno dum determinado eixo []
χ_A	Curvatura na extremidade A do elemento genérico em análise considerado na Secção 3.3 (pág. 37) [L ⁻¹]
χ'	Curvatura que se teria na secção transversal, para um determinado momento flector M , se a relação $M - \chi$ fosse linear [L ⁻¹]
χ'_A	Curvatura que se teria na extremidade A do elemento genérico em análise considerado na Secção 3.3 (pág. 37), correspondente ao momento M_A , se a relação $M - \chi$ fosse linear [L ⁻¹]
ξ	Factor de amortecimento []
ξ_i	Factor de amortecimento associado ao modo de vibração i []
ω	Frequência angular [T ⁻¹]
ω_i	Frequência angular do modo de vibração i [T ⁻¹]
η	Quociente aplicado ao espectro de resposta elástico para definir o <i>target displacement</i> da componente de menor aceleração de pico do acelerograma real []
Γ_i	Factor de participação modal associado ao modo de vibração i []
μ_{ij}	Coefficiente de correlação modal []
ε_{su}	Extensão última do aço []
ε_y	Extensão de cedência do aço []
$\varepsilon_r^{(n)}$	Valor máximo da extensão (<i>reverse</i>) atingida no semi-ciclo n do modelo de Menegotto & Pinto [44] []
$\varepsilon_y^{(n)}$	Valor admitido para a extensão de cedência do aço Extensão do aço no semi-ciclo n do modelo de Menegotto & Pinto [44] []

$\sigma_y^{(n)}$	Valor admitido para a tensão de cedência do aço Extensão do aço no semi-ciclo n do modelo de Menegotto & Pinto [44] [ML ⁻¹ T ⁻²]
$\sigma_r^{(n)}$	Valor máximo da tensão (<i>reverse</i>) atingida no semi-ciclo n do modelo de Menegotto & Pinto [44] [ML ⁻¹ T ⁻²]
$\xi_{p,max}^{(n)}$	Máxima excursão plástica até ao ciclo n , <i>i.e.</i> , $\max_{i=0}^{n-1} \varepsilon_r^{(i)} - \varepsilon_y^{(i)} $ []
θ_c	Rotação de cedência definida na relação hysterética duma rótula plástica []
θ_u	Rotação correspondente ao momento último definido na relação hysterética duma rótula plástica ... []
θ_{rot}	Rotação máxima de rotura definida na relação hysterética duma rótula plástica []
θ_y	Rotação em torno do eixo y duma secção transversal (ver Figura 2.15a, pág. 19) []
θ_z	Rotação em torno do eixo z duma secção transversal (ver Figura 2.15a, pág. 19) []
λ	Porcentagem da altura da secção transversal para a definição do comprimento de rótulas plástica .. []

Vectores:

$\{d\}$	Vector dos graus de liberdade da estrutura, deslocamentos e rotações []
$\{d^{(i)}\}$	Vector dos graus de liberdade da estrutura, deslocamentos e rotações do modo de vibração i []
$\{m^{(i)}\}$	Coluna i da matriz $[m]$ []
$\{f\}$	Vector das forças generalizadas aplicadas à estrutura []
$\{r\}$	Vector de projecção do deslocamento do solo u nos graus de liberdade da estrutura, <i>i.e.</i> , cujas entradas i são, no caso dos deslocamentos, o cosseno do ângulo que u faz com d_i , e para as rotações, o valor nulo []
$\{y\}$	Vector das funções de resposta de cada modo $\{d\} = [\Phi]\{y\}$ []
$\{\phi^{(i)}\}$	Vector dos deslocamentos do modo de vibração i []
$\{Q\}$	Vector definido por $\{Q\} = -[\Phi]^T[m]\{r\}$ []
$\{\phi\}$	Configuração da deformada []
$\{P\}$	Vector que define a distribuição do carregamento lateral aplicado na análise <i>pushover</i> []

Matrizes:

$[m]$	Matriz das massas da estrutura []
$[c]$	Matriz dos coeficientes de amortecimento []
$[k]$	Matriz de rigidez da estrutura []
$[\Phi]$	Matriz dos vectores próprios $\{\phi^{(i)}\}$ em coluna []
$[M]$	Matriz diagonal definida por $[M] = [\Phi]^T[m][\Phi]$ []
$[C]$	Matriz diagonal definida por $[C] = [\Phi]^T[c][\Phi]$ []
$[K]$	Matriz diagonal definida por $[K] = [\Phi]^T[k][\Phi]$ []

CAPÍTULO 1

Introdução

Neste capítulo é feita uma introdução de contextualização ao tema em que se insere a dissertação, uma breve abordagem à problemática que motivou a sua realização, e uma exposição dos objectivos nela propostos. São igualmente apresentados o caso de estudo, os programas de cálculo utilizados e a organização dos conteúdos do presente documento.

1.1 Aspectos gerais

A actividade sísmica do planeta tem sido responsável, ao longo da história, por vastos cenários de destruição, envolvendo, nos casos de maior intensidade, a perda de numerosas vidas humanas e dos seus meios de sustentação. Segundo Elnashai & Di Sarno [16], registam-se, em média, cerca de dez mil mortos por ano em todo o mundo, e perdas económicas anuais da ordem dos biliões de dólares, directa ou indirectamente causadas pela actividade sísmica. O prejuízo a que está sujeito um país afectado por um sismo de grande intensidade representa, em muitos casos, uma grande percentagem do seu Produto Interno Bruto.

O interesse por parte da comunidade científica na compreensão do fenómeno sísmico terá sido intensificado, de acordo com Udías [80], em meados do séc. XVIII, altura do sismo de Lisboa de 1755. A partir desta data, terão começado a surgir as primeiras teorias sobre a origem e propagação das ondas sísmicas e das suas consequências, tendo-se observado o desenvolvimento da sismologia moderna, em paralelo com a geofísica e com o crescente avanço da geologia. Foi de facto ainda durante a reconstrução de Lisboa, que se aplicaram pela primeira vez à escala duma cidade, técnicas e metodologias que visavam conferir resistência sísmica às construções, o que se concretizou com a implementação do sistema da “gaiola pombalina”. De entre todo o conjunto de fenómenos de impacto directo ou indirecto que podem ocorrer numa região sujeita a uma determinada acção sísmica, para os quais se pode consultar, *e.g.*, Lopes [39], saliente-se aquele de que é objecto este trabalho: a resposta sísmica das estruturas dos edifícios, em particular das estruturas de betão armado.

Uma melhor compreensão da resposta estrutural sob a acção sísmica, bem como a capacidade da sua previsão e manipulação, traz enormes vantagens para o projecto sísmico de estruturas de edifícios, o que se pode reflectir não só em maiores garantias de segurança, mas sobretudo numa melhoria muito significativa nos aspectos económicos.

A acção sísmica pode ser assim entendida como um campo de acelerações que variam ao longo do tempo (de curta duração), imposto na base da estrutura, e que a obriga a deformar-se

dinamicamente, gerando esforços nos seus elementos constituintes. No entanto esta solicitação pode tomar níveis de intensidade tão elevados relativamente àqueles a que a estrutura se encontra sujeita durante a maior parte da sua vida útil, que não se torna viável do ponto de vista económico, e algumas vezes até impossível do ponto de vista prático, conferir a resistência necessária aos elementos estruturais, admitindo um comportamento elástico linear¹. Desta forma, toma-se partido da propriedade que alguns materiais têm de, a partir de determinados níveis de carga próximos da sua resistência máxima, se deformarem consideravelmente sem gerar grandes aumentos de tensão, e a que se dá o nome de *ductilidade*.

A concepção sísmica adequada duma estrutura deve passar assim pela: (1) atribuição duma rigidez inicial capaz de controlar as suas características dinâmicas², bem como os deslocamentos sofridos por acções de fraca intensidade; (2) a atribuição duma resistência moderada³ que define o limite entre o domínio linear e o domínio não-linear, representado pela cedência; e (3) um mínimo de ductilidade capaz de levar a estrutura deste ponto até à deformação imposta pela acção sísmica, facultando a dissipação de energia.

Porém, apesar das enormes vantagens deste tipo de concepção, a partir do momento em que a estrutura entra em regime não-linear, *i.e.*, os seus esforços e deformações deixam de evoluir proporcionalmente com a progressão da solicitação⁴, o cálculo da resposta da estrutura torna-se consideravelmente mais oneroso. De facto, a modelação e a resolução do comportamento não-linear duma estrutura envolve uma quantidade muito maior de variáveis quando comparada com a abordagem linear, o que conduz a processos muito mais complexos e demorados.

Assim, quando o comportamento não-linear é explicitamente implementado na resistência sísmica das estruturas de edifícios, a forma mais adequada de avaliar a sua resposta a este tipo de acção, será através de análises não-lineares. No entanto, vários têm sido os obstáculos ao recurso a este tipo de análise em gabinetes de projecto, e de entre os quais se destacam: (1) a descrição apropriada do comportamento fisicamente não-linear dos materiais; (2) a complexa formulação física e matemática dos elementos estruturais; (3) a disponibilidade de meios e métodos de computação eficientes que considerem adequadamente este comportamento; e (4) a morosidade de todo o processo. De facto, o factor *tempo* é desde o início o principal motivo pelo qual este tipo de análise é descartada na actividade de projecto, onde os prazos são em geral curtos relativamente ao volume de trabalho envolvido.

Por esta razão, o problema é normalmente ultrapassado com o recurso a análises lineares, em que a não-linearidade é considerada simplificada a partir de coeficientes de comportamento globais⁵. Trata-se dum procedimento notoriamente mais simples e mais fácil de aplicar, mas que por apresentar numerosas limitações, se inviabiliza para estruturas importantes e/ou estruturas

¹O esforço gerado proporcional à deformação imposta.

²A distribuição da rigidez pela estrutura do edifício dita grande parte da sua resposta às acções horizontais, em particular dos modos e frequências de vibração, em acções dinâmicas.

³Para além das outras cargas a que a estrutura deve resistir incondicionalmente, *e.g.*, peso próprio, sobrecargas de utilização, neve, vento, *etc.*, a resistência dos elementos é essencialmente condicionada, no dimensionamento sísmico em regime não-linear, pelas características de ductilidade.

⁴Refere-se nomeadamente a sucessiva redistribuição de esforços ao nível local, e a atenuação dos esforços e aumento das deformações num panorama global.

⁵Coefficientes escalares que reduzem globalmente os esforços obtidos com análises lineares

que apresentam fortes irregularidades. Assim, vários têm sido os tipos de modelos propostos, para os casos em que é essencial o recurso a análises não-lineares: desde modelos simples e rápidos com resultados aproximados, a modelos mais complexos e difícil execução, mas com resultado de maior fiabilidade, e sobre os quais o utilizador pode optar em cada caso. Distinguem-se numa primeira abordagem, os modelos de elementos de plasticidade concentrada e os modelos de elementos de plasticidade distribuída.

1.2 Objectivos

Definiu-se como o principal objectivo desta dissertação a abordagem de algumas das alternativas de modelação do comportamento não-linear de uma estrutura, com a utilização de dois programas de cálculo existentes, o *SAP2000* [86] e o *SeismoStruct* [89], e a comparação dos diferentes resultados obtidos. De acordo com as características de cada um dos programas, elaboraram-se modelos de plasticidade concentrada e modelos de plasticidade distribuída para modelar os elementos da estrutura dum edifício existente, sobre os quais se correram análises dinâmicas lineares, análises estáticas não-lineares e análises dinâmicas não-lineares. Posteriormente, comparam-se os resultados obtidos em termos de: (1) alternativas de modelação, (2) programas utilizados e (3) análises realizadas. Pretende-se com esta comparação, a aferição sobre a viabilidade e fiabilidade dos modelos utilizados para o edifício considerado, conclusões que se poderão estender eventualmente a outros casos de estudo.

A dissertação terá ainda como objectivo, fornecer um documento-base de apoio à modelação e análise linear e não-linear de estruturas de edifícios, na medida em que se procurou reunir e sintetizar, ao longo do documento, informação relativa à teoria associada aos diversos modelos, à sua implementação nos respectivos programas, e às análises realizadas. De facto, apesar da extensa investigação que se tem vindo a desenvolver nesta área há mais de 50 anos⁶, e que nos últimos anos se revolucionou com a evolução dos meios computacionais, os conceitos são ainda pouco considerados e utilizados por aqueles que intervêm directamente no projecto de estruturas reais.

1.3 Caso de estudo

Na procura dum caso de estudo para esta dissertação, decidiu-se prolongar os estudos que têm vindo a ser realizados sobre um conjunto de edifícios reais de betão armado existentes na Turquia, assim como sobre o edifício SPEAR (Fardis & Negro [20]), que representa uma simplificação de um edifício de três pisos característico da construção antiga na Grécia e região Mediterrânica. De entre os estudos já desenvolvidos, salientam-se, por exemplo, as comparações entre análises sísmicas estáticas e dinâmicas não-lineares (Vuran [81] e Bhatt [5]), entre procedimentos de análises estáticas compreendendo o efeito da torção (Bhatt & Bento [7]) e entre a aplicação do método N2 convencional e dum versão alargada do mesmo que contabiliza também o efeito da torção (Bhatt & Bento [6]).

⁶Salientam-se, por exemplos os trabalhos de Chan [11].

Em relação ao conjunto de edifícios referido, escolheu-se a estrutura do edifício de cinco pisos que se apresenta seguidamente⁷, e que resistiu ao Sismo de Kocaelis⁸ 1999 na Turquia ($M_w = 7,4$), segundo Vuran [81], sem apresentar danos visíveis.

Será porém importante referir que, para o estudo pretendido neste trabalho, não é necessariamente relevante conhecer as verdadeiras características daquela estrutura, senão apenas da disposição dum modelo possível e adequado dum estrutura dum edifício onde seja possível testar algumas das hipóteses de modelação. A questão prende-se quer com o facto de para algumas das características da estrutura não ter sido disponibilizada informação suficiente, quer mesmo por nalguns casos se admitirem determinadas hipóteses simplificativas, nomeadamente no que diz respeito à resistência ao esforço transversal. Estes pontos serão recordados ao longo da dissertação, tendo-se no entanto procurado seguir todas as indicações apresentadas quer nos artigos publicados sobre o estudo deste edifício, quer no modelo de plasticidade distribuída, fornecidos pelos autores supracitados.

1.3.1 Materiais

Segundo Vuran [81], não foram disponibilizadas as características mecânicas dos materiais para os estudos realizados, pelo que foram utilizados por si valores médios encontrados em edifícios existentes na região. Foi assim proposta uma resistência média do betão à compressão de 16,7 MPa, e a presença do aço S220, vulgarmente utilizado em construções antigas existentes na mesma zona, que apresenta um valor médio de tensão de cedência de 371 MPa.

1.3.2 Planta e alçado

O edifício é constituído por cinco pisos acima do solo com a mesma geometria, apresentando um sistema de suporte vertical misto⁹ constituído por pilares e paredes contínuos¹⁰ em toda a altura do edifício cujos pisos possuem um pé direito de 2,85 m. A estrutura apresenta uma geometria bastante regular em planta, com forma aproximadamente rectangular numa relação de cerca de 1:4, e com simetria em relação ao eixo paralelo à largura do edifício (ver Figura 1.1).

1.3.3 Secções

As designações P1, P2, ..., P23 na Figura 1.1 dizem respeito às secções dos pilares e paredes. Uma vez que este edifício é anterior ao aparecimento dos dois últimos códigos sísmicos da Turquia (1998 e 2007), admitiu-se que a distinção entre pilar e parede tenha sido feita segundo o regulamento de 1975. Assim sendo, e de acordo com esse código, consideram-se *parede* os elementos verticais que possuem uma relação entre as duas dimensões da secção, maior ou igual a 5:1¹¹, o que leva a que se considerem seis paredes estruturais na estrutura do edifício, P1, P9,

⁷Todas as informações seguintes referentes à apresentação da estrutura e dos aspectos associados aos códigos turcos foram retirados de Vuran [81].

⁸É apresentado na Figura 4.3 (pág. 57) um registo desse sismo. M_w representa a magnitude de momento, e mede a energia libertada no sismo.

⁹Designação utilizada apenas para expressar o conjunto pilares e paredes.

¹⁰Continuidade na geometria da secção e na pormenorização das armaduras.

¹¹Nas actuais versões do EC8 [50], limita-se com a relação de 4:1

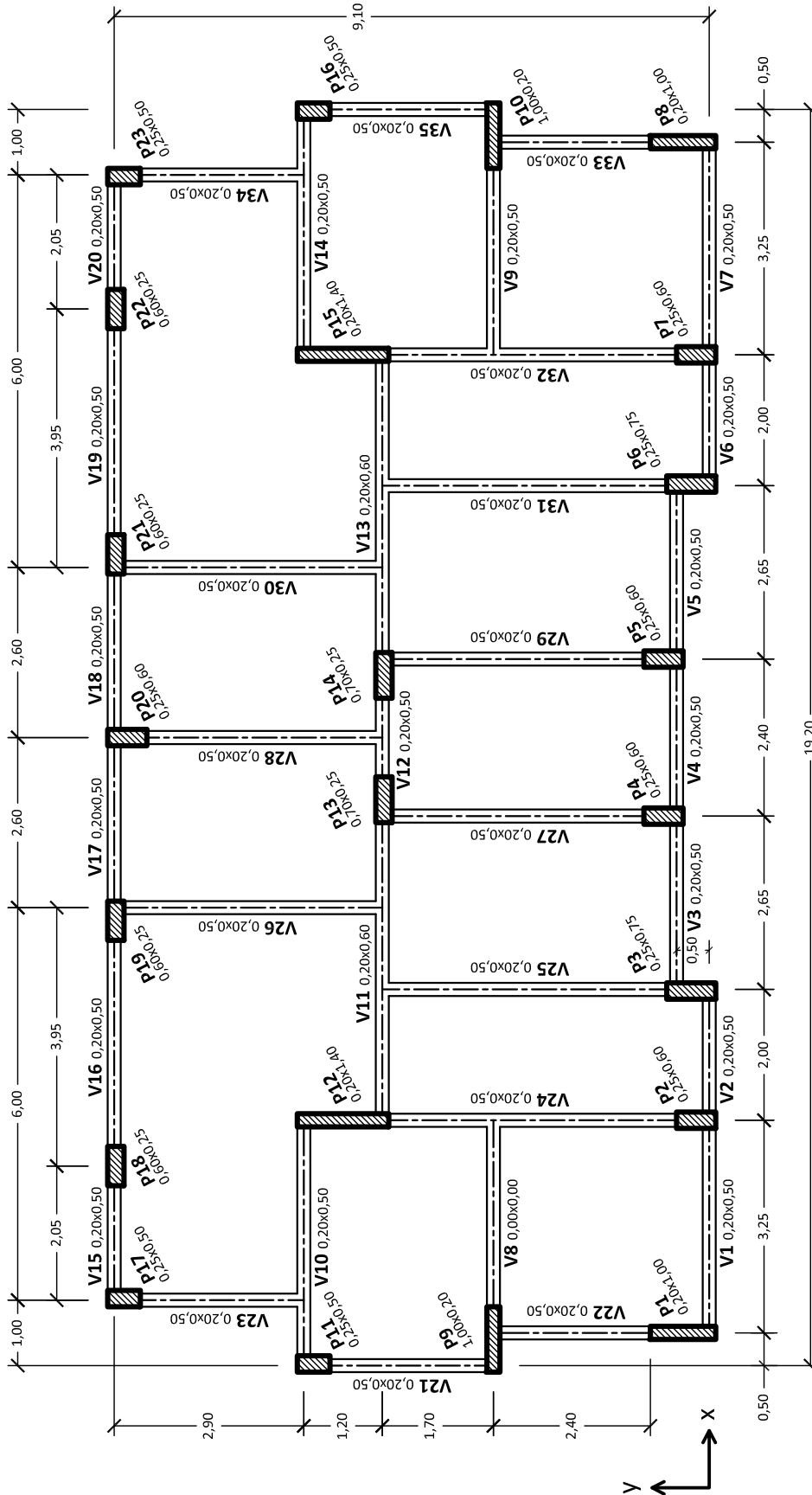


Figura 1.1: Planta da estrutura. Escala 1:100

P12, e as correspondentes simétricas P8, P10 e P15. A Figura 1.2 mostra as pormenorizações das armaduras dos elementos verticais. Observe-se como as paredes P1, P9, P8 e P10 apresentam uma pormenorização bastante rudimentar face às disposições de confinamento actuais, o que leva a uma fraca ductilidade comparada com a dos restantes elementos.

Quanto às vigas, V1, V2, . . . , V35, à excepção das vigas V11 e V12, de secção 20x60 cm, todas as outras possuem uma secção de 20x50 cm. A Figura 1.3 apresenta as respectivas pormenorizações de armaduras.

1.4 Programas de cálculo utilizados

Para a elaboração dos modelos e análises, escolheram-se, como referido anteriormente, dois programas de cálculo de estruturas, que se apresentam nesta secção. São ambos programas desenvolvidos para modelação e análise de estruturas de edifícios, entre outras, que contam com várias hipóteses tanto na modelação com diferentes formulações de elementos finitos, como nas possíveis análises dos modelos.

Como programa de apoio à elaboração dos modelos, *e.g.*, a análise de secções transversais, entre outros, foi ainda utilizada uma aplicação de cálculo numérico, que se apresenta igualmente de seguida.

SAP2000[®] Versão utilizada: v12.0.0 *Advanced* (2008):

O *SAP2000* é um programa da *Computers and Structures, Inc.*, cujas enormes vantagens, quer na vasta versatilidade na modelação, nos diversos tipos de análise, na verificação da segurança, no dimensionamento e optimização de estruturas, e ainda na presença duma interface gráfica que permite modelar e visualizar os resultados das análises, o tornaram num dos líderes do mercado nos últimos 30 anos.

SeismoStruct Versão utilizada: v5.0.5 (2010):

O *SeismoStruct* é um programa da *SeismoSoft Ltd.*, bastante mais recente em relação ao anterior, mas cuja facilidade de interacção, e sobretudo as potencialidades da modelação e análise de elementos de plasticidade distribuída o tenham tornado numa ferramenta de grande valor para o desenvolvimento de análises estáticas e dinâmicas não-lineares.

Matlab[®] Versão utilizada: v7.7.0.471 (2008):

O *Matlab* é um programa da *MathWorks, Inc.*, de cálculo e análise numérica, de linguagem de programação própria consideravelmente avançada, bastante útil no apoio a resoluções iterativas.

1.5 Organização do documento

O documento da dissertação encontra-se dividido em seis capítulos, dos quais faz parte o presente capítulo, a Introdução, onde se abordou o tema da dissertação, se apresentaram os objectivos propostos e o caso de estudo.

No Capítulo 2 é caracterizado o comportamento mecânico dos materiais, sendo apresentadas formas de modelar a não-linearidade física através do conhecimento das suas relações

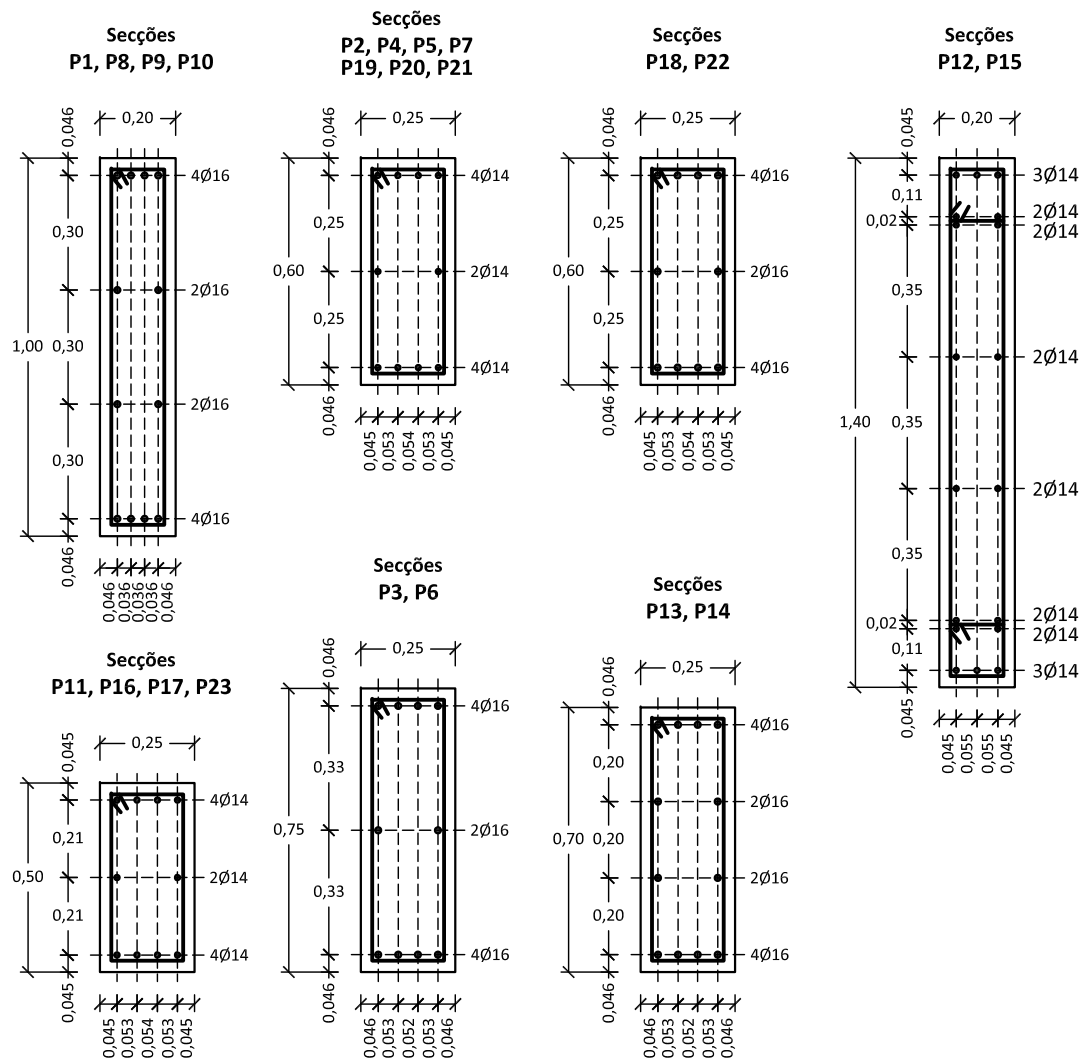


Figura 1.2: Pormenorização das armaduras dos elementos verticais. Escala 1:20

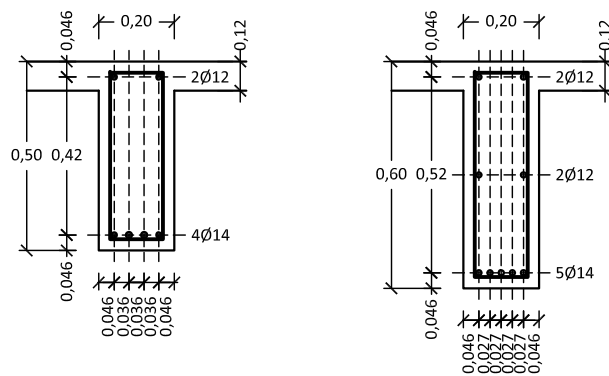


Figura 1.3: Pormenorização das armaduras das vigas. Escala 1:20

constitutivas. Neste capítulo é ainda apresentada a forma de como estas relações interferem no comportamento não-linear das secções dos elementos de betão armado.

No Capítulo 3 são apresentados os modelos lineares e não-lineares propostos neste trabalho para a estrutura do edifício, com a ajuda dos programas *SAP2000* e *SeismoStruct*, e com breves resumos da teoria associada, em particular sobre os diferentes modelos de plasticidade concentrada e distribuída.

O Capítulo 4 destina-se à caracterização da acção sísmica e à descrição das três análises escolhidas para representar a influência das alternativas propostas de modelação.

No Capítulo 5 comparam-se os resultados obtidos com os vários modelos definidos, e salientam-se as diferenças observadas nas análises estáticas e nas análises dinâmicas não-lineares.

Finalmente no Capítulo 6 tecem-se comentários sobre o trabalho desenvolvido, sobre a dificuldade na construção dos modelos e sobre a viabilidade e fiabilidade dos diferentes procedimentos usados. Pretende-se, desta forma, aconselhar sobre os diferentes programas de cálculo e, dentro de cada um, sobre as análises e os modelos disponíveis, quando se pretende recorrer a análises não-lineares, para dimensionar ou avaliar edifícios de betão armado sujeitos à acção sísmica.

CAPÍTULO 2

Modelação de secções de betão armado

Neste capítulo analisa-se o comportamento fisicamente não-linear do betão e do aço, e das secções de betão armado. Apresentam-se de seguida algumas das formas de modelar este comportamento, incluindo aquelas que serão implementadas nos modelos do caso de estudo, com os programas *SAP2000* e *SeismoStruct*.

2.1 Introdução

A resposta da estrutura dum edifício a acções que conduzam os materiais estruturais a esforços relativamente próximos da sua resistência máxima, o que acontecerá, como referido, na generalidade das estruturas projectadas para suportar deformações consideráveis, é na maioria dos casos não-linear. Isto acontece porque os próprios materiais são levados a deformar para além do ponto até onde a evolução das tensões geradas é linear, *o ponto de cedência*. À medida que vão atingindo este ponto, os esforços gerados passam a crescer mais lentamente até certo limite (resistência), levando a uma perda progressiva na rigidez da estrutura, que adquire extrema importância na dissipação de energia. Assim, dum modo geral, para a mesma rigidez inicial, quanto mais baixa for a resistência, para que as deformações possam atingir os valores de projecto, maior tem que ser a ductilidade. Ora, a ductilidade dum estrutura, dependerá não só da ductilidade própria dos materiais, mas sobretudo da sua disposição nas secções dos elementos estruturais, e por sua vez da disposição destes na própria estrutura.

Uma vez que o desempenho sísmico da estrutura depende significativamente do comportamento mecânico do betão armado, a sua caracterização física e matemática constitui, como referido, uma das etapas iniciais da modelação do comportamento não-linear. São então analisados de seguida, o comportamento mecânico do betão e do aço isoladamente, e o das secções de betão armado, sendo apresentadas para cada um, diversas alternativas para a sua modelação, entre as quais aquelas que serão utilizadas para modelar o caso de estudo nos programas *SAP2000* [86] e *SeismoStruct* [89].

Relativamente à caracterização do comportamento mecânico dos materiais, defina-se, dum forma geral, como o estudo da relação entre força e deslocamento, *i.e.*, a relação entre o estado de tensão do material e o seu estado de deformação, ou doutra forma, a *relação constitutiva*.

2.2 Relações constitutivas dos materiais

A procura de expressões que caracterizem adequadamente o comportamento mecânico dos materiais suporta-se quase exclusivamente pela via experimental, através da realização de ensaios sobre um número significativo de amostras do material (provetes) que, por meio de estudos estatísticos, fornecem resultados aos quais se associam probabilidades. A heterogeneidade dos materiais, as diferentes condições do seu fabrico e os erros presentes nos ensaios geram incertezas no estabelecimento de leis para o seu comportamento, pelo que, dependendo do objectivo a que se destinam as modelações, se deverá optar por valores que conduzam maior ou menor segurança¹. Na análise de edifícios existentes, e neste caso para análises sísmicas, é frequente adoptarem-se valores médios de comportamento².

Nas alíneas seguintes será descrito o comportamento do betão e do aço de armaduras relevante para a definição da não-linearidade dos elementos estruturais de betão armado. Pelos motivos apresentados adiante na Secção 2.3.1 (pág. 19), será apenas descrito o comportamento uniaxial destes materiais, com a excepção do betão no caso da presença das forças de confinamento transversais conferidas pelos estribos e cintas utilizados nos elementos de betão armado. Serão ainda distinguidos dois tipos de comportamento, o primeiro sob carregamento monotónico e o segundo sob carregamentos cíclicos, característicos das acções estáticas e dinâmicas que podem afectar a estrutura.

2.2.1 Betão

2.2.1.1 Análise do comportamento

Quando submetido a ensaios de compressão uniaxial, o betão exhibe um comportamento idêntico ao representado na Figura 2.1. Observe-se através da figura como o betão apresenta um comportamento fortemente não-linear de rotura frágil³, pelo que nem se define para este material um ponto de cedência, muito embora se pudesse considerar linear até cerca de metade da resistência. Verifique-se igualmente como, independentemente da resistência do betão, a tensão máxima é atingida a uma extensão próxima de 0,002. Estudos efectuados por Rüschi [62] revelam que a forma da curva antes de se atingir a tensão máxima depende apenas do valor da resistência, sendo que quanto maior for este valor, mais *rectilínea* é a curva. Após este ponto, começam a surgir fendas paralelas à aplicação da carga (longitudinais), passando o betão a suportar tensões cada vez mais baixas.

Também a velocidade dos ensaios influencia a forma da curva (ver Figura 2.2). Segundo Rüschi [63], quanto menor a velocidade do ensaio, menores são os declives das curvas ascendente e descende, registando-se ainda uma tensão máxima inferior. Para velocidades superiores, *e.g.* 0,01/s, a resistência pode aumentar em 17% [53].

A resistência à tracção f_{ct} , uma vez que é bastante mais reduzida comparativamente à de

¹Para esta questão são aplicados os regulamentos.

²Valores médios de tensão e valores médios de extensão.

³Rotura precedida por uma perda de tensão acentuada, sem se suportarem grandes deformações em relação ao ponto de cedência.

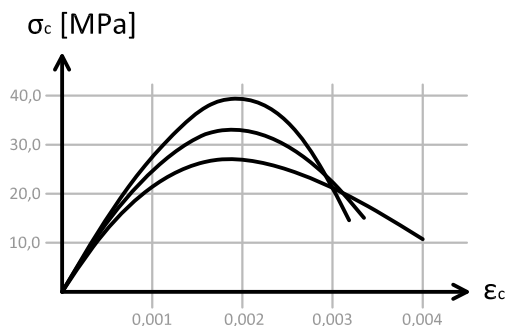


Figura 2.1: Ensaios de compressão de betões em provetes cilíndricos com diferentes resistências. Adaptado de Park & Paulay [53].

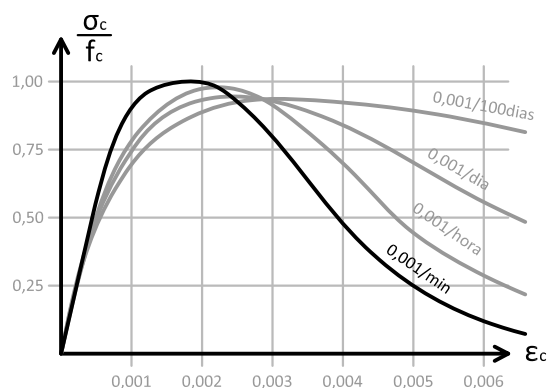


Figura 2.2: Ensaios de compressão do betão em provete cilíndrico a diferentes velocidades de carga. Adaptado de Park & Paulay [53].

compressão f_c (cerca de 10%), é muitas vezes desprezada na análise e dimensionamento de estruturas. Como consequência, para os casos em que se deseja contabilizar esta resistência, a relação é tida como linear e com módulo de elasticidade igual ao da compressão⁴.

Nos elementos de betão armado, adicionalmente àquilo que já se referiu, as secções encontram-se sujeitas a restrições na deformação transversal, por meio de estribos e cintas. Estas armaduras confinam o betão, oferecendo resistência à dilatação transversal provocada pela sua compressão longitudinal – efeito de Poisson, – passando o betão a um estado de tensão triaxial. A Figura 2.3 mostra curvas obtidas em ensaios triaxiais sob pressões de confinamento constante. Observe-se como a ductilidade e a resistência do betão aumentam significativamente com o aumento da pressão de confinamento.

Porém, no caso da presença de estribos ou cintas, o efeito de confinamento não é constante. As armaduras transversais actuam em reacção com a dilatação transversal da secção, e por isso a tensão de confinamento começa por ser nula e intensifica-se com o aumentar da compressão. Assim, o efeito faz-se sobressair para deformações maiores, o que leva a que a ductilidade au-

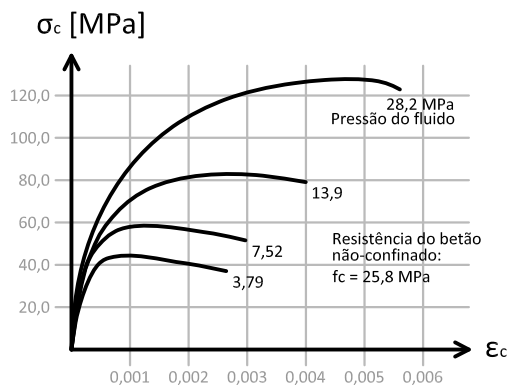


Figura 2.3: Ensaios triaxiais de betão sob pressões de confinamento constantes. Adaptado de Park & Paulay [53].

⁴Entenda-se aqui como o declive inicial tangente na origem da curva de compressão.

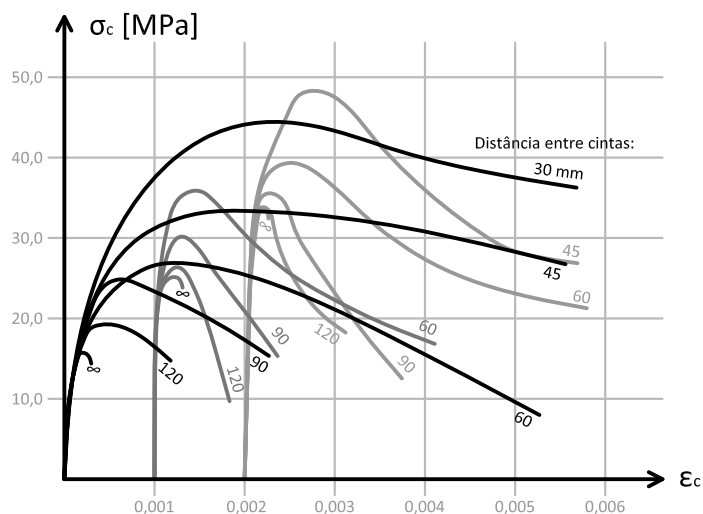


Figura 2.4: Ensaio de betões com diferentes resistências e espaçamentos de cintas. Adaptado de Park & Paulay [53]. Os gráficos dos diferentes betões encontram-se deslocados da origem por uma questão de melhor percepção.

mente consideravelmente mais do que a resistência à compressão. Como se verá adiante na Secção 2.3 (pág. 18), o confinamento assume um papel bastante importante no comportamento dos elementos de betão armado, em particular para a resposta às acções sísmicas. A eficiência do confinamento depende da forma e do espaçamento das cintas (ver Figura 2.4).

Quando sujeito a carregamentos cíclicos, o betão exibe um comportamento semelhante ao representado na Figura 2.5. Vários autores verificaram como a envolvente deste diagrama é bastante idêntica à curva do carregamento monotónico representado na Figura 2.2.

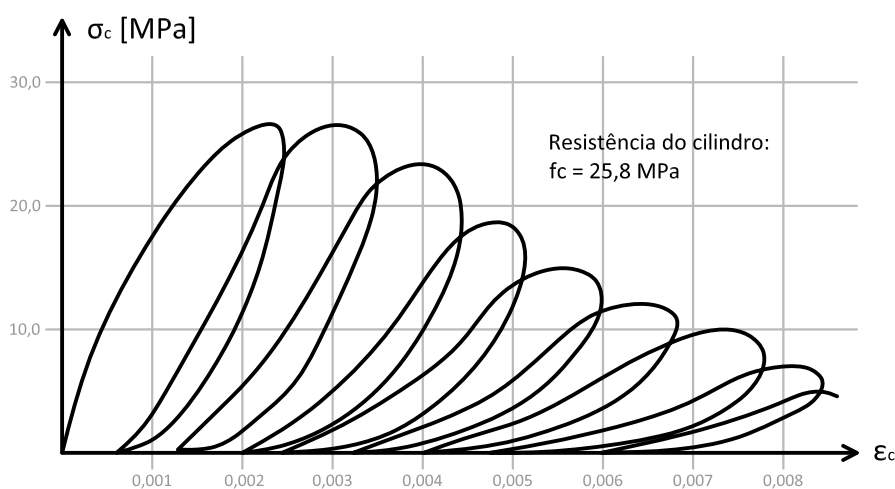


Figura 2.5: Ensaio cíclico de compressão do betão em provete cilíndrico. Adaptado de Park & Paulay [53].

A noção de rotura dos materiais, em geral, é identificada, no seu comportamento a uma determinada solitação, por uma perda súbita de resistência. A rotura dos materiais estruturais,

no âmbito da engenharia civil, é regularmente convencionada para uma descida da resistência abaixo de uma certa percentagem da sua resistência máxima, ou de forma mais simplificada na tracção e compressão, pelo estabelecimento de uma extensão limite, designada por extensão última ε_u convencional.

O betão simples não-confinado é habitualmente limitado a uma extensão última ε_{cu} de 0,0035. No caso do betão confinado, vários textos têm sido apresentados para avaliar os efeitos do confinamento, surgindo vários procedimentos e expressões empíricas para a avaliação das extensões suportadas nestas condições ε_{ccu} .

2.2.1.2 Modelação

De acordo com Martínez-Rueda & Elnashai [43], nas últimas duas ou mais décadas, a extensa investigação sobre as características dos modelos analíticos do betão, evidenciada pelo vasto número de publicações sobre as suas relações constitutivas, incidiram principalmente na procura de boas estimativas de rigidez e resistência a qualquer nível de extensão, assim como nos efeitos de confinamento, e mais recentemente, no estudo do betão sob carregamentos cíclicos.

Ilustram-se na Figura 2.6 alguns dos modelos mais simples utilizados na análise de estruturas⁵, bem como na Figura 2.7 os modelos para dimensionamento e análise não-linear preconizadas pelo EC2 [49].

No presente trabalho, a escolha do modelo representativo esteve condicionada pelos programas utilizados. Uma vez que o *SAP2000* permite a definição aproximada de qualquer modelo constitutivo, o que não acontece com o *SeismoStruct*, escolheu-se o modelo de Mander *et al.* [41] (ver Figura 2.8) disponível neste último, e cujas expressões se apresentam no Anexo A (pág. I).

O modelo foi inicialmente proposto por Mander *et al.* [41] e posteriormente modificado por Martínez-Rueda & Elnashai [43] por apresentar alguns erros na formulação do comportamento cíclico. É baseado na expressão sugerida por Popovics [57] (Equação A.1, pág. I) para velocidades baixas de aplicação de extensão, e utiliza, para o cálculo da extensão ε_{cc} a que corresponde a resistência do betão confinado f_{cc} , a expressão proposta por Richart *et al.* [59] (Equação A.2, pág. I).

A avaliação da resistência do betão confinado f_{cc} depende da eficiência do confinamento. Uma vez que não é bem conhecida a distribuição das armaduras transversais nos elementos do presente caso de estudo, e também por simplificação, optou-se por utilizar três modelos de betão, ao longo das secções dos elementos da estrutura, que diferem no grau de confinamento. Defina-se coeficiente de confinamento $k_c = \frac{f_{cc}}{f_{c0}}$ como a relação entre a resistência do betão confinado f_{cc} e a do betão não-confinado f_{c0} , e através da indicação de que este factor varia entre 1,0 e 1,3 para secções de betão armado [70], escolheram-se para k_c os valores de 1,0 1,1 e 1,2.

Os parâmetros utilizados para os modelos indicam-se na Tabela 2.1. Por sair fora do âmbito dos estudos desta dissertação, os valores das extensões últimas convencionais foram estabelecidos

⁵As relações constitutivas apresentadas quer na Figura 2.6 quer na Figura 2.7 são tidas neste trabalho apenas a título de exemplo, sendo que como tal não são definidos os parâmetros de calibração, para os quais se remetem as referências bibliográficas.

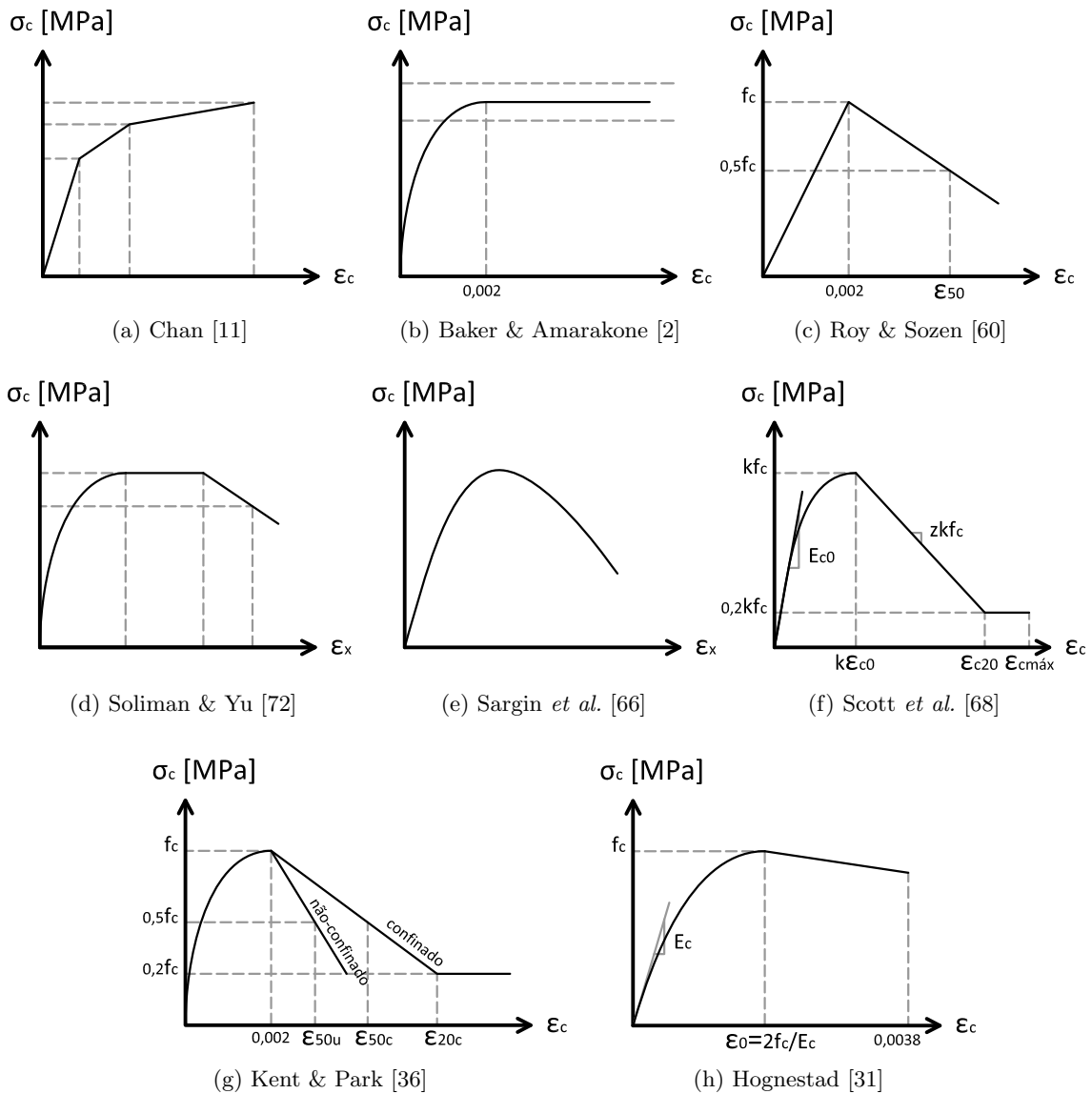


Figura 2.6: Exemplos de modelos de relações constitutivas do betão.

como possíveis extensões com alguma exploração do confinamento (Sheikh & Toklucu [71]). Para representar as curvas de resistência monotónicas destes betões, que se apresentam na Figura 2.9, utilizaram-se as expressões do modelo de Mander *et al.* [41].

Para a resistência à tracção f_{ct} considerou-se o valor da tensão de 1,6 MPa que é indicada na Tabela 3.1 do EC2 [49], como valor médio de resistência à tracção para betões com resistência média à compressão de 20 MPa, a classe mais baixa.

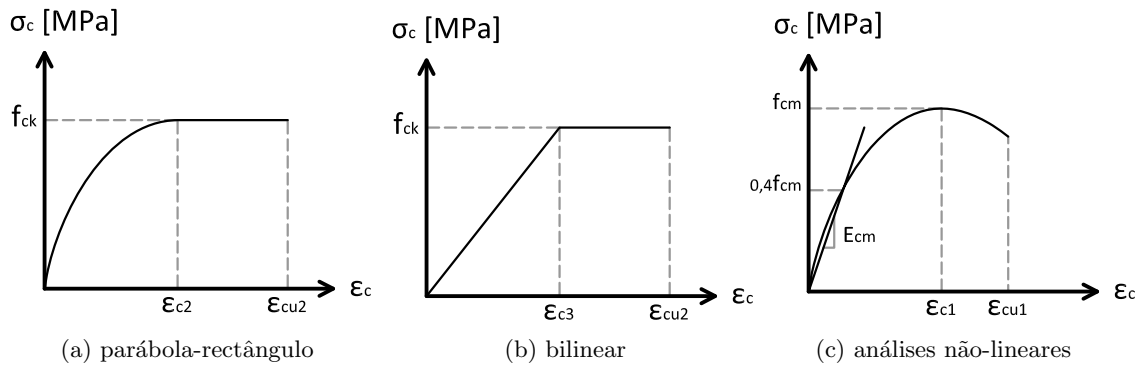


Figura 2.7: Modelos de relações constitutivas do betão do EC2 [49].

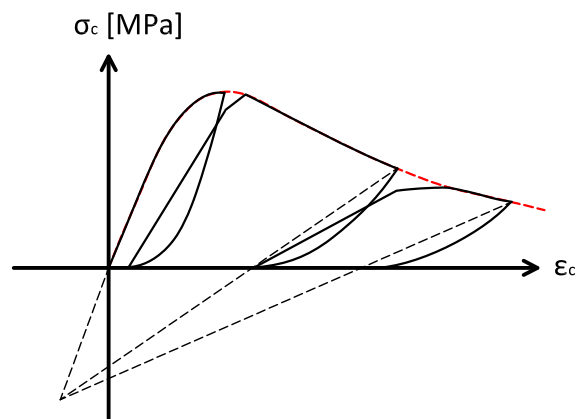


Figura 2.8: Modelo de Mander *et al.* [41].

Tabela 2.1: Parâmetros de definição do comportamento mecânico dos betões utilizados.

Designação	ϵ_{c0}	f_{c0} [kPa]	k_c	f_{cc} [kPa]	ϵ_u
Betão não-confinado	0,002	16700	1,0	16700	0,0035
Betão fracamente confinado	0,002	16700	1,1	18370	0,0050
Betão confinado	0,002	16700	1,2	20040	0,0100

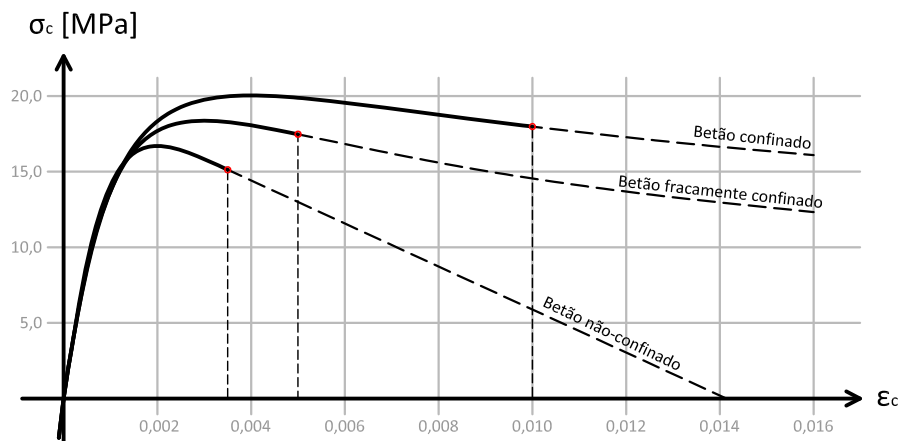


Figura 2.9: Curvas de resistência dos betões utilizados.

2.2.2 Aço

2.2.2.1 Análise do comportamento

Em ensaios monotónicos, o aço apresenta um comportamento semelhante ao representado na Figura 2.10. Na generalidade dos aços, a relação tensões-extensões começa por ser linear com uma rigidez E_s próxima de 200 GPa até à tensão de cedência f_y . Ao atingir este ponto, a extensão aumenta consideravelmente sem variação significativa da tensão, constituindo assim um patamar de cedência, cuja dimensão depende especialmente da resistência do aço f_{su} – quanto maior for esta (maior teor de carbono), menor é o comprimento do patamar e vice-versa [53]. Após determinado valor de extensão, verifica-se novamente um aumento brusco da tensão (designado *endurecimento*) e que se vai atenuando até ao ponto máximo de resistência. Depois de atingir este ponto, a tensão suportada diminui aparentemente com o aumento da extensão, fenómeno a que se dá o nome de *estricção*, e que sucede pela diminuição excessiva da secção transversal do varão. No âmbito da engenharia civil, o início da estrição define a rotura do aço para o qual, dependendo da sua ductilidade, se fixam os valores da extensão última ε_{su} . Note-se como, comparativamente ao betão, tanto a resistência como a ductilidade são bastante superiores, o que, adicionando ainda o facto do comportamento à compressão ser idêntico ao de tracção, faz com que as armaduras tenham um papel bastante importante na resistência e ductilidade das secções de betão armado.

Tal como observado no betão, também com a velocidade com que são executados os ensaios se registam variações nas tensões suportadas pelo aço, em particular segundo estudos referenciados por Park & Paulay [53], no aumento da tensão de cedência do aço.

Quanto ao comportamento cíclico, representado na Figura 2.11, como resultado do historial de carregamentos em regime plástico, as curvas adquirem uma forma não-linear ainda antes do ponto de cedência inicial – efeito de Bauschinger. Para além disso, verifica-se ainda um aumento da tensão máxima em cada ciclo, fenómeno ao qual se dá o nome de *endurecimento cíclico isotrópico*.

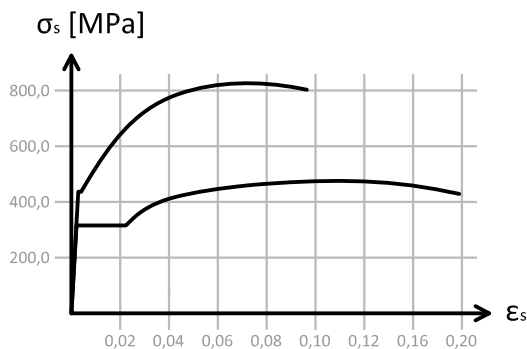


Figura 2.10: Ensaio de tracção de varões de aço com diferentes resistências. Adaptado de Park & Paulay [53].

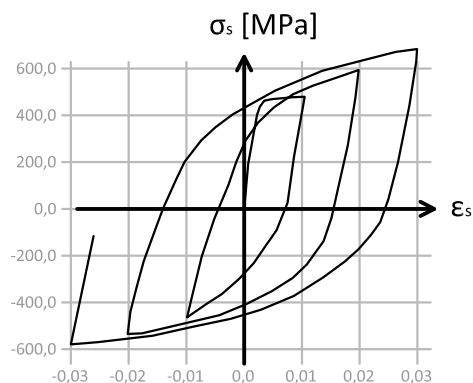


Figura 2.11: Ensaio cíclico de varões de aço.

2.2.2.2 Modelação

A modelação do comportamento mecânico do aço assume extrema importância no comportamento das secções de betão armado, tal como referido, e em particular no que respeita ao comportamento cíclico. De facto, as tensões de tracção durante a flexão são transmitidas praticamente na integridade para os varões de aço após a fendilhação do betão, acabando o aço por sofrer grandes extensões.

Vários modelos têm sido propostos para a definição da relação constitutiva do aço de armaduras. Ilustram-se na Figura 2.12 alguns dos modelos mais simples utilizados na análise de estruturas⁶ para modelar a envolvente monotónica do aço. Igualmente por estar disponível no *SeismoStruct*, escolheu-se o modelo proposto por Menegotto & Pinto [44] que segue a implementação levada a cabo por Monti *et al.* [45] (ver Figura 2.13), e que se apresenta no Anexo A.2 (pág. I).

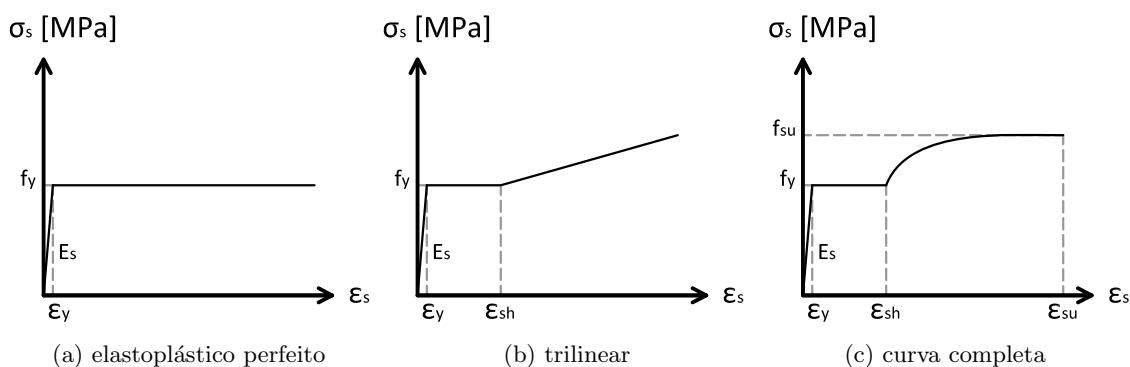


Figura 2.12: Exemplos de modelos de relações constitutivas do aço. Adaptado de Park & Paulay [53].

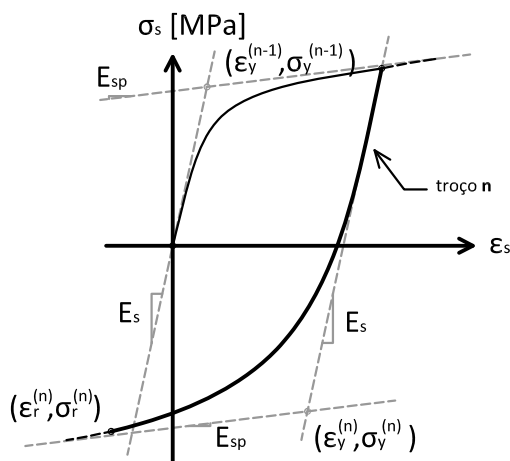


Figura 2.13: Modelo de Menegotto & Pinto [44].

⁶Tal como com os exemplos de relações constitutivas do betão, também com as ilustradas para o aço na Figura 2.12 se pretende apenas constituir uma visualização qualitativa do andamento de outros modelos, pelo que os parâmetros de calibração não são definidos neste trabalho, para os quais se remete igualmente a referência bibliográfica.

O modelo baseia-se na consideração de que os troços de carga e descarga se desenvolvem assintoticamente a duas rectas paralelas que representam a rigidez inicial E_s e a rigidez de endurecimento E_{sp} do aço. Descreve-se para cada troço n uma equação única que faz a transição entre as duas rectas cuja curvatura é controlada pelo coeficiente $R^{(n)}$, que vai aumentando em cada ciclo de acordo com a máxima excursão plástica até então $\xi_{p,max}^{(n)}$, considerando assim o efeito de Bauschinger.

A proposta de Menegotto & Pinto [44] fazia manter a tensão de cedência $f_y^{(n)}$ constante em todos os semi-ciclos, não considerando assim o endurecimento cíclico isotrópico. Porém, foi implementada neste modelo uma regra para o cálculo deste endurecimento $\sigma_{shift}^{(n)}$ proposta por Filippou *et al.* [23] que é igual na carga e descarga, e que depende do valor absoluto da extensão máxima $\varepsilon_{r,max}^{(n)}$. A calibração do modelo faz-se através de oito parâmetros: a tensão de cedência f_y , o módulo de elasticidade inicial E_s , o coeficiente de endurecimento b , o coeficiente da primeira curva de transição $R^{(0)}$, os coeficientes de calibração das curvas de transição a_1 e a_2 , e os coeficientes de calibração do endurecimento cíclico isotrópico a_3 e a_4 . Quanto à extensão de rotura ε_{su} , utilizou-se o valor de 0,075 proposto pelo EC2 [49] como o limite mínimo de extensão observado em classes de ductilidade altas. Os parâmetros calibrados para a constituição do modelo de Menegotto & Pinto [44] do aço de armaduras, e a extensão de rotura, apresentam-se na Tabela 2.2. Para uma demonstração gráfica, utilizaram-se as expressões do modelo (Anexo A.2, pág. I) para o traçado dum historial de extensões (Figura 2.14).

Tabela 2.2: Parâmetros de definição do comportamento mecânico do aço de armaduras.

Designação	f_y [MPa]	E_s [MPa]	b	$R^{(0)}$	a_1	a_2	a_3	a_4	ε_{su}
Aço armaduras	371,0	200,0	0,005	20,0	18,5	0,15	0,025	2,0	0,075

2.3 Relações constitutivas da secção transversal

Dadas as relações constitutivas dos materiais, apresentam-se agora nesta secção as relações constitutivas da secção transversal, *i.e.*, as relações entre os estados de tensão das secções com o seus estados de deformação. Estes estados são caracterizados respectivamente pelas com-

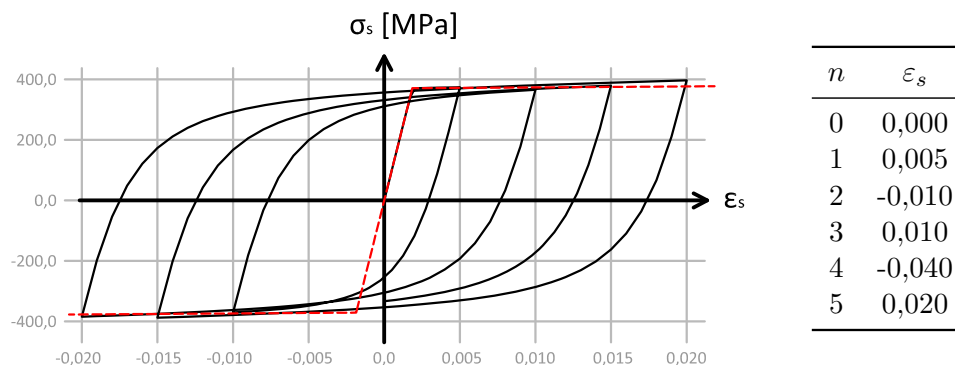


Figura 2.14: Comportamento cíclico do aço utilizado para um dado historial de extensões.

ponentes dos tensores das tensões e dos tensores das extensões que se verificam ao longo da secção transversal, na faceta orientada segundo o eixo da peça linear, ou seja, na faceta a que corresponde a própria secção transversal.

Podem no entanto ser tomadas de forma aproximada, para a caracterização global da deformação da secção, e especialmente em peças lineares compactas de estruturas de edifícios, apenas seis variáveis, quando se pretende uma caracterização tridimensional. Referem-se nomeadamente, em relação ao sistema de eixos da secção transversal (Figura 2.15a), a extensão longitudinal média $\bar{\varepsilon}_x$, as curvaturas χ_y e χ_z , as distorções médias $\bar{\gamma}_y$ e $\bar{\gamma}_z$, e o ângulo unitário de torção α_x , definidas por unidade de comprimento (ver esquemas da Figura 2.15).

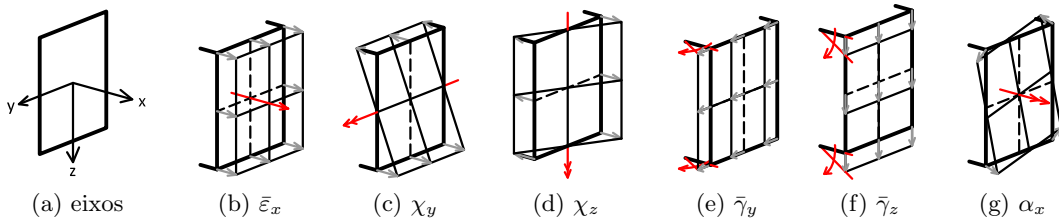


Figura 2.15: Estados-base de definição do estado de deformação da secção.

Para o estado de tensão, são igualmente tomadas na caracterização seis variáveis, a que se dão o nome de *esforços*, e que se obtêm integrando as tensões ao longo da área secção transversal, designados por esforço axial N , momentos flectores nas duas direcções M_y e M_z , esforços transversos nas duas direcções V_y e V_z , e momento torsor T , definidos através das equações

$$N = \int_A \sigma_{xx}(y, z) dA \quad (2.1)$$

$$M_y = \int_A z \sigma_{xx}(y, z) dA \quad (2.2)$$

$$M_z = \int_A y \sigma_{xx}(y, z) dA \quad (2.3)$$

$$V_y = \int_A \sigma_{xy}(y, z) dA \quad (2.4)$$

$$V_z = \int_A \sigma_{xz}(y, z) dA \quad (2.5)$$

$$T = \int_A \left(y \sigma_{xy}(y, z) + z \sigma_{xz}(y, z) \right) dA \quad (2.6)$$

Observa-se que as três primeiras variáveis dos estados dizem respeito ao comportamento uniaxial dos materiais constituintes da secção, e as restantes a acções tangenciais, ou de corte.

2.3.1 Análise de secções

Para a análise do comportamento da secção transversal, serão apenas estudadas neste trabalho as grandezas a que correspondem os mecanismos de deformação longitudinal, *i.e.*, as grandezas $\bar{\varepsilon}_x$, χ_y e χ_z (Figuras 2.15b, 2.15c e 2.15d, resp.) e as grandezas N , M_y e M_z (Equações 2.1, 2.2 e 2.3, resp.), motivo pelo qual se apresentaram na secção anterior apenas os comportamentos uniaxiais dos materiais.

Os mecanismos de deformação por corte e torção apresentam em geral uma rotura frágil, *i.e.*, uma rotura que ocorre com pouca ou nenhuma excursão em regime não-linear. Ora, uma vez que para o suporte de deformações consideráveis, sem o dimensionamento de elevados esforços resistentes, a estrutura deve explorar ao máximo a não-linearidade, as roturas frágeis devem ser em todo caso evitadas.

Por isso, estuda-se nesta secção o mecanismo que, de entre estes, se faz prevalecer no desempenho da não-linearidade da estrutura, e o qual pode apresentar, como se verá de seguida, características de elevada ductilidade: o mecanismo de deformação por flexão. Assim, para que a flexão consiga explorar ao máximo a não-linearidade na estrutura, a resistência de corte dos elementos deve ser assegurada para o momento máximo neles instalado, conceito a que se dá o nome de dimensionamento por capacidades resistentes.

Porém, no que toca à análise de estruturas de edifícios existentes, principalmente de edifícios antigos, e que são maioritariamente projectados com o dimensionamento directo, nem sempre a rotura por flexão prevalece sobre a rotura por corte. Assim, nestes casos, a resistência de corte deve ser considerada nos modelos, para o que se podem consultar *e.g.* os estudos de Güner [26].

Por sair fora do âmbito desta dissertação, e por serem ainda poucos os programas que implementam de forma adequada a resistência ao corte, este mecanismo é considerado no caso de estudo, dentro do regime linear, *i.e.*, admitindo que na estrutura do edifício estão apenas previstas roturas por flexão.

Os mecanismos não-lineares das secções dos elementos da estrutura ficam desta forma reduzidos aos esforços N , M_y e M_z , e às deformações $\bar{\varepsilon}_x$, χ_y e χ_z (associadas a deformações longitudinais nos materiais), mantendo-se os restantes dentro do regime elástico linear. Assim, para o estudo das relações constitutivas da secção transversal podem recorrer-se às Equações 2.1, 2.2 2.3, em que o campo de tensões⁷ $\sigma_x(y, z)$ é dado pelas relações constitutivas de cada material em função do campo de extensões $\varepsilon_x(y, z)$ dado por, através da hipótese de Bernoulli⁸,

$$\varepsilon_x(y, z) = \bar{\varepsilon}_x + \chi_y z - \chi_z y \quad (2.7)$$

Note-se que se as relações constitutivas dos materiais fossem lineares, se obteriam as relações da análise linear de estruturas:

$$N = N(\bar{\varepsilon}_x) = E_c A_c \bar{\varepsilon}_x + E_s \sum_{i=1}^n A_{s_i} \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \varepsilon_c \\ \sigma_s(\varepsilon_s) = E_s \varepsilon_s \end{cases} \Rightarrow M_y = M_y(\chi_y) = E_c I_y \chi_y + E_s \sum_{i=1}^n z_i^2 A_{s_i} \quad (2.9)$$

$$M_z = M_z(\chi_z) = E_c I_z \chi_z + E_s \sum_{i=1}^n y_i^2 A_{s_i} \quad (2.10)$$

em que I_y e I_z representam os momentos de inércia da secção de betão em relação ao centro de massa, em torno dos eixos y e z , (y_i, z_i) e A_{s_i} as coordenadas e a área do varão i , respectivamente.

⁷A partir deste ponto serão referidas, por comodidade, às tensões e extensões longitudinais por σ_x e ε_x em substituição de σ_{xx} e ε_{xx} .

⁸Hipótese de que as secções planas se mantêm planas após deformação, e que possibilita a consideração do campo de extensões linear da Equação 2.7

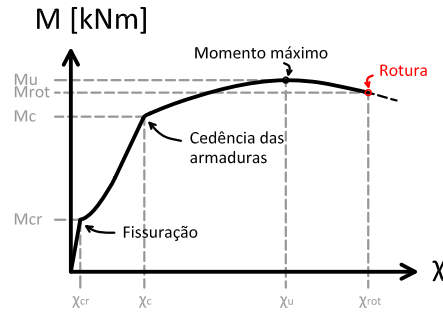


Figura 2.16: Andamento qualitativo da relação momento-curvatura.

Observe-se como estas relações se conseguem desacoplar e constituir três relações simples $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, o que já não acontece quando o comportamento é não-linear, em que se obtêm relações $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ quando postas na forma

$$N = N(\bar{\varepsilon}_x, \chi_y, \chi_z) \quad (2.11)$$

$$M_y = M_y(\bar{\varepsilon}_x, \chi_y, \chi_z) \quad (2.12)$$

$$M_z = M_z(\bar{\varepsilon}_x, \chi_y, \chi_z) \quad (2.13)$$

o que leva a que as diferentes variáveis interajam entre si.

A análise da relação momento-curvatura numa secção, reduz no entanto o problema em duas variáveis, *e.g.*, M_y e χ_y , constituindo uma forma de caracterizar o comportamento do elemento em flexão, em particular na avaliação da rigidez, resistência e ductilidade. Este tipo de análise baseia-se na imposição⁹ $\chi_z = 0$, e dum determinado valor de esforço normal \bar{N} , ou seja,

$$N(\bar{\varepsilon}_x, \chi_y, 0) = \bar{N} \Rightarrow \bar{\varepsilon}_x = \bar{\varepsilon}_x(\chi_y) \quad (2.14)$$

$$\text{e por isso} \quad M_y(\chi_y) = M_y(\bar{\varepsilon}_x(\chi_y), \chi_y, 0) \quad (2.15)$$

e que se determina com métodos computacionais.

A relação momento-curvatura $M-\chi$, assim definida, apresenta um andamento qualitativo como o ilustrado na Figura 2.16. A relação apresenta um primeiro troço linear, derivado da resistência do betão à tracção e que se estende até certo valor de momento M_{cr} em que ocorre a fendilhação e a secção tende para outro estado de equilíbrio, para um nível inferior de rigidez, e em que a tracção é suportada essencialmente pelas armaduras. Em seguida, dá-se a cedência destes varões e a curvatura da secção aumenta consideravelmente, resultante do aumento brusco das extensões do aço. Finalmente dá-se a rotura da secção, em geral com o esmagamento do betão ou com a rotura do aço à tracção.

Analise-se como exemplo a relação $M_y-\chi_y$ da secção da parede P1¹⁰, que se apresenta na Figura 2.17a para $\bar{N} = 0$, e cuja análise se fez a partir do desenvolvimento numa aplicação computacional definida adiante na Secção 2.3.3 (pág. 27). A Figura 2.17a apresenta o dia-

⁹É possível demonstrar que desta imposição resulta equivalentemente $M_z = 0$ se a secção for simétrica na em torno de z , o que é o caso de todas as secções analisadas no edifício.

¹⁰A planta da estrutura pode consultar-se na Figura 1.1, pág. 5.

grama $M_y-\chi_y$, com os pontos A, B e C onde ocorre a cedência dos pares de varões inferiores da secção, e os pontos onde as fibras superiores de betão confinado e não-confinado, e o aço das armaduras inferiores, atingem as tensões de rotura. A Figura 2.17b mostra a evolução das tensões destes materiais em função da curvatura χ_y , igualmente com a marcação das extensões de rotura. A secção da parede encontra-se na Figura 2.17c, onde se identificam os varões a que correspondem as letras A, B e C e as posições da linha neutra no instante em que estas atingem a cedência. A rotura da secção ocorre neste caso pelos varões inferiores, e representa-se com um ponto vermelho nas Figuras 2.17a e 2.17b, e na Figura 2.17c com a posição da linha neutra a vermelho nesse mesmo instante.

Observe-se como o gráfico apresenta um andamento inicialmente linear até ao ponto A, e que segue nos pontos B e C com a cedência dos varões do centro da secção. A Figura 2.17b demonstra como a presença dum betão confinado na secção, com extensões últimas superiores às do betão não-confinado, aumentou muito significativamente a curvatura última que se conseguiu atingir. De facto, a extensão última do betão não-confinado dá-se para uma curvatura muito inferior, o que prejudicaria a ductilidade da secção.

A influência do esforço axial ilustra-se no esquema da Figura 2.18, onde se representam os diagramas momento-curvatura para vários valores de esforço axial (em cima à direita), e nos outros a projecção do momento máximo (à esquerda) e da curvatura última da secção (em baixo). A vermelho representa-se, a título ilustrativo, a trajectória seguida com um esforço axial $N = -900$ kN.

Verifica-se que o momento resistente aumenta desde o esforço axial resistente de tracção até

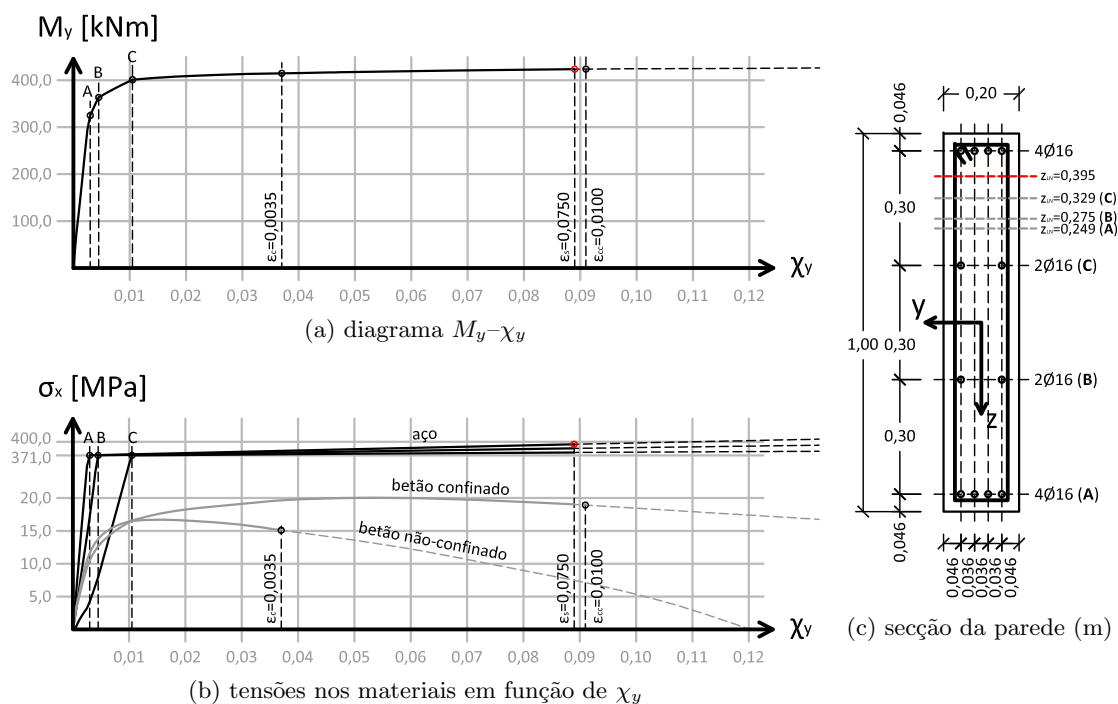


Figura 2.17: Flexão em torno de y da secção da parede P1.

um determinado ponto, passando depois a diminuir até ao esforço axial resistente de compressão. O momento resistente máximo, que se supõe atingir em secções bem dimensionadas pela rotura do betão, será para o valor do esforço axial que der maior braço ao binário estabelecido pelas forças de tracção e compressão. Para secções com armaduras concentradas na extremidade da secção, este ponto será alcançado quando a rotura se der em simultâneo com a cedência das armaduras, uma vez que até atingir a cedência, o valor das forças é menor, e depois da cedência, menor é o braço. Nas secções em cuja armadura se encontra distribuída também pelas faces laterais, como a da parede P1, o momento resistente máximo provém dum estado balanceado entre o braço e o valor das forças.

Para as curvaturas últimas, verifica-se também um pico a determinado valor de esforço axial, a partir do qual a curvatura última diminuiu muito consideravelmente, aumentando a compressão. A curvatura máxima da secção dá-se para o valor de esforço axial (neste caso, $N \simeq 0$) que promove a rotura simultânea das fibras superiores e inferiores, *i.e.*, do betão e do aço, pelo que este ponto marcará em todo o caso a fronteira entre as roturas pelo aço (menor compressão) e as roturas pelo betão (maior compressão). Pode também observar-se como a ductilidade das secções, para esforços axiais de compressão elevados, acaba por ser bastante afectada. Na mesma figura representam-se as curvas de cedência das armaduras, donde se

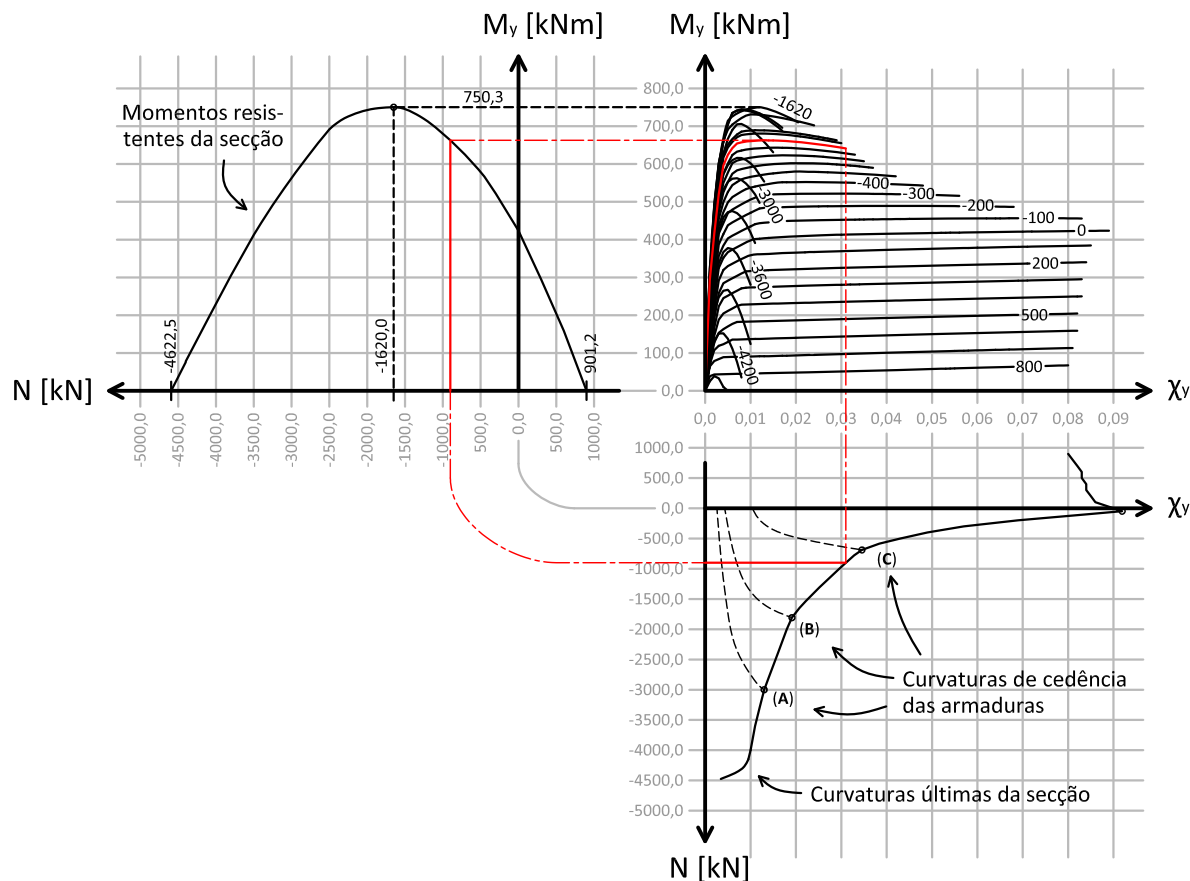


Figura 2.18: Interação do esforço axial com o diagrama momento-curvatura da secção da parede P1.

verifica que, a partir de certo ponto, estas não chegam a ceder, resultando em roturas frágeis.

Quanto ao comportamento cíclico dos elementos de betão armado, observe-se a Figura 2.19 que ilustra qualitativamente o diagrama força-deslocamento de um elemento de betão armado. As duas principais características a apontar sobre este comportamento são: a degradação de rigidez, o efeito de aperto e a degradação de resistência. Os efeitos não são contabilizados pelos modelos cíclicos dos materiais definidos na Secção 2.2, quaisquer que sejam os modelos adoptados, uma vez que são efeitos que acontecem ao longo do elemento por degradação das secções, em particular nas secções que fendilham, que são especialmente sensíveis a deslizamentos provocados pelo esforço transversal, e que sucede a partir de um número considerável de ciclos.

As degradações da rigidez inicial e da resistência devem-se sobretudo às imperfeições no fecho das fendas quando a carga muda de sentido, o que faz com que o betão não entre completamente em contacto durante a compressão. De facto, a degradação gradual das zonas fendilhadas passa igualmente pela deterioração do betão à volta das armaduras, na passagem do esforço transversal, o que juntamente com a compressão pode levar ao descasque do betão exterior e provocar a encurvadura dos varões se fracamente contraventados pelas cintas. Também a forte solitação cíclica das armaduras pode levar à rotura por fadiga do aço. A degradação de rigidez influencia a resposta dinâmica da estrutura, fazendo aumentar os seus períodos de vibração, assim como a amplitude das deformações, pelo que a não contabilização deste fenómeno conduz a uma sobrestimativa da capacidade de dissipação da estrutura e a uma subestimativa da sua capacidade resistente [4].

O efeito de aperto (ou efeito de *pinching*) consiste no achatamento do diagrama na direcção da bissectriz dos quadrantes ímpares, e que é devido a uma degradação precoce da rigidez na mudança do sentido de aplicação da carga, seguida de um novo aumento de rigidez. Estes fenómenos devem-se ao facto do betão fendilhar sem que as fendas do lado oposto tenham ainda fechado, e

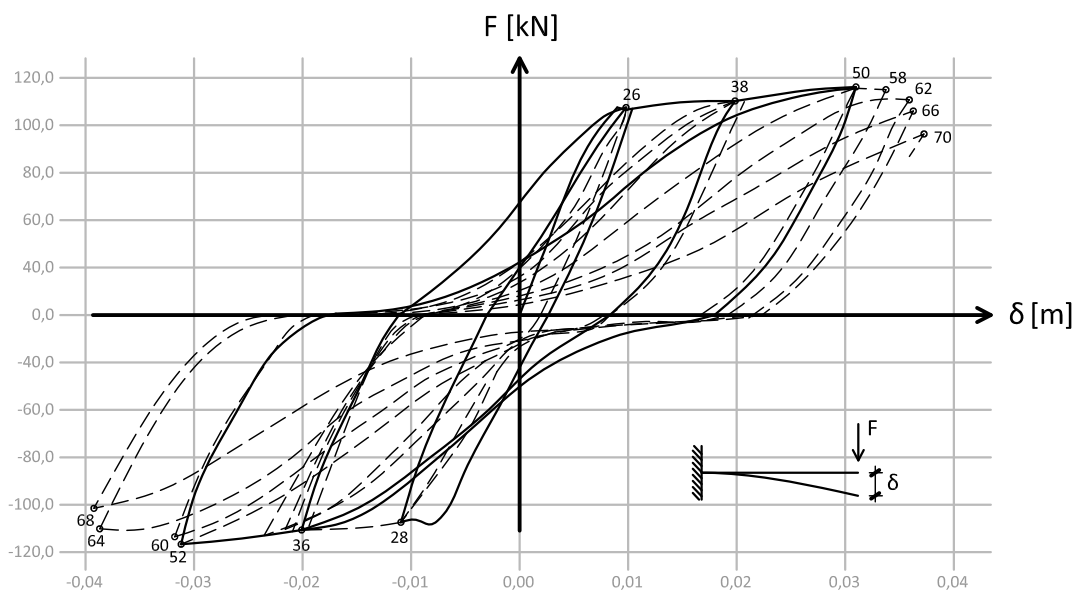


Figura 2.19: Comportamento cíclico de elementos de betão armado à flexão. Adaptado de Bento & Lopes [4].

que acontece pela presença de extensões residuais nas armaduras após a cedência. Sendo assim, quando estas fendas abrem a rigidez reduz-se consideravelmente, voltando a adquirir-se quando as fendas do lado oposto fecham por completo. Não contabilizar este aspecto, volta a aumentar a área dos ciclos, pelo que a energia dissipada volta a ser sobrestimada.

Os fenómenos que se acabam de descrever podem tomar intensidades reduzidas para valores baixos de esforço transversal, no entanto, em elementos de elevada rigidez, como as paredes estruturais, este fenómeno não deve ser desprezado.

2.3.2 Modelação

A complexidade da relação entre o estado de tensão e o estado de deformação das secções quando os materiais apresentam comportamento não-linear, nomeadamente da interacção entre as várias grandezas, leva a que se adoptem formas simplificadas de contabilizar o comportamento da secção. As possíveis alternativas de modelação deste comportamento dividem-se essencialmente em três categorias: (1) a utilização de relações histeréticas, (2) a discretização da secção em fibras, ou (3) a discretização dos elementos lineares num conjunto finito de subelementos ao nível da secção [74]. No âmbito deste trabalho, e de acordo com aquilo que foi utilizado nos programas *SAP2000* e *SeismoStruct*, serão apenas abordadas as duas primeiras alternativas.

2.3.2.1 Modelos de relações histeréticas

A utilização de relações histeréticas constitui uma forma relativamente simples de caracterizar o comportamento não-linear da secção. Este tipo de modelação baseia-se no estabelecimento de uma relação monotónica força-deslocamento, neste caso $M-\chi$, em torno da qual se definem regras de carga e descarga para a representação do comportamento cíclico. A Figura 2.20 apresenta seis exemplos de relações histeréticas simples conhecidas, utilizadas na modelação de elementos de betão armado. Como se pode verificar, a degradação de rigidez é contabilizada na generalidade dos modelos, excepto no modelo bilinear (Figura 2.20a). De entre estes, à excepção do modelo de Clough [14] (Figura 2.20b), todos contabilizam igualmente a degradação da rigidez na descarga, quer através do parâmetro α , quer através da definição dum foco para onde convergem os troços de descarga (ver Figura 2.20). Para estes modelos mais simples, o efeito de aperto (*pinching*) não é tido em conta, apesar de se encontrar em modelos mais complexos, calibrados através de inúmeros parâmetros, *e.g.*, Nogueiro *et al.* [48].

Na maioria destes modelos não se considera igualmente a interacção entre os três mecanismos de deformação das secções: a deformação axial e as duas flexões ortogonais, tratando-se assim da definição desacoplada das relações

$$M_y = M_y(\chi_y) \quad (2.16)$$

$$M_z = M_z(\chi_z) \quad (2.17)$$

Desta forma, em vez da contabilização directa da interacção entre a flexão e o esforço axial, que varia durante a acção sísmica, são admitidas relações fixas e independentes de $M_y-\chi_y$ e $M_z-\chi_z$ para a análise da estrutura. Sob esta perspectiva, estas relações são determinadas para o esforço

axial instalado apenas no início da acção sísmica, que como abordado na Secção 4.2.3 (pág. 60), provém das cargas verticais consideradas na combinação deste tipo de acção.

2.3.2.2 Modelo de fibras

O modelo de fibras é actualmente um dos modelos mais promissores na análise não-linear de estruturas [78]. Com este modelo, a secção é discretizada num número finito de fibras n_f cujas propriedades geométricas são a área A_{f_i} e as coordenadas y_{f_i} e z_{f_i} do sistema de eixos da secção, e cujas propriedades mecânicas, neste caso o módulo de elasticidade tangente E_{f_i} , advêm da respectiva lei constitutiva uniaxial do material (ver esquema da Figura 2.21).

A determinação da matriz de rigidez da secção é, neste caso, imediata passando a ser computada directamente através da rigidez axial de cada fibra,

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \bar{\varepsilon}_x} & \frac{\partial N}{\partial \chi_y} & \frac{\partial N}{\partial \chi_z} \\ \frac{\partial M_y}{\partial \bar{\varepsilon}_x} & \frac{\partial M_y}{\partial \chi_y} & \frac{\partial M_y}{\partial \chi_z} \\ \frac{\partial M_z}{\partial \bar{\varepsilon}_x} & \frac{\partial M_z}{\partial \chi_y} & \frac{\partial M_z}{\partial \chi_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n E_i A_i & \sum_{i=0}^n E_i A_i z_i & \sum_{i=0}^n -E_i A_i y_i \\ \sum_{i=0}^n E_i A_i z_i & \sum_{i=0}^n E_i A_i z_i^2 & \sum_{i=0}^n E_i A_i z_i \\ \sum_{i=0}^n -E_i A_i y_i & \sum_{i=0}^n E_i A_i z_i & \sum_{i=0}^n E_i A_i y_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

que se obtém fazendo uso das relações

$$\begin{aligned} \partial N &= \partial \sigma_x A \\ \partial M_y &= \partial \sigma_x A z & \partial \chi_y &= \frac{\partial \varepsilon_x}{z} \\ \partial M_z &= -\partial \sigma_x A y & \partial \chi_z &= -\frac{\partial \varepsilon_x}{y} \end{aligned} \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} = E$$

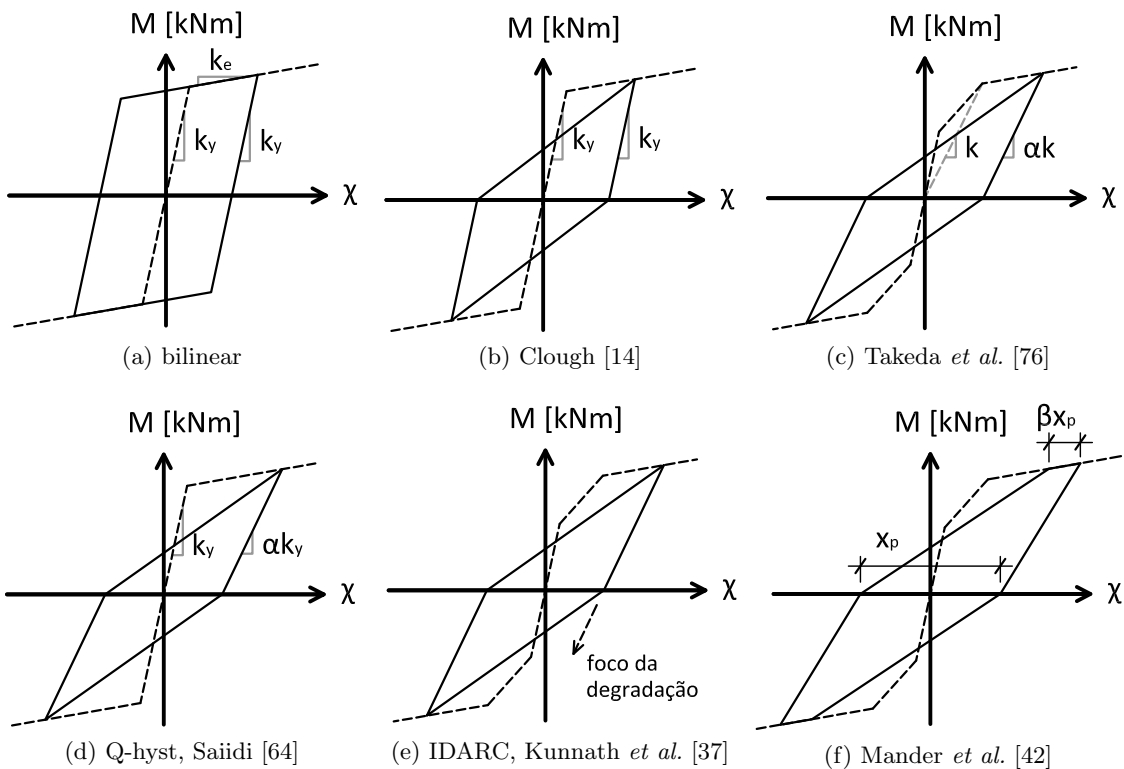


Figura 2.20: Exemplos de modelos de relações histeréticas da secção transversal.

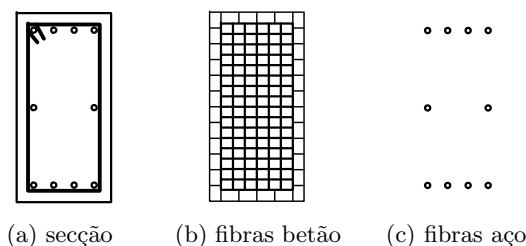


Figura 2.21: Discretização de secções em fibras.

2.3.3 Programa desenvolvido

Para a análise das secções de betão armado foi desenvolvido um programa em *Matlab* com as diversas potencialidades dos modelos de fibras. O programa carece ainda duma interface intuitiva para ser usado de forma simples por outros utilizadores. Com esta aplicação, podem ser fornecidas quaisquer relações constitutivas para um determinado conjunto de materiais, e através de rotinas que discretizam qualquer secção num conjunto de fibras, determinar os diagramas momento-curvatura, diagramas de interacção, tensões e extensões em qualquer fibra ao longo da análise, posições da linha neutra, entre outros.

O programa foi desenvolvido para (1) receber a informação geométrica de cada secção de betão armado e dos esforços axiais \bar{N} em todas as secções críticas do edifício, (2) determinar para cada direcção e sentido, a relação momento-curvatura $M-\chi$, (3) bilinearizar cada uma das relações e (4) gerar folhas de cálculo *Ms Excel* [84] compatíveis com cada um dos programas para importação.

Nesta secção procura-se apenas sintetizar, através de fluxogramas, a parte da versão actual do programa responsável pelo cálculo do diagrama momento-curvatura duma secção transversal. Esta rotina, recebe a matriz da secção $[S]$ cujas colunas contêm a área A_{f_i} , a cota z_{f_i} , e um número que designa o material¹¹ \mathcal{M}_{f_i} de cada fibra ou camada da secção transversal, recebe as matrizes $[\mathcal{M}_{(1)}], \dots, [\mathcal{M}_{(4)}]$ constituídas pelos pares (ε, σ) de cada material, e o valor do esforço axial \bar{N} . Designa-se por *camada*, um conjunto de fibras constituídas pelo mesmo material (mesmo \mathcal{M}_{f_i}) e que têm a mesma cota z_{f_i} . Este agrupamento faz com que o programa corra mais rapidamente, uma vez que o diagrama momento-curvatura apenas se realiza numa das direcções ortogonais¹².

Em primeiro lugar pode dizer-se que a determinação do diagrama momento-curvatura é feita com base no cálculo do momento M instalado na secção em função duma dada curvatura χ e um esforço normal fixo \bar{N} . Define-se por isso uma curvatura inicial (em geral nula) e vai-se calculando sucessivamente os outros pontos do diagrama $M-\chi$ por incrementos fixos de curvatura $\Delta\chi$, até que é dada a informação de rotura da secção, terminando assim o cálculo (ver Figura 2.22). A estratégia seguida para o cálculo do momento (funcionamento da função $M(\chi)$) constituiu a

¹¹É indicado por este escalar o número 1, 2, 3 e 4 para indicar que o material da fibra i é o aço de armaduras, o betão confinado, o betão não-confinado ou o betão fracamente confinado, respectivamente.

¹²Não é de facto necessária a definição da distribuição das fibras ao longo de y , o que reduz, sem prejuízo da análise, o número de fibras significativamente.

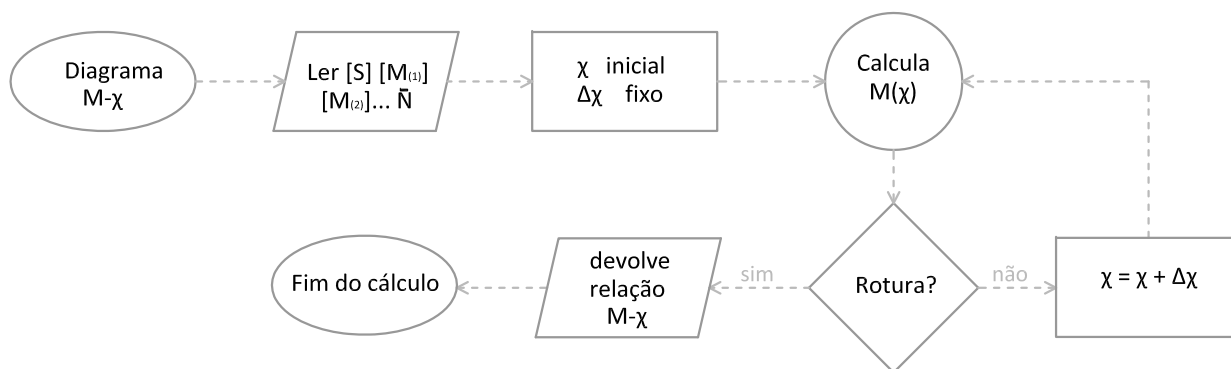


Figura 2.22: Fluxograma da função “Diagrama $M-\chi$ ”

essência do método. Esta subrotina recebe para além dos dados já incluídos na rotina, o valor de determinada curvatura χ , devolvendo o momento M e a informação de rotura. A rotura da secção define-se, de acordo com o que já foi referido, na verificação de extensões de compressão no betão confinado superiores a ε_{ccu} ou de extensões de tracção no aço superiores a ε_{su} . É ainda introduzido um limite grande de extensões ($\bar{\varepsilon}_x \geq 1,0$) para cobrir a possibilidade da secção não se conseguir equilibrar¹³.

A estratégia iterativa inicia-se com a admissão duma determinada extensão no centro de massa $\bar{\varepsilon}_x$ e no cálculo do valor do esforço normal gerado N . Em seguida, avalia-se o erro cometido comparando este esforço com o valor de \bar{N} , e incrementa-se o valor de $\bar{\varepsilon}_x$ até se obter um determinado erro admissível. A incrementação da extensão $\bar{\varepsilon}_x$ faz-se de acordo com a necessidade de aumentar ou diminuir o valor de N , sendo que os incrementos devem reduzir-se sempre que se ultrapassa o valor de N no sentido para o qual se está a convergir. A rotina encontra-se ilustrada no fluxograma da Figura 2.23.

Os cálculos dos diagramas de interacção estão ainda a ser calculados na mesma versão do programa, através da determinação sucessiva de diagramas momento-curvatura para diferentes valores de esforço normal, técnica que poderá ainda ser melhorada para consumir menos tempo de execução.

O código de programação da rotina referente ao cálculo do momento-curvatura encontra-se no Anexo E (pág. XXVII).

¹³Acontece por exemplo para uma secção sem armadura de tracção, ou se a qualquer momento não se conseguir mobilizar força de compressão suficiente para equilibrar a tensão instalada no aço, entre outros.

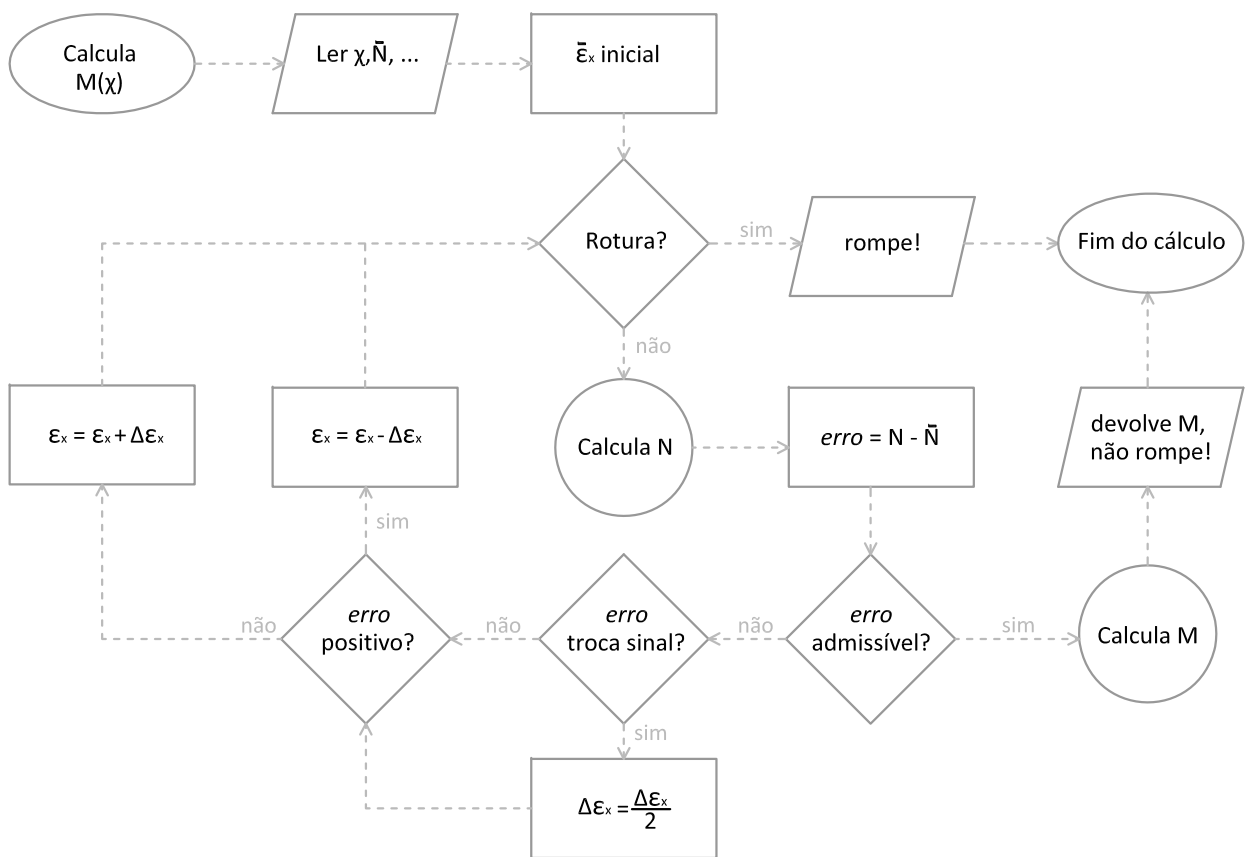


Figura 2.23: Fluxograma da função “Calcula $M(\chi)$ ”

CAPÍTULO 3

Modelos estruturais

Neste capítulo serão revistas as várias hipóteses de modelação linear e não-linear da estrutura de um edifício, em particular dos modelos de plasticidade concentrada e distribuída. Ao longo do capítulo serão descritos os seis modelos inicialmente propostos para a comparação de resultados.

3.1 Introdução

Adicionalmente à caracterização do comportamento dos materiais e das secções dos elementos de betão armado, também a formulação do comportamento destes elementos, bem como a modelação espacial da própria estrutura, constitui matéria de revisão no que toca à contabilização do comportamento não-linear.

Ao longo das últimas décadas, vários modelos têm sido propostos para simular o comportamento de estruturas de betão armado, em particular, no caso de estruturas de edifícios e pontes sujeitas a acções sísmicas. Os estudos são motivados pela grande complexidade que envolve a resposta estrutural em regime não-linear, e na dificuldade em representar esse comportamento com modelos matemáticos. Como apoio, validação e calibração destes modelos, os ensaios em modelos reais a escalas reduzidas têm vindo a desempenhar um papel primordial no estudo do comportamento de vigas, pilares, paredes, bem com das ligações entre eles. Salientam-se os ensaios mecânicos dos materiais, anteriormente referidos, os ensaios cíclicos de peças isoladas, os ensaios em mesas sísmicas de pórticos tridimensionais, entre outros.

Em relação aos modelos de cálculo computacionais da estrutura de um edifício para avaliação da sua resposta a acções sísmicas, podem constituir-se, segundo Taucer *et al.* [78], três categorias:

Modelos globais — descrevem o comportamento da estrutura com alguns graus de liberdade, *i.e.*, um edifício pode por exemplo ser modelado apenas com os deslocamentos laterais em cada piso (ver Figura 3.1a). Permitem apenas uma avaliação global da resposta do edifício, *e.g.*, em termos de deformações. Os resultados podem ser bastante grosseiros uma vez que é difícil calibrar as rigidezes laterais, pelo que se utilizados servirão somente para uma apreciação preliminar.

Modelos de elementos finitos discretos — a estrutura é representada por um conjunto de elementos ligados entre si que descrevem o comportamento da estrutura ao nível do próprio elemento e da sua secção transferência (ver Figura 3.1b). Estes modelos constituem uma aproximação bastante melhor ao comportamento real da estrutura e são aqueles que mais

utilidade têm na análise e dimensionamento de estruturas de edifícios, uma vez que permitem com maior facilidade a determinação dos esforços instalados ao longo dos elementos.

Modelos de elementos finitos microscópicos — discretizam os elementos da estrutura num número grande de elementos finitos (ver Figura 3.1c), o que permite a contabilização de numerosos efeitos, em particular não-lineares como a aderência aço-betão, o atrito entre fendas, fluência e relaxação, efeitos térmicos, entre outros. O uso deste tipo de modelos está ainda limitado à análise de zonas críticas da estrutura ou de estruturas bastante pequenas, uma vez que o custo computacional é ainda muito elevado.

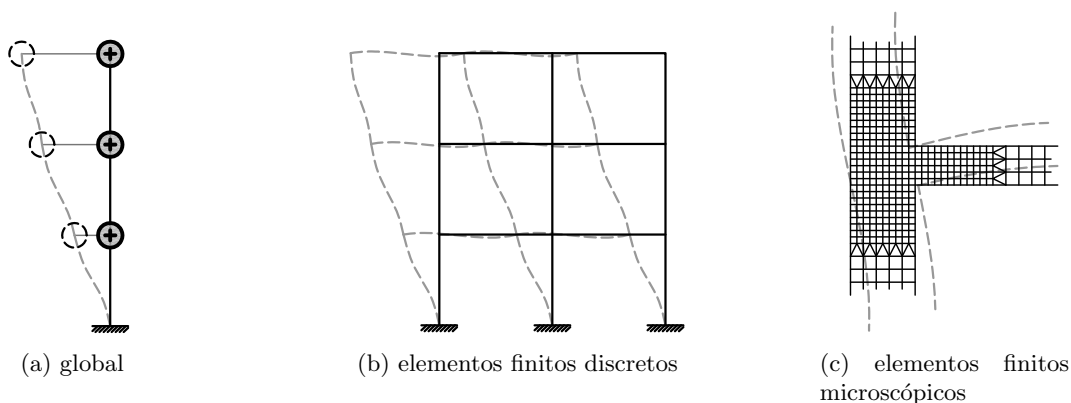


Figura 3.1: Categorias de modelos estruturais de edifícios.

Os modelos que se pretendem analisar neste trabalho, e sobre os quais surgiu o interesse deste estudo, são os designados na listagem anterior por *modelos de elementos finitos discretos*, que são de facto os que mais protagonismo tomam no projecto de estruturas de edifícios, sobre os quais incidirá este capítulo, na modelação do comportamento fisicamente não-linear.

Deve porém começar por dizer-se que, independentemente dos modelos não-lineares que se pretendam elaborar, é na maioria dos casos essencial que se constitua *a priori* um modelo linear da estrutura. Um modelo linear servirá não só para a caracterização dinâmica da estrutura (*e.g.*, análise modal¹) que é, como se verá de seguida, importante na definição nas análises não-lineares, mas também, dependendo do programa de cálculo, para servir de base à elaboração dos modelos não-lineares.

Em segundo lugar, e sob um ponto de vista mais global da modelação, muito embora se possa representar, em alguns casos, o comportamento da estrutura dum edifício através de modelos planos, optou-se neste trabalho por estender o estudo aos modelos tridimensionais. De facto, a dificuldade associada à elaboração de modelos planos com os programas de cálculo é actualmente bastante semelhante àquela que se encontra na elaboração dos modelos tridimensionais, apresentando ainda a desvantagem de não contabilizar a interacção entre os vários planos da estrutura, *e.g.*, não contabilizar o efeito da torção. Regulamentações como o EC8 [50], prescrevem critérios para avaliar a possibilidade da elaboração de modelos planares, em função da regularidade da estrutura².

¹Descrita adiante no Capítulo 4, pág. 55.

²A avaliação da regularidade estrutural do edifício segundo o EC8 [50] é feita no Anexo B.3, pág. IV.

Com este trabalho pretendeu-se, a elaboração de cinco modelos distintos dos elementos estruturais (ver Figura 3.2), apresentados nas secções seguintes, que englobam as alternativas mais comuns de modelação de estruturas de edifícios para avaliação do seu desempenho sísmico. Constitui-se assim em primeiro lugar um modelo com elementos lineares (Figura 3.2a) e em segundo os modelos não-lineares, divididos em modelos de plasticidade concentrada (Figuras 3.2b e 3.2c) e modelos de plasticidade distribuída (Figuras 3.2d e 3.2e), dos quais não se fará para já referência.

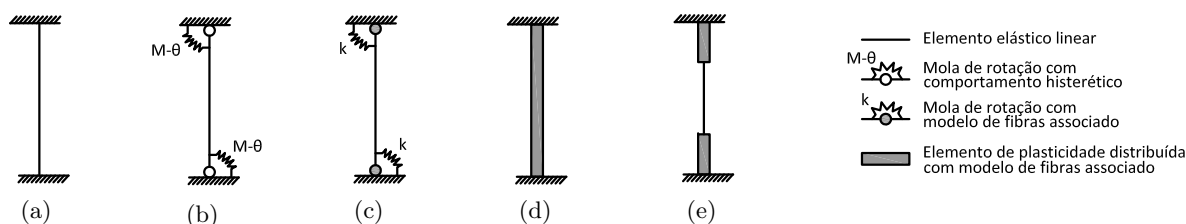


Figura 3.2: Modelos utilizados para os elementos estruturais.

3.2 Modelos lineares de estruturas

Uma vez que os modelos lineares de estruturas são já bem conhecidos, procurou-se apenas com esta secção a descrição dos modelos lineares elaborados nos dois programas de cálculo.

Materiais e secções

No que se refere aos materiais, e apenas com o objectivo de efectuar análises lineares, o seu comportamento mecânico fica definido através de valores fixos do módulo de elasticidade E (no caso da extensão longitudinal), e o módulo do distorção G (no caso das deformações de corte), não se estabelecendo valores limites da sua resistência.

A definição duma rigidez E_c para o betão e duma rigidez E_s para o aço, que idealizem a resposta dos materiais, constitui um passo relevante na modelação do comportamento da secção. O EC2 [49] preconiza valores para o módulo de elasticidade médio do betão, denotado por E_{cm} , de acordo com a sua classe de resistência. Esta rigidez é neste caso definida pelo declive da secante entre o valor nulo de tensão ($\sigma_c = 0$) e 40% do valor médio de resistência à compressão ($\sigma_c = 0,4f_{cm}$). Posteriormente o EC8 [50] prescreve que este valor seja reduzido em 50% para reduzir indirectamente as rigidezes de flexão EI_y e EI_z , contabilizando assim a fendilhação dos elementos de betão armado³.

Neste trabalho usou-se para a definição do módulo de elasticidade do betão, a expressão proposta por Park & Paulay [53] (Equação 3.1) com uma pequena alteração⁴, que define uma rigidez E_c ligeiramente inferior ao módulo tangente inicial das expressões do modelo de Mander

³Facto proveniente da fraca resistência do betão à tracção.

⁴O factor 4730 foi substituído por 4700, tal como utilizado pelo programa *SeismoStruct*.

et al. [41]⁵,

$$E_c = 4730\sqrt{f_{c0}} \quad (\text{MPa}) \quad (3.1)$$

em que f_{c0} , em MPa, representa a resistência do betão não-confinado à compressão em provetes cilíndricos. A hipótese de reduzir ou não a rigidez do betão para obter uma rigidez de flexão fendilhada foi estudada neste trabalho, analisando a influência sobre os resultados da análise modal, quando, tal como prescrito pelo EC8 [50], o valor de E_c é reduzido em 50%.

Quanto ao módulo de elasticidade do aço E_s , o problema não se coloca à partida, e o valor utilizado é geralmente o que é obtido por ensaios de tracção em fábrica, para além de que, como referido na Secção 2.3.1 (pág. 19), alterações nesta rigidez não vão conduzir a grandes diferenças nos resultados das análises lineares.

A Tabela 3.1 resume os parâmetros de definição dos materiais para os modelos lineares⁶, segundo as indicações apresentadas na Secção 1.3.1 (pág. 4).

Tabela 3.1: Características fixas de rigidez adoptadas para o betão e aço.

	Betão	Aço	
E	19,2	200,0	[GPa]
G	8,0	76,9	[GPa]
ν	0,2	0,3	

No que toca às secções, enquanto que no caso dos pilares se utilizaram directamente as dimensões de projecto, rectangulares (ver Figura 1.2, pág. 7), nas vigas decidiu-se contabilizar para a flexão o comportamento do conjunto viga-laje. De facto, a flexão das vigas, nas quais a laje apoia, faz alargar o campo de tensões de compressão para a zona da laje, conferindo rigidez adicional de flexão. Deste modo, à secção rectangular da viga pode ser acrescentado um banzo superior com uma largura tal, que seja capaz de representar uniformemente este campo de tensões adicionais – largura efectiva (ver esquema da Figura 3.3).

A determinação desta largura, uma vez que a distribuição de tensões não é linear e que os momentos provocados pela acção sísmica trocam de sinal, carece duma avaliação rigorosa, pelo que recomendações para a largura efectiva b_{eff} têm vindo a fazer parte das regulamentações. No caso desta estrutura, foi adoptada, de acordo com o modelo elaborado na tese de Vuran [81], a formulação do código turco [73] através da Equação 3.2 em que b_w representa a largura da secção das vigas e cujos valores do parâmetro α se disponibilizam na Tabela 3.2.

$$b_{\text{eff}} = b_w + \alpha L_v \quad (3.2)$$

⁵No modelo de Mander *et al.* [41], o módulo de elasticidade tangente na origem é de $5000\sqrt{f_{c0}}$.

⁶Para o cálculo dos módulos de distorção G é utilizado o coeficiente de Poisson ν , através da relação $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

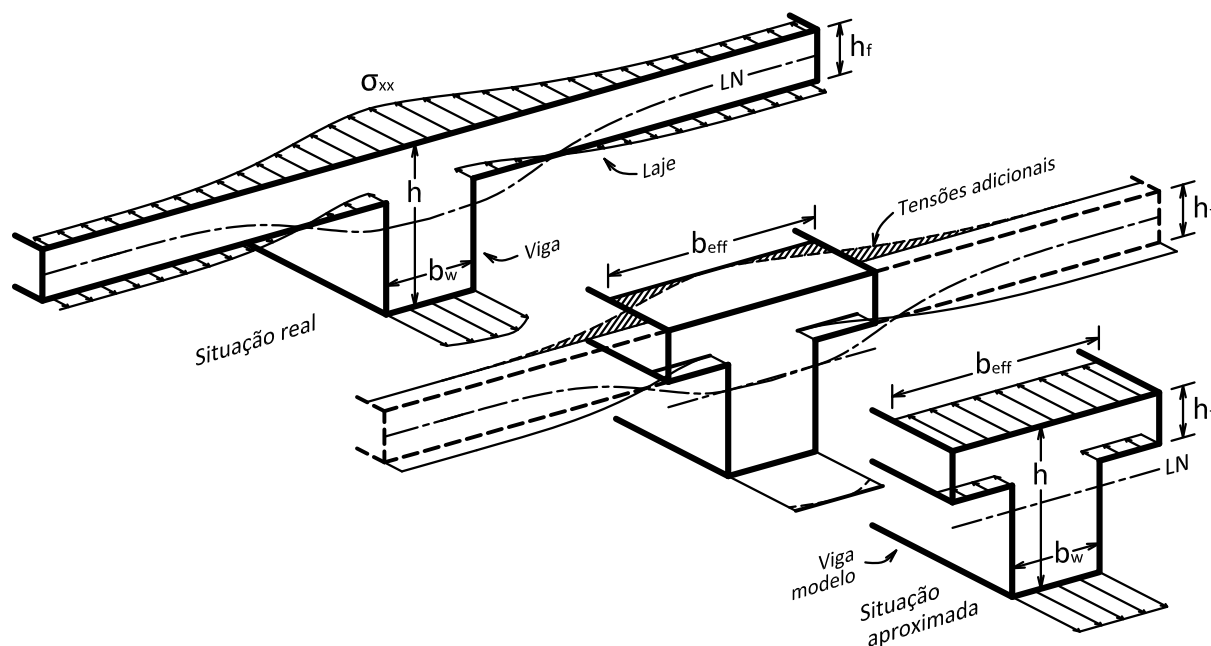


Figura 3.3: Comportamento à flexão do conjunto viga-laje.

Tabela 3.2: Valores de α em função das condições de apoio da viga e da simetria da secção.

	0,12	0,16	0,20	0,30
	0,06	0,08	0,10	0,15

Um outro parâmetro, de elevada importância nas diversas análises, é o peso específico dos materiais γ . Este peso é considerado na análise como cargas distribuídas ao longo do comprimento dos elementos estruturais para contabilização do seu peso próprio, assim como nas análises dinâmicas, convertido, juntamente com todas as outras cargas gravíticas, em massa inercial⁷. O peso específico do betão simples γ_c varia de betão para betão, podendo geralmente admitir-se valores entre 23 e 24 kN/m³, e para o aço, uma gama de valores γ_s situada entre 78,5 e 78,7 kN/m³.

Em análises lineares de estruturas de betão armado é frequente desprezar-se a contribuição das armaduras longitudinais para a rigidez das secções, até porque em processos de dimensionamento se desconhecem as quantidades de armadura. De facto, apesar da rigidez do aço superar a rigidez do betão numa ordem de grandeza superior, a quantidade de armadura chega a duas ordens de grandeza inferiores à quantidade de betão. Assim sendo, para estas situações

⁷Fixando o valor da aceleração da gravidade g , tomado como 9,81 m/s².

as secções dos elementos ficam modeladas apenas com a secção de betão, o que simplifica em muito a elaboração dos modelos estruturais lineares, na medida em que se evita a necessidade de introduzir todas as quantidades de armadura de cada secção. No entanto, sem prejuízo do peso próprio dos elementos, é frequente admitir-se um peso específico para o betão armado de 25 kN/m^3 , superior ao do betão simples.

Uma vez que será necessária a introdução das armaduras nas secções definidas com o programa *SeismoStruct*⁸, efectuaram-se, neste modelo, variações da rigidez do aço (0, 100, e 200 MPa) para avaliar a influência da rigidez de flexão conferida pelas armaduras nas análises lineares. Para que o peso adicional dos varões longitudinais não interfira nos resultados da análise modal, o peso específico do betão simples, quando são introduzidas armaduras, foi calibrado de forma a que o peso total da estrutura fosse o mesmo⁹, obtendo-se então um γ_c de $24,6 \text{ kN/m}^3$. Salienta-se assim, neste modelo, a necessidade de dividir os elementos lineares que representam as vigas em três elementos diferentes, como consequência da dispensa de armaduras.

Elementos

Os programas *SAP2000* e *SeismoStruct* possuem, de entre as várias formulações de elementos finitos, os elementos designados respectivamente por *frame elements* e *elastic frame elements*. Estes elementos são elementos lineares¹⁰ constituídos por dois nós de extremidade, e são geralmente utilizados para modelar o comportamento de vigas e pilares. A caracterização do estado de tensão e do estado de deformação deste tipo de elementos é feita respectivamente através de forças (e momentos) e deslocamentos (e rotações) num número finito de pontos (nós) ao longo do seu comprimento. Nos elementos lineares, a deformação é representada por funções simples que interpolam, através dos deslocamentos nodais, os deslocamentos ao longo do elemento, designadas funções de interpolação. Desta forma, a matriz de rigidez do elemento pode ser calculada através do estabelecimento do equilíbrio, com a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), entre os carregamentos que actuam ao longo do elemento e as forças concentradas nos nós (para maior detalhe consultar, *e.g.*, Teixeira-Dias *et al.* [79]).

O programa *SAP2000* possui ainda os elementos designados por *shell elements*, elementos bidimensionais (de área), constituídos por três ou por quatro nós de extremidade, que são frequentemente utilizados para modelar os pisos estruturais (lajes) ou paredes e núcleos estruturais. Por questões de simplicidade de cálculo, e especialmente em análises sísmicas, é frequente não se recorrer à modelação dos pisos nos edifícios. No entanto, e porque são de extrema importância para o comportamento da estrutura face às acções horizontais, são tidos em conta os dois efeitos principais da presença das lajes nos edifícios, em particular, das lajes maciças de betão armado:

⁸As armaduras são fundamentais no comportamento não-linear das secções, como apresentado anteriormente na Secção 2.3.1, pág. 19

⁹Fizeram-se sucessivas alterações no peso específico do betão γ_c , até que o peso da estrutura com o aço igualasse o peso da estrutura sem o aço.

¹⁰A palavra linear designa neste caso *unidimensional*, não estando relacionado com o comportamento elástico linear.

- O efeito das massas concentradas, ao nível de cada piso, no desenvolvimento em altura do edifício. Massas que, por sua vez, se distribuem em planta.
- O efeito de diafragma rígido conferido ao nível de cada piso.

Neste caso, uma vez que o programa *SeismoStruct* não possui elementos de área, não foram modelados os pisos estruturais, ficando assim a estrutura modelada apenas com elementos lineares para as vigas, pilares e paredes.

Quanto às ligações entre os elementos, pode considerar-se a associação através de ligações rígidas entre os nós de extremidade, o que é aceite na generalidade, se forem bem pormenorizadas as ligações. No entanto, no exercício da modelação, o comprimento dos elementos fica em todo o caso sobrestimado, uma vez que os elementos têm dimensões de espessura em relação à linha média, o que pode tomar alguma relevância, *e.g.*, em paredes de betão armado, cuja altura da secção pode ser da mesma ordem de grandeza do comprimento das vigas. O problema pode resolver-se através do uso de elementos fictícios constituídos por um material rígido desprovido de massa ($\gamma_c = 0$, $E = 10^{15}$ GPa e $\nu = 0,2$) que una as duas extremidades ligadas, o que foi realizado para o caso dos elementos P1, P3, P9, P12 e os correspondentes simétricos¹¹.

Ao nível do piso térreo, optou-se por encastrar todos os elementos verticais na base. Muito embora, sem saber se o edifício possui ou não caves, se pudesse pensar na possibilidade de admitir rotações na base dos elementos devidas à deformabilidade do solo nas fundações, principalmente na base das paredes, não é um factor de grande importância nos objectivos deste trabalho, medidas aliás tomadas anteriormente em modelos realizados em estudos prévios do edifício.

Para contabilizar o efeito de diafragma conferido pelas lajes ao nível de cada um dos pisos, fizeram-se ligar todos os nós de ligação do piso num diafragma rígido, isto é, impediu-se o conjunto dos nós de se deformar no plano, o que constitui uma ferramenta disponível nos dois programas.

3.3 Modelos não-lineares de estruturas

Como forma de introduzir a modelação não-linear, e analisado o comportamento não-linear dos materiais e o comportamento não-linear das secções de betão armado, observe-se agora o que acontece ao nível dos elementos constituintes da estrutura.

O facto da acção sísmica ser considerada, no presente estudo, como um deslocamento imposto à estrutura, e não como forças aplicadas, faz com que as distribuições de esforços ao longo dos elementos seja linear¹², à parte do peso próprio e das sobrecargas de utilização, que quando combinadas e comparadas com a acção sísmica de projecto representam geralmente níveis baixos de intensidade. Este facto toma bastante relevância na análise da estrutura, em particular por exemplo na avaliação directa do comportamento não-linear dos elementos.

Observe-se a Figura 3.4 que ilustra a deformação, em termos de curvatura, dum elemento sujeito a distribuições de momentos triangulares. No exemplo, supõe-se uma relação momento-

¹¹A planta da estrutura com as designações dos elementos verticais encontra-se na Figura 1.1, pág. 5.

¹²Esforços axiais, esforços transversos e momentos torsores adquirem valores constantes, e os momentos flectores distribuições lineares, com valores máximos juntos às extremidades dos elementos.

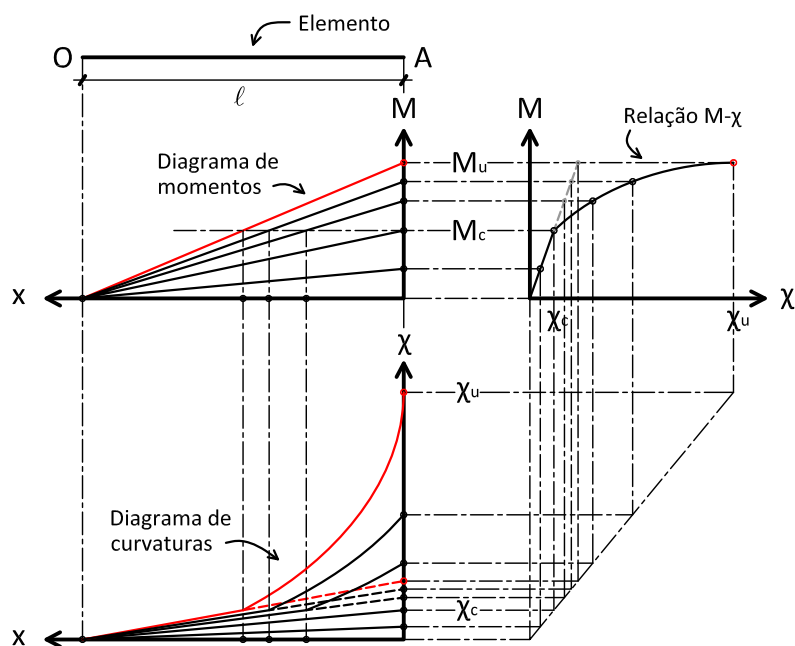


Figura 3.4: Comportamento não-linear de elementos sujeitos a distribuições triangulares de momentos flectores.

curvatura $M-\chi$ linear até à cedência (χ_c, M_c) e um andamento não-linear para o regime plástico. Destacam-se na figura cinco estados do elemento, um em que o momento na extremidade M_A não excede o momento de cedência M_c , um em que M_A é igual a M_c , dois em que M_A está entre M_c e M_u , e outro em que M_A é igual a M_u . Verifique-se como aumentam as curvaturas do elemento, quando os momentos são superiores ao momento de cedência, face àquelas que se verificariam se o comportamento fosse linear (representadas a tracejado).

Com este exemplo, pode considerar-se que a diferença entre um comportamento linear caracterizado por uma rigidez de flexão EI constante e o referido comportamento não-linear, se trata dum aumento significativo da deformação, que se espalha ao longo do elemento à medida que M_A aumenta, e que se designará neste texto por deformação plástica χ_{pl} . Pode então associar-se este comportamento, à sobreposição de um diagrama de curvaturas linear ao longo do comprimento l com origem no ponto O e máximo no ponto A , com um diagrama de curvaturas não-linear de início num ponto designado x_c onde o momento iguala o momento de cedência M_c , até à extremidade do elemento (ver Figura 3.5). Os diagramas ficam assim definidos com a curvatura que se verificaria no ponto A se o comportamento fosse linear χ'_A , e com a diferença entre a curvatura real χ_A e a curvatura χ'_A .

A adaptação do diagrama de momentos triangular da Figura 3.5 aos elementos da estrutura, sujeita à acção sísmica, e uma vez que as deformações por ela impostas geram distribuições triangulares de momentos cujos máximos se localizam nas extremidades¹³, consistirá em associar o ponto A às extremidades dos elementos e o ponto O ao ponto em que este diagrama se anula, que depende essencialmente das rigidezes relativas entre os elementos ligados.

¹³Põe-se mais uma vez a hipótese de que as cargas permanentes e sobrecargas de utilização adquirem valores muito inferiores face à acção sísmica.

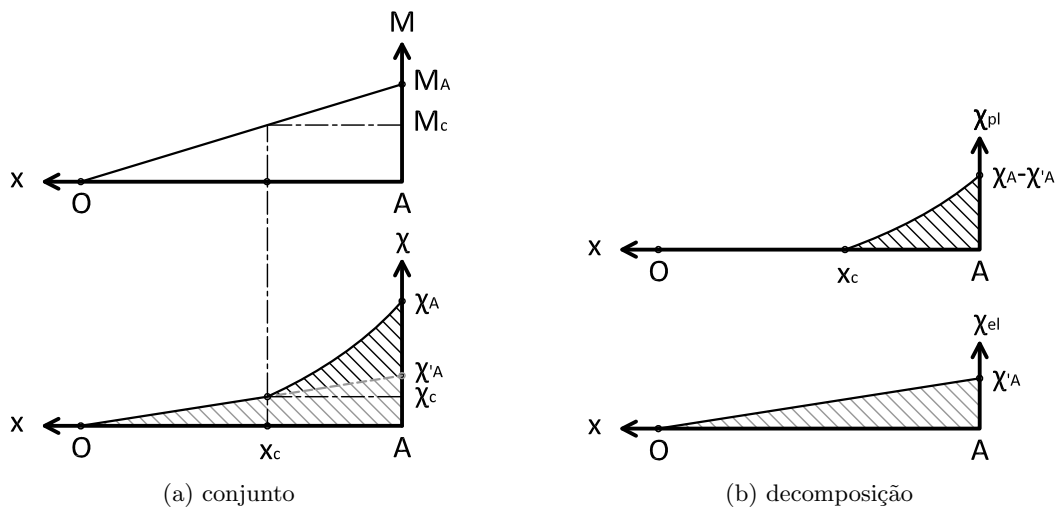


Figura 3.5: Decomposição do estado de deformação de um elemento.

3.3.1 Modelos de plasticidade concentrada

Os modelos de plasticidade concentrada baseiam-se no facto de poder ser possível a previsão das zonas da estrutura onde o fenómeno da não-linearidade física se fará sentir com maior intensidade, *i.e.*, em que zonas dos elementos constituintes da estrutura vão os esforços ser mais elevados, e onde surgirão concentrações de curvaturas, o que, como referido anteriormente, se aplica em estruturas sujeitas deslocamentos impostos, às extremidades dos elementos.

As primeiras formulações destes modelos consistiram na associação de subelementos em série ou em paralelo que no conjunto caracterizam o comportamento não-linear dos elementos, em particular na mudança de rigidez a partir de um dado nível de carga, e neste caso, como se verá de seguida, sem contar com a progressão deste efeito ao longo do comprimento dos elementos.

O primeiro modelo foi proposto por Clough *et al.* [13] com a associação em paralelo de dois subelementos: um com relação $M-\chi$ elástica de rigidez pk , e outro com relação elástica perfeitamente-plástica com rigidez inicial $(1-p)k$ e momento de cedência $(1-p)M_c$. Forma-se assim no conjunto, uma rigidez inicial k , um momento de cedência M_c e uma rigidez pós-cedência pk , cujo funcionamento é ilustrado nas Figuras 3.6 e 3.7. O comportamento cíclico

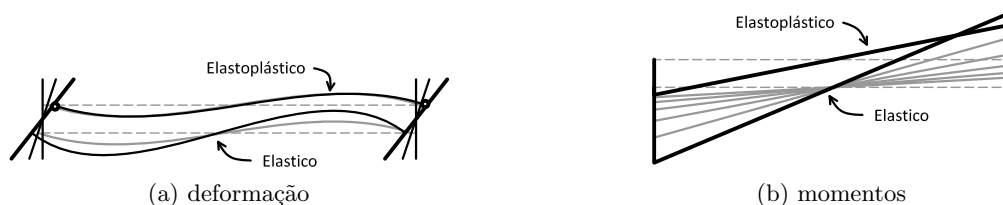


Figura 3.6: Associação em paralelo do modelo de Clough *et al.* [13].

deste modelo fica assim constituído por descargas elásticas lineares com rigidez k .

O modelo de Clough *et al.* [13] foi utilizado em diversos estudos e implementado em diferentes programas de análise dinâmica, restando no entanto as desvantagens de ser descrito apenas por relações de troços lineares que não contemplam as degradações de rigidez e o efeito de aperto

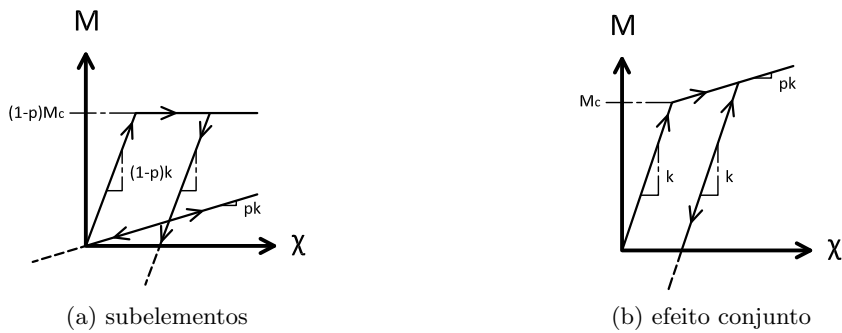


Figura 3.7: Relação momento-curvatura dos subelementos no modelo de Clough *et al.* [13].

característicos do comportamento cíclico [39] referidos na Secção 2.3.1 (pág. 19). O modelo foi mais tarde adaptado por Takizawa & Aoyama [77] para permitir a utilização de relações multilíneas, através da implementação de mais elementos em paralelo, possibilitando assim a contabilização dos efeitos da fendilhação.

Um modelo mais versátil foi apresentado por Giberson [25], que consiste na associação de um elemento linear, de igual comprimento ao elemento que se pretende modelar, com duas molas de rotação nas extremidades, de leis constitutivas não-lineares.

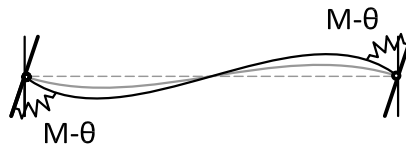


Figura 3.8: Associação em série do modelo de Giberson [25].

A definição da relação momento-rotação $M-\theta$ para modelar a rotação concentrada na rótula plástica pode fazer-se através da relação momento-curvatura $M-\chi$ da secção, como se verá seguidamente. Várias versões deste modelo têm sido propostas para integrar efeitos como a degradação cíclica da rigidez (*e.g.* Brancaloni *et al.* [8]), o efeito de aperto (*e.g.* Filippou & Issa [22]), entre outros. Também a possibilidade de contabilizar, com este tipo de modelos, a interacção do momento flector com o esforço axial e o momento na direcção ortogonal se generalizou (Lai *et al.* [38]). O conceito segue no fundo os mesmos princípios de comportamento enunciados, mas com a alteração da rigidez em cada incremento de carga (consultar Powell & Chen2 [58]), o que leva em todo o caso à possibilidade da implementação do modelo de fibras, o que surgiu nas versões mais recentes do programa *SAP2000*.

Um outro modelo, proposto por Scott & Fenves [69], é baseado na formulação dos elementos de plasticidade distribuída, apresentada adiante na secção Secção 3.3.2 (pág. 48), e que exclui a associação de subelementos com a constituição de um elemento único, e que foi implementada no programa *SeismoStruct*.

O comprimento destes elementos é dividido em três segmentos: uma parte central com comportamento linear, e duas partes de extremidade onde se concentram os fenómenos fisicamente não-lineares. A composição da matriz de rigidez, ou conforme utilizado pelo programa, da ma-

triz de flexibilidade (inversa), é feita pela integração numérica dos esforços instalados ao longo do elemento em pontos (secções) onde são usadas as relações constitutivas da secção transversal através do modelo de fibras¹⁴, para os segmentos das extremidades. Para a parte central, a integração é feita com base na rigidez de flexão elástica linear.

A determinação dos pontos onde são integrados os esforços, bem como dos pesos de quadratura, é feita com base no conceito de rótula plástica. Pelos motivos apresentados adiante no Capítulo 5 (pág. 73), e igualmente pela complexidade inerente a este modelo, não se entrará em mais detalhes nesta formulação, para os quais se recomenda a leitura de Scott & Fenves [69].

3.3.1.1 Comprimento de rótula plástica

A noção de comprimento de rótula plástica L_p pode tomar-se como uma medida que tem em conta a propagação da deformação plástica ao longo do comprimento do elemento. A sua definição é fundamental no funcionamento dos elementos de plasticidade concentrada, cujo comportamento não-linear se restringe a uma fracção do comprimento do elemento linear, junto às suas extremidades.

Observe-se novamente o comportamento não-linear de elementos sujeitos a um diagrama triangular de momentos representado na Figura 3.9a. Toma-se em geral a definição de L_p como o comprimento de um diagrama fictício uniforme de curvaturas plásticas, de valor igual à diferença entre a curvatura máxima χ_A e a curvatura máxima que existiria se o comportamento fosse linear χ'_A , cuja área iguala a do diagrama real (representado a tracejado). Constitui-se portanto um novo diagrama de curvaturas plásticas (ver Figura 3.9b) que, quando adicionado ao das curvaturas elásticas, representa os mesmos deslocamentos e rotações nas extremidades ($x = 0$) e ($x = l$), que por sua vez resultam de integrais das curvaturas.

Note-se assim, que através desta definição o comprimento de rótula plástica L_p vai aumentando ligeiramente à medida que M_A aumenta, uma vez que x_c aumenta também, fi-

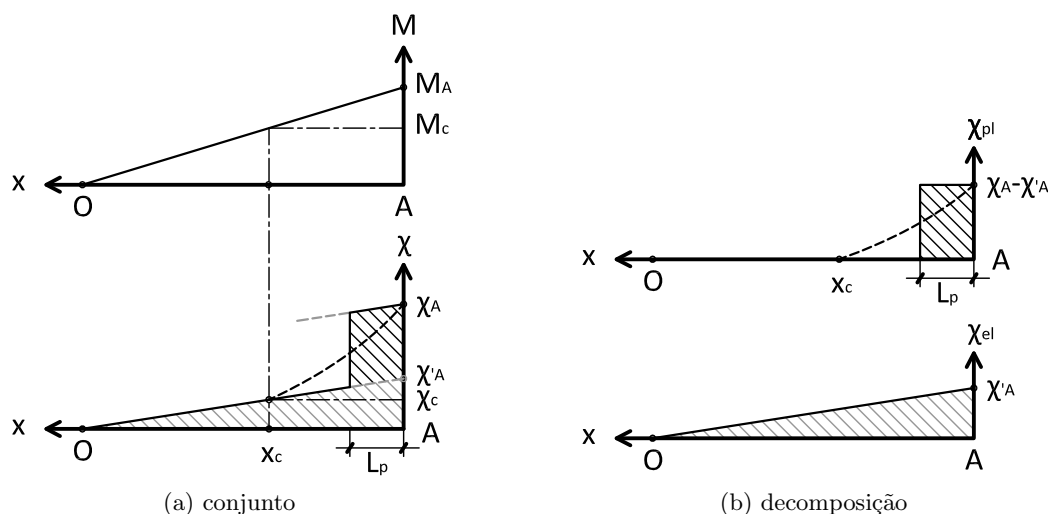


Figura 3.9: Comprimento de rótula plástica.

¹⁴Adiante na Secção 3.3.2 (pág. 48) entrar-se-á com maior pormenor relativamente a este assunto.

cando portanto a variar desde o momento de cedência $M_A = M_c$ ($L_p = 0$) até ao momento último $M_A = M_u$ ($L_p = L_{p_u}$).

O conceito de rótula plástica pode ser aplicado à definição da relação momento-rotação $M-\theta$ a atribuir às molas de rotação do modelo de Giberson [25], fixando um valor para L_p . De facto, o diagrama recto de curvaturas da Figura 3.9b, pode ser integrado no comprimento de rótula plástica e ser dado como uma rotação concentrada na extremidade do elemento, o que difere ligeiramente na deformada ao longo do elemento, mas com que mais uma vez se mantêm exactos os deslocamentos de extremidade. No entanto, a relação tem que ser fixa durante a análise, pelo que se pode pôr $L_p = L_{p_u}$ de forma a que a deformação do elemento se vá aproximando da exacta à medida que se caminha para o momento último. Assim sendo, admitindo um valor de L_p para um elemento em cujo diagrama de momentos se anula a uma distância l da sua extremidade, pode estabelecer-se a relação $M-\theta$ da rótula de Giberson [25] através da relação $M-\chi$ da secção, fazendo a mudança de variável em abcissa

$$\theta = [\chi - \chi'(\chi)] L_p \quad (3.3)$$

em que a função $\chi'(\chi)$ é a função que a cada curvatura faz corresponder a curvatura que se verificaria se o comportamento fosse linear, e por isso

$$\chi'(\chi) = \frac{\chi_c}{M_c} M(\chi) \quad (3.4)$$

O problema deste tipo de formulação reside na dificuldade em determinar o parâmetro L_p de cada rótula plástica. O comprimento de rótula plástica depende, como se pode constatar, segundo a definição enunciada, (1) do comprimento l , *i.e.*, da distância entre a extremidade considerada e o ponto em que o diagrama de momentos se anula, que depende essencialmente das relações entre as rigidezes dos elementos ligados¹⁵; e (2) do diagrama momento-curvatura da secção, e por isso de todas as variáveis que o podem afectar, algumas apresentadas anteriormente na Secção 2.3.1 (pág. 19). Por estas razões, a consideração dum comprimento de rótula plástica vai sempre afectar a análise, podendo conduzir a resultados pouco fiáveis.

Estudos de vários autores têm sugerido que a precisão dos resultados é considerável quando se admitem, em estruturas de edifícios, valores para este comprimento da ordem de grandeza da altura das respectivas secções transversais h . Surgem ainda, na maioria dos documentos, expressões empíricas para estimar o comprimento de rótula plástica, que geralmente dependem do comprimento l , da tensão de cedência do aço f_y e do diâmetro médio dos varões longitudinais d_{bL} , ou ainda de parâmetros como a altura útil da secção d , entre outros. Vejam-se, a título

¹⁵Note-se que este comprimento pode eventualmente ser superior ao comprimento do elemento (*e.g.*, nas paredes), o que nesse caso levaria a que fosse necessário outro tipo de formulação.

de exemplo, as expressões compiladas¹⁶ por Park & Paulay [53],

$$L_p = k_1 k_2 k_3 \left(\frac{l}{d}\right)^{\frac{1}{4}} d \quad (3.5)$$

$$L_p = 0,8 k_1 k_3 \left(\frac{l}{d}\right) c \quad (3.6)$$

$$L_p = 0,2\sqrt{d} \left(\frac{l}{d}\right) + 0,5d \quad (3.7)$$

$$L_p = 0,05l + 0,5d \quad (3.8)$$

a expressão de Paulay & Priestley [54],

$$L_p = 0,08l + 0,022f_y d_{bL} \quad (3.9)$$

e a expressão do EC8 [51],

$$L_p = 0,1l + 0,015f_y d_{bL} \quad (3.10)$$

Pode facilmente demonstrar-se como os valores de L_p obtidos com estas expressões se situam em geral entre $0,5h$ e h [53].

Um estudo mais aprofundado sobre o comportamento da estrutura, para a determinação dos comprimentos l durante uma acção sísmica podia sugerir-se, e que adicionado ao programa de cálculo dos diagrama momento-curvatura, pudesse determinar comprimentos de rótula plástica bastante razoáveis. Porém, por sair fora do âmbito da dissertação, decidiu-se manter constantes os parâmetros de que depende L_p para todas as rótulas plásticas, e utilizaram-se sucessivamente, para os L_p das rótulas plásticas, percentagens λ da respectiva altura h (Equação 3.11)

$$L_p = \lambda h_s \quad (3.11)$$

constituindo assim cinco modelos com diferentes valores de λ :

- i. com $\lambda = 0,25$
- ii. com $\lambda = 0,50$
- iii. com $\lambda = 0,75$
- iv. com $\lambda = 1,00$
- v. com $\lambda = 1,25$

3.3.1.2 Modelos de relações histeréticas

Estes modelos pretendem manter todas as características dos modelos lineares elaborados em cada um dos programas, mas com a associação em série de rótulas plásticas nas extremidades dos elementos de acordo com o modelo de Giberson [25], e cuja lei momento-rotação $M-\theta$ é determinada através da relação momento-curvatura $M-\chi$, conforme referido na Secção 2.3.2.1

¹⁶As expressões compiladas em Park & Paulay [53] fazem referência respectivamente aos trabalhos de A.L.L.Baker(1956), W.G.Corley(1966) e H.A.Sawyer(1964). Nestas expressões os parâmetros k_1 , k_2 , k_3 assumem valores próximos da unidade e variam com os tipos de aço e betão utilizados e com a interação entre o esforço axial e o momento flector.

(pág. 25) para o esforço axial médio instalado na secção, e através da idealização expressa pelo conceito do comprimento de rótula plástica L_p apresentado na secção anterior.

São então definidas quatro rótulas plásticas para cada elemento vertical em cada piso, duas por cada extremidade (uma por cada direcção ortogonal de flexão), e duas rótulas plásticas em cada viga, uma por cada extremidade (na direcção de flexão de maior inércia¹⁷). Note-se que, pelo facto dos elementos verticais terem secções bissimétricas, as relações $M-\theta$ das suas rótulas plásticas são igualmente simétricas, o que já não é válido para as vigas.

Recorde-se, em primeiro lugar, que a definição das relações $M-\theta$ das rótulas plásticas pressupõe a avaliação *a priori* do esforço axial \bar{N} inicial instalado em cada uma das secções. Este esforço pode então ser obtido por uma análise linear às cargas gravíticas, definidas na Secção 4.2.3 (pág. 60).

Em segundo lugar, levanta-se a questão de como são introduzidas, em cada um dos programas, as relações $M-\theta$ de cada rótula plástica. Relativamente a este aspecto, o utilizador é geralmente confrontado com a definição de um ponto de cedência (θ_c, M_c) e um ponto de resistência (θ_u, M_u) , através dos quais é frequente a definição do comportamento por troços rectos que, dependendo do programa podem admitir uma rigidez inicial, um troço de endurecimento e eventualmente uma perda de carga. A determinação destes pontos pressupõe assim a idealização do diagrama momento-curvatura. O tipo de idealização que se propõe para uma rótula plástica visa neste trabalho a satisfação dos seguintes tópicos:

1. Deve apresentar a mesma rigidez inicial dos elementos sob regime linear.
2. Deve representar a mesma resistência do diagrama real.
3. Deve exibir, no limite de resistência, a mesma energia de dissipação.

Com esta perspectiva observe-se a Figura 3.10 em que se representa a rigidez inicial dos elementos elásticos lineares, com a rigidez do betão E_c definida na Tabela 3.1 (pág. 34), e por isso a tratar-se duma rigidez não-fendilhada, onde se fixa igualmente o momento máximo M_u como o limite do endurecimento, e onde se define o momento de cedência M_c de forma a que se iguale a área dos dois gráficos até à curvatura última χ_u , satisfazendo assim as três condições apresentadas.

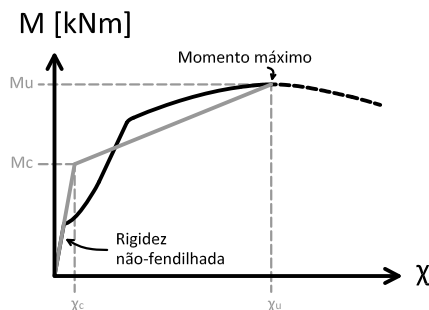


Figura 3.10: Idealização dos diagramas momento-curvatura das secções.

¹⁷A restrição de diafragma que reúne os pontos de extremidades das vigas, restringe a flexão destas em torno do eixo vertical, pelo que se dispensa a sua definição plástica.

SAP2000

Na Figura 3.11 representa-se o comportamento do elemento elástico linear e das rótulas plásticas associadas às extremidades. No programa *SAP2000*, é possível definir directamente a relação $M-\theta$ de cada rótula plástica na forma representada na Figura 3.11b. Note-se como o programa considera uma perda de capacidade resistente intermédia, possibilitando a contabilização de um momento de rotura M_{rot} posterior ao momento último M_u . Na Figura 3.11a representa-se a cinzento tracejado o comportamento global.

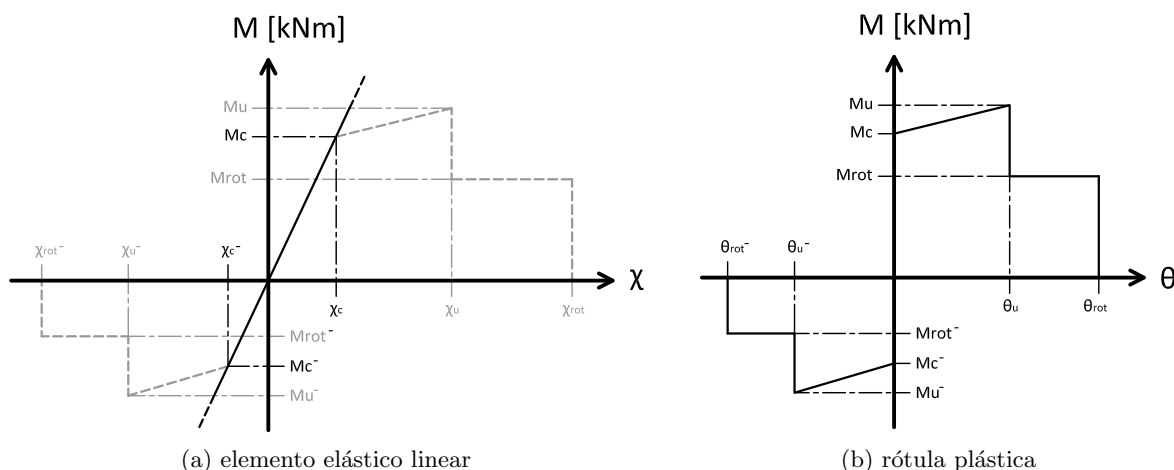


Figura 3.11: Comportamento dos elementos de plasticidade concentrada do *SAP2000*.

Sendo assim, por forma a realizar análises não lineares o mais rigorosas possível, o utilizador é obrigado a analisar o comportamento de cada rótula plástica e a idealizá-lo de forma a poder definir os valores de θ_u , θ_{rot} , M_c , M_u e M_{rot} , e no caso do comportamento não ser simétrico, definir adicionalmente os valores de θ_u^- , θ_{rot}^- , M_c^- , M_u^- e M_{rot}^- .

A determinação de θ_u segue a Equação 3.3, que se pode escrever na forma

$$\theta_u = \left(\chi_u - \frac{M_u}{E_c I} \right) L_{p_u} \quad (3.12)$$

em que (χ_u, M_u) corresponde, como referido, ao máximo de resistência atingido pela secção em questão. Quanto ao estabelecimento da perda de carga, e por isso ao ponto (θ_{rot}, M_{rot}) pode estender-se a idealização ilustrada na Figura 3.10 para a definição da rotura (ver Figura 3.12). Nesta actualização, através duma perda instantânea no ponto máximo, constitui-se um patamar horizontal até ao ponto de rotura. Para a determinação de θ_{rot} , embora não se tenha analisado, através do esquema da Figura 3.4 (pág. 38), o comportamento não-linear de elementos sujeitos a perdas de resistência graduais, e que conforme se verá mais adiante constitui mais um problema da análise estrutural, optou-se por continuar a seguir o mesmo raciocínio anterior, e por isso

$$\theta_{rot} = \left(\chi_{rot} - \frac{M_{rot}}{E_c I} \right) L_{p_u} \quad (3.13)$$

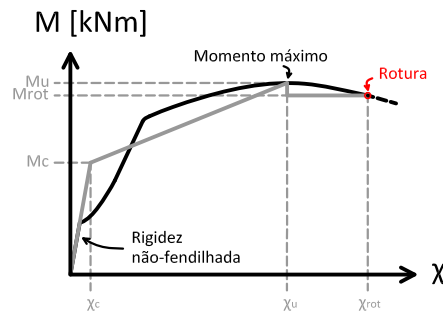


Figura 3.12: Actualização da idealização dos diagramas momento-curvatura das secções para a contabilização do momento de rotura M_{rot} .

SeismoStruct

No programa *SeismoStruct*, a elaboração do modelo da estrutura é idêntica à do *SAP2000*, no entanto a possibilidade de representação deste modelo através das rótulas plásticas advém da definição das ligações entre os nós, o que significa que adicionalmente à definição das relações $M-\theta$, são também necessárias as definições do comportamento dos restantes graus de liberdade. Ora os graus de liberdade de cada ligação, são em geral, e neste caso à excepção das rotações¹⁸ θ_y e θ_z , encastrados como já se referiu, se as ligações forem bem pormenorizadas, tendo-se assim definido, para estes, rigidezes fixas relativamente elevadas, nomeadamente 10^5 kN/m para os graus de liberdade de translação, e 10^5 kNm para os graus de liberdade de rotação.

As rótulas plásticas são assim modeladas com a definição de elementos designados *link elements* entre a ligação das vigas ao nó de junção viga-pilar e entre a ligação dos pilares a esse mesmo nó. Tal como apresentado para os elementos do *SAP2000*, o comportamento global dos elementos fica modelado como indicado na Figura 3.13, ou seja, os elementos lineares ficam modelados com a rigidez não-fendilhada, e as rótulas com um comportamento definido por uma rigidez inicial k_0 , e uma rigidez de endurecimento que se obtém pela multiplicação dum factor r . Note-se como, para este modelo, o utilizador é obrigado a definir uma rigidez inicial para a rótula

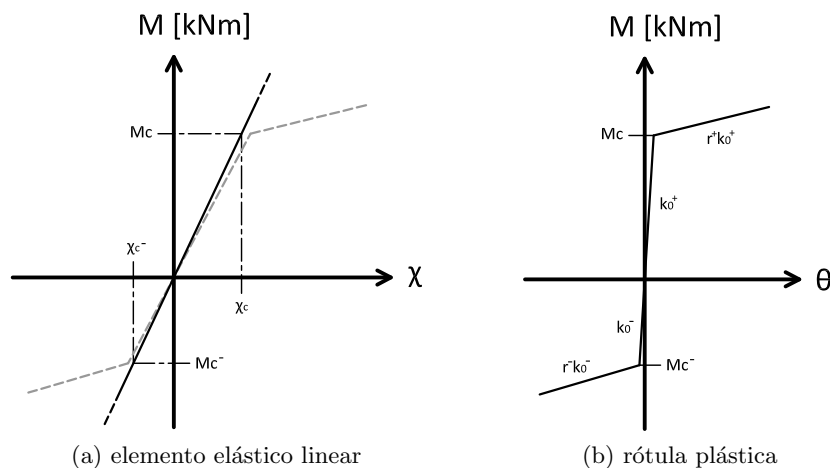


Figura 3.13: Comportamento dos elementos de plasticidade concentrada do *SAP2000*.

¹⁸Recorde-se aqui que os eixos x , y e z da duma secção transversal se encontram na Figura 2.15a, pág. 19.

plástica k_0 , o que contraria a admissão de comportamentos rigidoplásticos nas rótulas estabelecida anteriormente. Por esta razão, introduziu-se para esta grandeza uma rigidez considerada elevada, igual aliás à rigidez definida para o encastramento nos outros graus de liberdade, ou seja 10^5 kNm.

Quanto à idealização dos diagramas momento-curvatura, segue-se a representada na Figura 3.10, não considerando assim a possível continuação do diagrama quando a rotura se dá para um momento inferior, como se permite no *SAP2000*. Sendo assim define-se o coeficiente de endurecimento em cada direcção e sentido como

$$r = \frac{M_u}{M_c} \quad (3.14)$$

3.3.1.3 Modelos de fibras

Os modelos descritos nesta secção são modelos consideravelmente mais sofisticados, através da implementação dos modelos de fibras descritos na Secção 2.3.2.2 (pág. 26), cuja rigidez é determinada automaticamente pelos programas através da interacção entre a flexão em ambas as direcções e o esforço axial em cada instante de carga. O conceito de comprimento de rótula plástica L_p mantém-se mas os programas diferem na sua formulação.

SAP2000

O modelo da estrutura é realizado, tal como no modelo sem interacção, com a introdução de rótulas plásticas nas extremidades dos elementos do modelo linear, o quer dizer que se preservam todas as características de rigidez do modelo anterior. No entanto, em contraste com aquele modelo, como não existia interacção entre a flexão nas duas direcções, era necessário colocar duas rótulas em cada extremidade dos elementos verticais, uma para cada direcção, o que neste caso, uma vez que as duas componentes são contempladas no modelos de fibras, basta a introdução de uma rótula plástica em cada extremidade.

Quanto à introdução da informação da secção, uma das alternativas do *SAP2000* é através do fornecimento de uma tabela das fibras da secção, ou seja, tal como referido na Secção 2.3.2.2 (pág. 26), a área A_{f_i} , as coordenadas em relação ao eixo da secção y_{f_i} e z_{f_i} , e o material, obrigando por isso o utilizador a discretizar por sua conta as diversas secções. Quanto aos materiais, o utilizador define uma relação σ - ε , que pode ser definida por qualquer conjunto de pontos (ε, σ) , tendo-se utilizado para o betão a envolvente monotónica do modelo de Mander *et al.* [41] com os parâmetros indicados na Tabela 2.1 (pág. 15), e para o aço a envolvente monotónica do modelo de Menegotto & Pinto [44] com os parâmetros indicados na Tabela 2.2 (pág. 18).

SeismoStruct

A formulação contida neste modelo do *SeismoStruct*, é a de Scott & Fenves [69] referido na Secção 3.3.1 (pág. 39), com a substituição dos elementos lineares por elementos designa-

dos *inelastic plastic-hinge frame element*, que possuem obrigatoriamente duas rótulas plásticas nas extremidades com o mesmo comprimento L_p .

Um dos problemas deste modelo é obviamente a impossibilidade de admitir rótulas plásticas distintas nas extremidades dos elementos que como referido na Secção 3.2 (pág. 33) admitem diferentes distribuições de armaduras, tendo sido por isso feita aleatoriamente a consideração de uma das extremidades para representar as duas.

3.3.2 Modelos de plasticidade distribuída

Os modelos de plasticidade distribuída baseiam-se não na caracterização do comportamento dos elementos da estrutura através da secção da extremidade, como acontece com os modelos de plasticidade concentrada no modelo das componentes em série, mas na integração da resposta dos elementos em várias secções ao longo do seu comprimento.

Vários modelos foram propostos para ter em conta o facto da não-linearidade física progredir ao longo do elemento, destacando-se em particular o modelo de Takayanagi & Schnobrich [75], onde os elementos são divididos em vários subelementos em série ao longo do comprimento, cada um com uma rigidez de flexão que se vai alterando ao longo dos ciclos de carga e descarga (ver Figura 3.14). O modelo adquire grande eficácia na caracterização do comportamento não-linear, em particular quando o ponto de inflexão, ou seja, o ponto em que o diagrama de momentos se anula, sai fora do comprimento do elemento.

No entanto, a maior notoriedade dos modelos de plasticidade distribuída constituiu-se na criação dos modelos que integram o modelo de fibras da secção, e que consiste na cálculo da resposta do elemento através da imposição do equilíbrio em determinadas secções ao longo do elemento (ver Figura 3.15).

A formulação inicial destes modelos, proposta *e.g.* por Hellesland & Scordelis [29], consistiu na formulação clássica do Método dos Elementos Finitos (MEF) com base na rigidez, que se referiu na Secção 3.2 (pág. 36), e que se inicia com a definição da deformação do elemento através de funções de interpolação polinomiais, e termina com o cálculo da matriz de rigidez e das forças nodais (determinação dos esforços). Ora quando o comportamento é não-linear, o diagrama de curvaturas não consegue adquirir boa definição através das funções polinomiais, o que se resolve com uma maior discretização do elemento (ver Figura 3.16a).

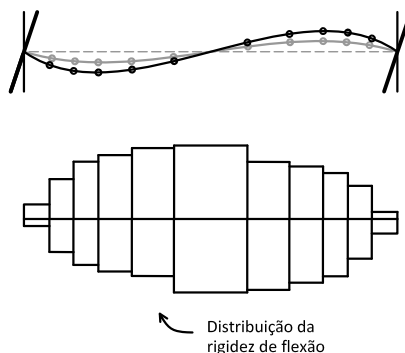


Figura 3.14: Associação em série do modelo de Takayanagi & Schnobrich [75].

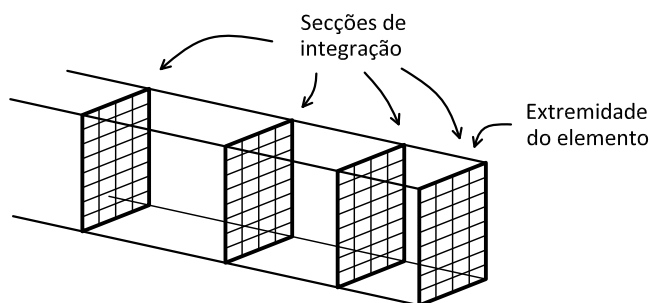


Figura 3.15: Secções de integração dos elementos lineares.

Uma outra forma de resolver o problema, proposta inicialmente por Mahasuverachai [40], é o de considerar funções de interpolação dos esforços no elemento, que satisfazem directamente o equilíbrio, e que apresentam, como já se disse, distribuições lineares ao longo dos elementos da estrutura, permitindo o uso de apenas um elemento finito para os representar, sendo no entanto necessário um número maior de secções de integração (ver Figura 3.16b). Trata-se por isso duma formulação com base na flexibilidade, de cujas vantagens têm vindo a ser discutidas em várias publicações como Neuenhofer & Filippou [46], Scott *et al.* [68] e Calabrese *et al.* [10].

Ambos os modelos que se referem tiveram ao longo do tempo várias inconsistências numéricas, principalmente aquele que tem por base a flexibilidade, ao ser integrado em programa já existentes que resolvem a estrutura através de métodos baseados na rigidez. Os problemas de convergência foram no entanto sido resolvidos com propostas sucessivamente melhoradas [78]. No entanto, reside ainda o problema da perda de objectividade nos resultados quando a trajectória seguida pela relação momento-curvatura perde resistência¹⁹, *i.e.*, na não convergência

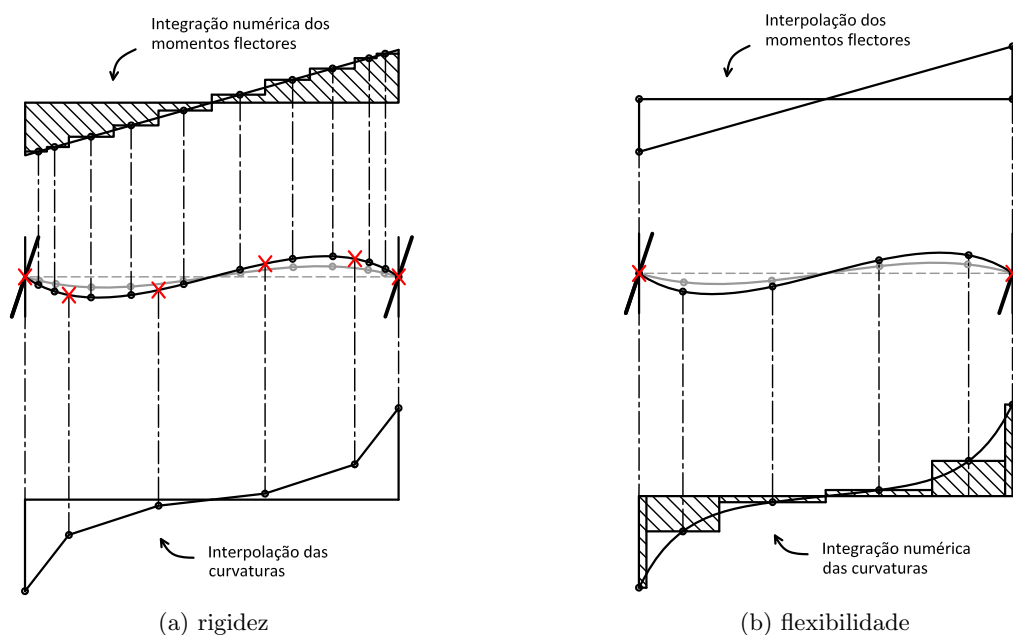


Figura 3.16: Diferenças entre a formulação com base na rigidez e com base na flexibilidade.

¹⁹Acontece por exemplo em situações em que o esforço normal da secção é demasiado elevado, fazendo com que as armaduras não cheguem à cedência como referido na Secção 2.3, pág. 18

do problema para uma solução exacta quando se melhora o refinamento²⁰ (ver Figura 3.17). O problema deve-se ao facto de que, a partir do instante em que se dá a descarga na secção mais esforçada (junto à extremidade), a deformação do elemento passa a ser controlada apenas por essa secção, e por isso o comprimento de influência que aquela secção têm na integração da resposta é inversamente proporcional à curvatura necessária para se atingir o mesmo deslocamento no topo.

Os modelos de plasticidade distribuída são, ainda assim, modelos bastante sofisticados, que conseguem dar previsões consideravelmente mais exactas sobre a resposta duma estrutura complexa em regime não-linear dominado pela flexão, como a estrutura dum edifício sujeita a acções sísmicas de intensidade significativa.

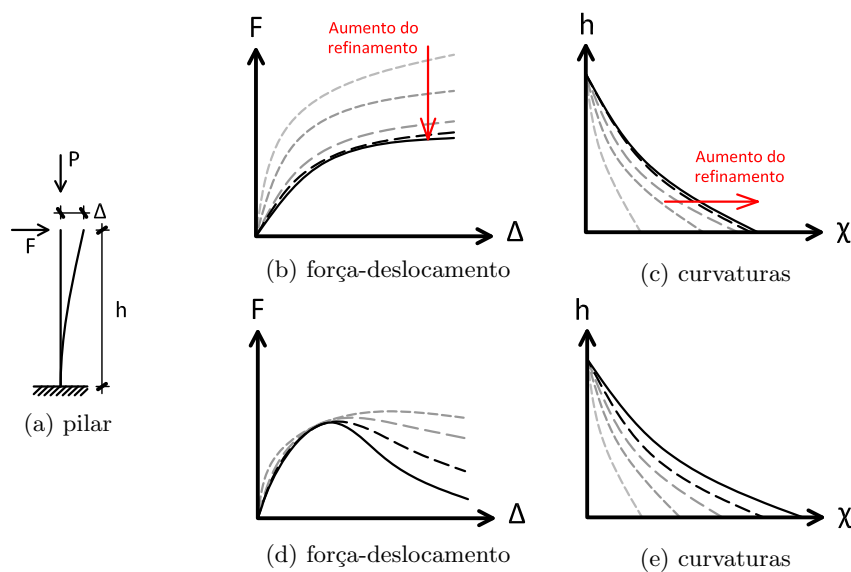


Figura 3.17: Carência de objectividade num sistema com perda de resistência (d) e (e), em oposição à fase de simples endurecimento (b) e (c). Adaptado de Calabrese *et al.* [10].

3.3.2.1 Modelo de plasticidade distribuída em todo o comprimento

O modelo que se apresenta nesta secção foi disponibilizado pelos referidos autores dos estudos anteriores do edifício (Carlos Bhatt [7] e Eren Vuran [81]) e apresenta, na modelação de todos os elementos da estrutura, o uso dos elementos de plasticidade distribuída formulados com base na rigidez, do programa *SeismoStruct*.

As características geométricas, as ligações e as relações constitutivas dos materiais são, em todo o caso iguais a todas as outras modelações realizadas neste trabalho, com a excepção da discretização dos elementos.

Para as vigas, a própria discretização condicionada pelas dispensas de armadura, foi considerada suficiente para a representação da deformação não linear dos elementos, cujo número de

²⁰No modelo com base na rigidez, o refinamento é feito com o aumento do número de elementos finitos, enquanto que no modelo com base na flexibilidade o refinamento se faz com o aumento do número de secções de integração, de acordo com os princípios enunciados.

secções de integração é de apenas dois (ver Figura 3.18b). De facto dois pontos de integração, para a quadratura de Gauss, utilizada pelo programa²¹, promovem uma integração exacta de polinómios de terceiro grau, o que é consistente com as distribuições usuais de forças nos vãos.

No entanto, para os pilares, considerou-se uma discretização mais refinada, com cinco elementos finitos com as dimensões indicadas na Figura 3.18a, cada um com duas secções de integração.

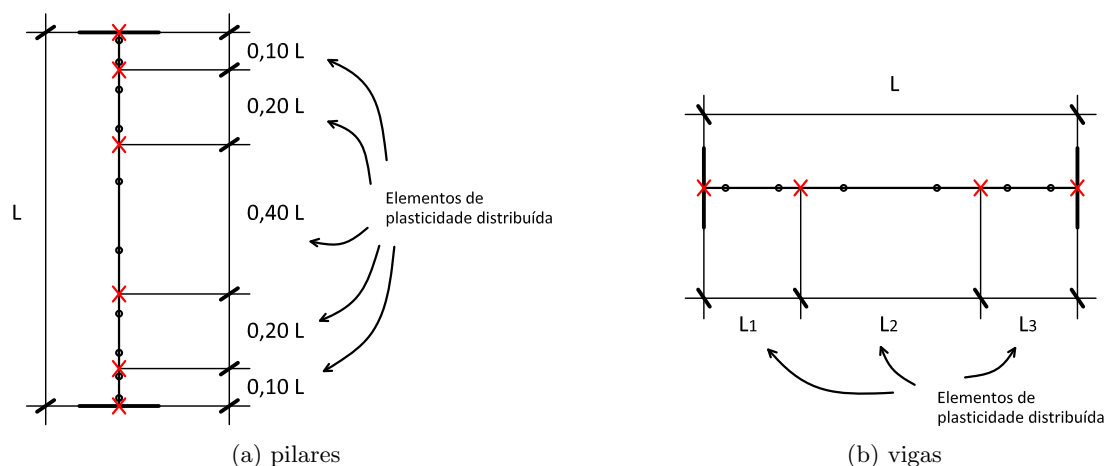


Figura 3.18: Refinamento dos elementos de plasticidade distribuída.

3.3.2.2 Modelo de plasticidade distribuída limitada

O modelo que se propôs nesta secção resulta do modelo referido na secção anterior, mas em cuja não-linearidade será limitada ao comprimento de rótula plástica L_p de cada extremidade. Pretende-se com este modelo avaliar o efeito que a limitação da propagação da não-linearidade física ao longo dos elementos introduz na resposta da estrutura, através dum modelo semelhante aos modelos de plasticidade concentrada referidos na Secção 3.3.1 (pág. 39), mas com a possibilidade de progressão limitada dentro daquele comprimento.

O modelo faz assim uso dos elementos finitos de plasticidade distribuída, neste caso dos que são baseados na rigidez, tal como no modelo anterior, mas com a presença dum elemento elástico linear numa parte intermédia do elemento global (ver Figura 3.19).

Os comprimentos onde a não-linearidade se pode desenvolver junto às extremidades assume o comprimento de rótula plástica definido anteriormente L_p , pelo que igualmente se estuda parametricamente a influência deste comprimento em função da percentagem da altura das secções λ .

²¹O *SeismoStruct* utiliza uma quadratura Gauss-Lobato para um número de pontos superior a três, possibilitando a localização de dois desses pontos nas extremidades dos elementos, o que faz com que nessas secções se possam determinar os esforços reais.

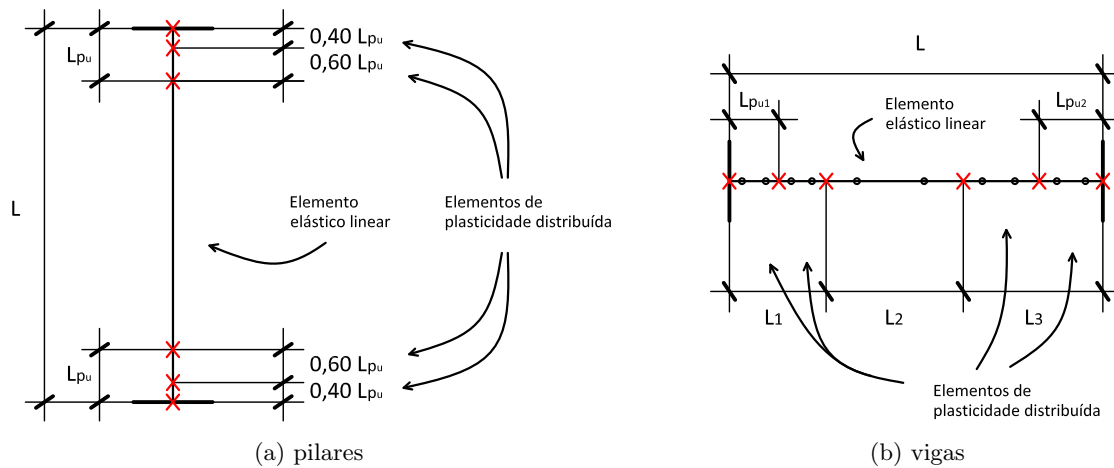


Figura 3.19: Alteração do modelo original através da colocação dum elemento elástico linear intermédio.

3.4 Lista de modelos elaborados

Apresenta-se de seguida, e de forma sistemática, a lista de todos os modelos definidos e utilizados neste trabalho com os dois programas de cálculo:

A. Modelos *SAP2000*

1. Modelos lineares
 1. com rigidez não-fendilhada ($E_c = 19,2$ MPa)
 2. com rigidez fendilhada ($E_c = 9,6$ MPa)
2. Modelos de plasticidade concentrada
 1. com o modelo de fibras, com $E_c = 19,2$ MPa
 1. com $\lambda = 0,25$
 2. com $\lambda = 0,50$
 3. com $\lambda = 0,75$
 4. com $\lambda = 1,00$
 5. com $\lambda = 1,25$
 2. com o modelo de relações histeréticas, com $E_c = 19,2$ MPa
 1. com $\lambda = 0,25$
 2. com $\lambda = 0,50$
 3. com $\lambda = 0,75$
 4. com $\lambda = 1,00$
 5. com $\lambda = 1,25$

B. Modelos *SeismoStruct*

1. Modelos lineares
 1. com rigidez não-fendilhada ($E_c = 19,2$ MPa)
 1. com rigidez do aço nula ($E_s = 0$)
 2. com rigidez do aço a metade da rigidez real ($E_s = 100$ GPa)
 3. com rigidez do aço igual ao valor real ($E_s = 200$ GPa)
 2. com rigidez fendilhada ($E_c = 9,6$ MPa)
 1. com rigidez do aço nula ($E_s = 0$)

2. com rigidez do aço a metade da rigidez real ($E_s = 100$ GPa)
3. com rigidez do aço igual ao valor real ($E_s = 200$ GPa)
2. Modelos de plasticidade concentrada
 1. com o modelo de fibras
 2. com o modelo de relações histeréticas
3. Modelos de plasticidade distribuída
 1. em todo o comprimento dos elementos
 2. com limitação à extremidade dos elementos
 1. com $\lambda = 0,25$
 2. com $\lambda = 0,50$
 3. com $\lambda = 0,75$
 4. com $\lambda = 1,00$

CAPÍTULO 4

Análise sísmica linear e não-linear

Neste capítulo pretende-se apresentar o conjunto das análises realizadas sobre a estrutura, bem como dos princípios teóricos e práticos associados a cada uma dessas análises, e que servirão, juntamente com as características de cada modelo, relevantes para a análise de resultados.

4.1 Introdução

A análise sísmica de estruturas de edifícios baseia-se, numa forma geral, na determinação dos esforços e deformações máximas a que estão sujeitos os seus elementos constituintes, quando sujeitas a uma acção sísmica de cálculo. Estas grandezas intervêm na verificação da segurança a situações de rotura e no controlo de danos nos elementos estruturais e não-estruturais.

Implementado nos dois programas de cálculo, está o Método dos Elementos Finitos (MEF) baseado na resolução da equação de equilíbrio dinâmico, em virtude das massas, amortecimentos e rigidezes associados aos n graus de liberdade da estrutura

$$[m]\{\ddot{d}\} + [c]\{\dot{d}\} + [k]\{d\} = \{f\} \quad (4.1)$$

onde coexistem respectivamente as parcelas das forças de inércia $[m]\{\ddot{d}\}$, das forças de dissipação¹ $[c]\{\dot{d}\}$, das forças internas $[k]\{d\}$ e das forças aplicadas $\{f\}$. Em que $\{d\}$ é o vector dos deslocamentos em função do tempo associados a cada grau de liberdade, $[m]$ a matriz da massa, $[c]$ a matriz de amortecimento e $[k]$ a matriz de rigidez.

No caso duma acção sísmica imposta na base do edifício como um campo de deslocamentos acelerados $u(t)$, é possível demonstrar que acção resulta numa parcela adicional de forças de inércia, gerada pelas respectivas acelerações $\ddot{u}(t)$. Assim, às forças de inércia $[m]\{\ddot{d}\}$ definidas na Equação 4.1, passa a adicionar-se a parcela $[m]\{r\}\ddot{u}$, em que $\{r\}$ é um vector cujas entradas r_i são o cosseno do ângulo que d_i faz com \ddot{u} , podendo definir-se $\{f\}$ passando a parcela para o outro lado da equação, do que resulta

$$[m]\{\ddot{d}\} + [c]\{\dot{d}\} + [k]\{d\} = -[m]\{r\}\ddot{u} \quad (4.2)$$

A resolução deste sistema de equações diferenciais a coeficientes constantes é feita em geral por dois tipos de métodos: métodos de sobreposição modal e métodos de integração directa.

¹Forças que dissipam a energia do movimento e são tidas linearmente, como aproximação, do tipo viscoso, *i.e.*, proporcionais à velocidade do movimento.

4.2 Caracterização da acção sísmica

A acção sísmica pode ser caracterizada, como se disse, através da definição de um movimento variado das suas fundações $u(t)$, ou mais concretamente $\ddot{u}(t)$, que, desprezando a interacção solo-estrutura e o efeito de desfasamento da onda sísmica entre cada fundação, se pode admitir uniforme em toda a superfície do piso térreo². A procura de acelerogramas $\ddot{u}(t)$ que caracterizem a acção sísmica constitui a etapa inicial de definição da análise dinâmica de estruturas. A variabilidade com que ocorre a acção sísmica, assim como a variabilidade que adquire a resposta do sistema estrutural quando entra em regime não-linear, faz com que a resposta da estrutura deva ser avaliada, não para um único registo, mas para um conjunto satisfatoriamente extenso, o qual o EC8 [50] define em pelo menos três.

Uma outra forma de representação da acção sísmica, é não através dos registos temporais em si, que caracterizam o movimento do solo (u, \dot{u}, \ddot{u}) no domínio do tempo, mas pelos respectivos espectros de resposta, que caracterizam directamente a máxima resposta da estrutura ($\max d, \max \dot{d}, \max \ddot{d}$) no domínio das frequências ou períodos próprios de vibração³.

4.2.1 Espectros de resposta

Observe-se o sistema de um grau de liberdade representado na Figura 4.1, dotado de massa m , amortecimento c e rigidez k , sujeito a um acelerograma $\ddot{u}(t)$. A Equação 4.3 exprime o equilíbrio dinâmico, que passa à Equação 4.4 ao definir $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ como o factor de amortecimento e $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ a frequência própria angular.



Figura 4.1: Sistema de um grau de liberdade.

Define-se espectro de resposta em termos de deslocamento $S_{de}(\omega)$ dum determinado acelerograma $u(t)$ como o máximo valor⁴ de $d(t)$ dum sistema de um grau de liberdade, em função da sua frequência própria ω , ou do período de vibração $T = \frac{2\pi}{\omega}$, e que se obtém para um valor fixo de ξ . Observe-se a título ilustrativo a Figura 4.2, que mostra um registo real do sismo de Kocaeli, Turquia (1999) nos formatos deslocamento u , velocidade \dot{u} e aceleração \ddot{u} . Os espectros de resposta deste registo, para vários valores do factor de amortecimento ξ , em termos de deslocamento S_{de} , velocidade S_{ve} e aceleração S_{ae} , encontram-se representados na Figura 4.3.

O EC8 [50] define, para efeitos de verificação da segurança, um espectro de resposta que envolve em teoria os espectros de resposta dos sismos aos quais a estrutura deve resistir, na zona e no tipo de solo em que está inserida, e cujas expressões paramétricas se apresentam

²A hipótese é aceite para estruturas de edifícios em geral, o que merece pelo contrário maior relevância em pontes, para as quais é aplicável o EC8 (Parte 2) [51].

³Considera-se, como se verá mais adiante, que o sistema estrutural pode ser decomposto numa combinação de sistemas mais simples que oscilam com uma determinada frequência própria de vibração.

⁴A complexidade da função $\ddot{u}(t)$ faz com que se tenha que recorrer à via numérica para a resolução da equação diferencial, referindo-se como exemplo a resolução do integral de Duhamel.

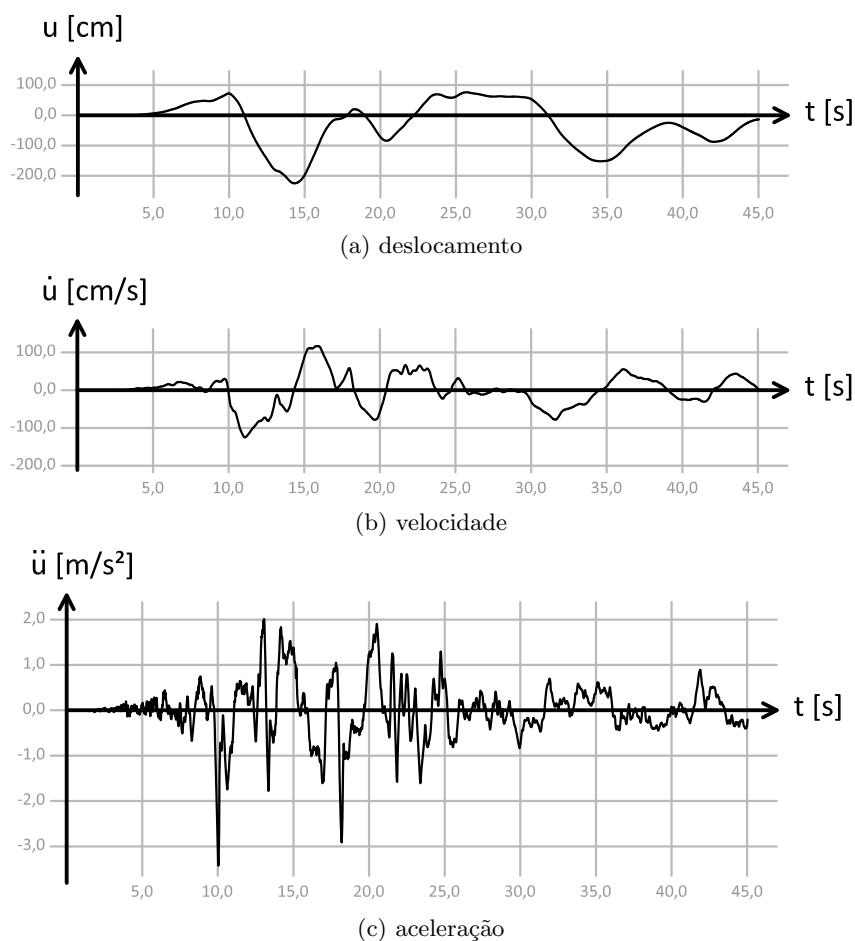


Figura 4.2: Acelerograma real do sismo de Kocaeli, Turquia (1999).

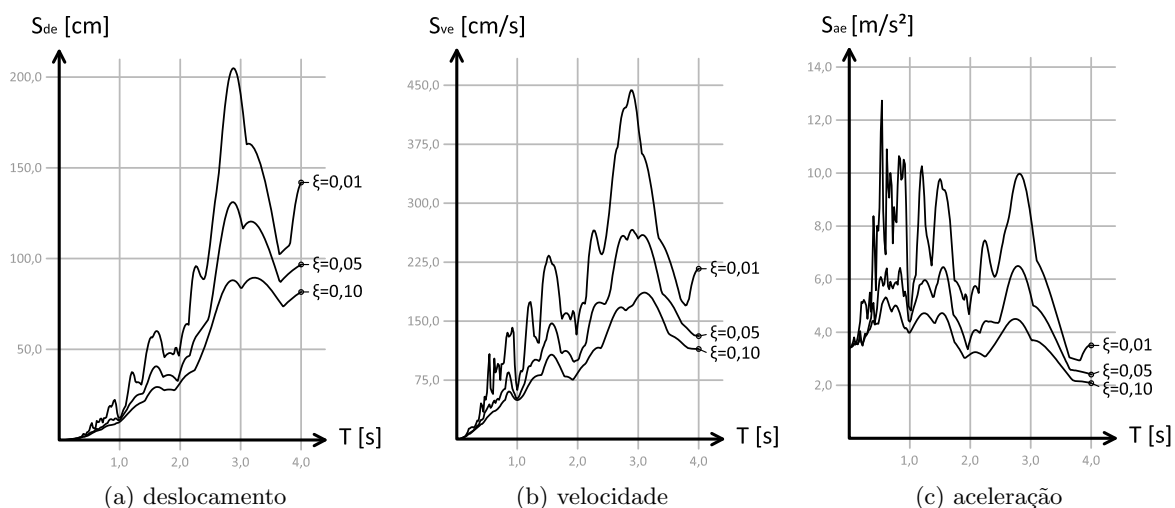


Figura 4.3: Espectros de resposta do sismo de Kocaeli, Turquia (1999).

no Anexo B.1.1 (pág. III). Definiram-se assim os parâmetros do EC8 [50], de acordo com o zonamento e caracterização geológica do código turco (ver Figura 4.4). A intensidade da acção sísmica, caracterizada pela aceleração máxima do solo a_g , foi definida como 0,4 g, um valor consideravelmente elevado em relação às intensidades regulamentadas actualmente em Portugal,

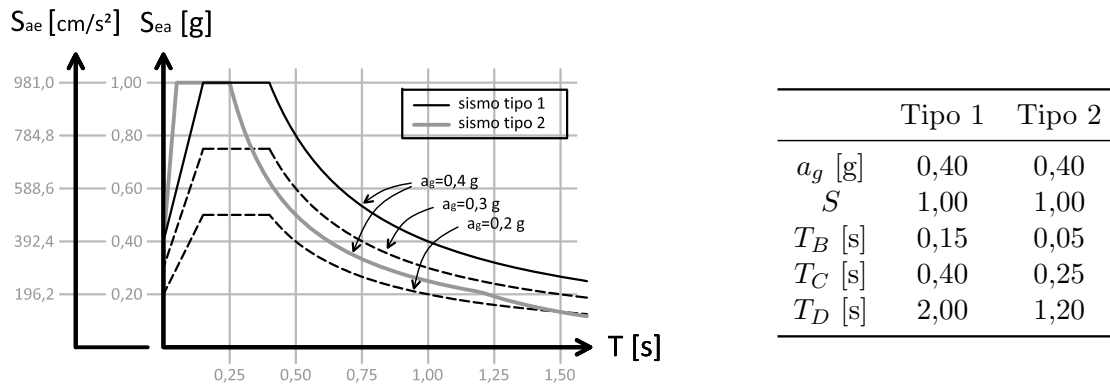


Figura 4.4: Espectros de resposta elásticos do EC8 [50].
Parâmetros definidos por Bhatt & Bento [7].

que terá eventualmente sido utilizada no projecto da estrutura. Após a execução de algumas análises, observou-se que seria necessário reduzir este valor para conseguir resultados com todos os modelos, tendo-se usado igualmente as intensidades de 0,3 g e 0,2 g.

Quando se considera a actuação dos dois tipos de sismos, os resultados tomam-se como a envolvente dos resultados obtidos com cada espectro isolado. Porém no presente trabalho, considerou-se apenas o sismo do tipo 1 após se ter verificado que os seis primeiros períodos próprios da estrutura são superiores a 0,15 s, o que leva a que a resposta estrutural seja condicionada por esse espectro⁵. Quanto à combinação direccional da acção sísmica, optou-se pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos resultados obtidos em cada direcção (SRSS). Salienta-se que, em determinadas situações, embora se tenha despezado neste trabalho, também a componente vertical da acção sísmica deve ser considerada.

4.2.2 Acelerogramas semi-artificiais

Para as análises cuja acção sísmica é caracterizada por acelerogramas, escolheram-se, por motivos de compatibilização dos resultados com os estudos já existentes sobre o edifício, os três acelerogramas semi-artificiais utilizados por Bhatt & Bento [6]. Tratam-se inicialmente de três acelerogramas reais dos sismos indicados na Tabela 4.1 que se podem observar na Figura 4.5 a vermelho, separados em duas componentes horizontais. Estes acelerogramas reais são posteriormente modificados, com a ajuda de programas de cálculo, de forma a que o espectro de resposta

Tabela 4.1: Registos sísmicos seleccionados.

Designação	Ano	Dist Ep [km]	Magnitude	Classe do solo	XX
Northridge-01	1994	37,19	6,69	Rocha firme	Reverse
Tabas, Irão	1978	13,94	7,35	Rocha firme	Reverse
Whittier Narrows-01	1987	40,61	5,99	Solo muito firme	Reverse-Oblique

⁵Características dinâmicas como esta serão apresentadas adiante na Secção 4.3, pág. 60.

resultante se aproxime⁶ dum determinado espectro de resposta objectivo (*target spectrum*).

Em cada análise fizeram-se actuar em simultâneo as duas componentes horizontais dos acelerogramas. A componente que apresenta um valor superior da aceleração máxima do solo foi escalada para um *target spectrum* igual ao definido na secção anterior (Sismo do tipo 1, Figura 4.4). Para manter a mesma proporção da acção sísmica nas duas direcções, o quociente entre os dois valores de pico das duas componentes $\eta = \frac{\min a_g}{\max a_g}$ foi aplicado ao *target spectrum* da componente com valor inferior da aceleração máxima do solo. Os acelerogramas assim designados por acelerogramas *semi-artificiais* representam-se a preto na Figura 4.5, bem como os

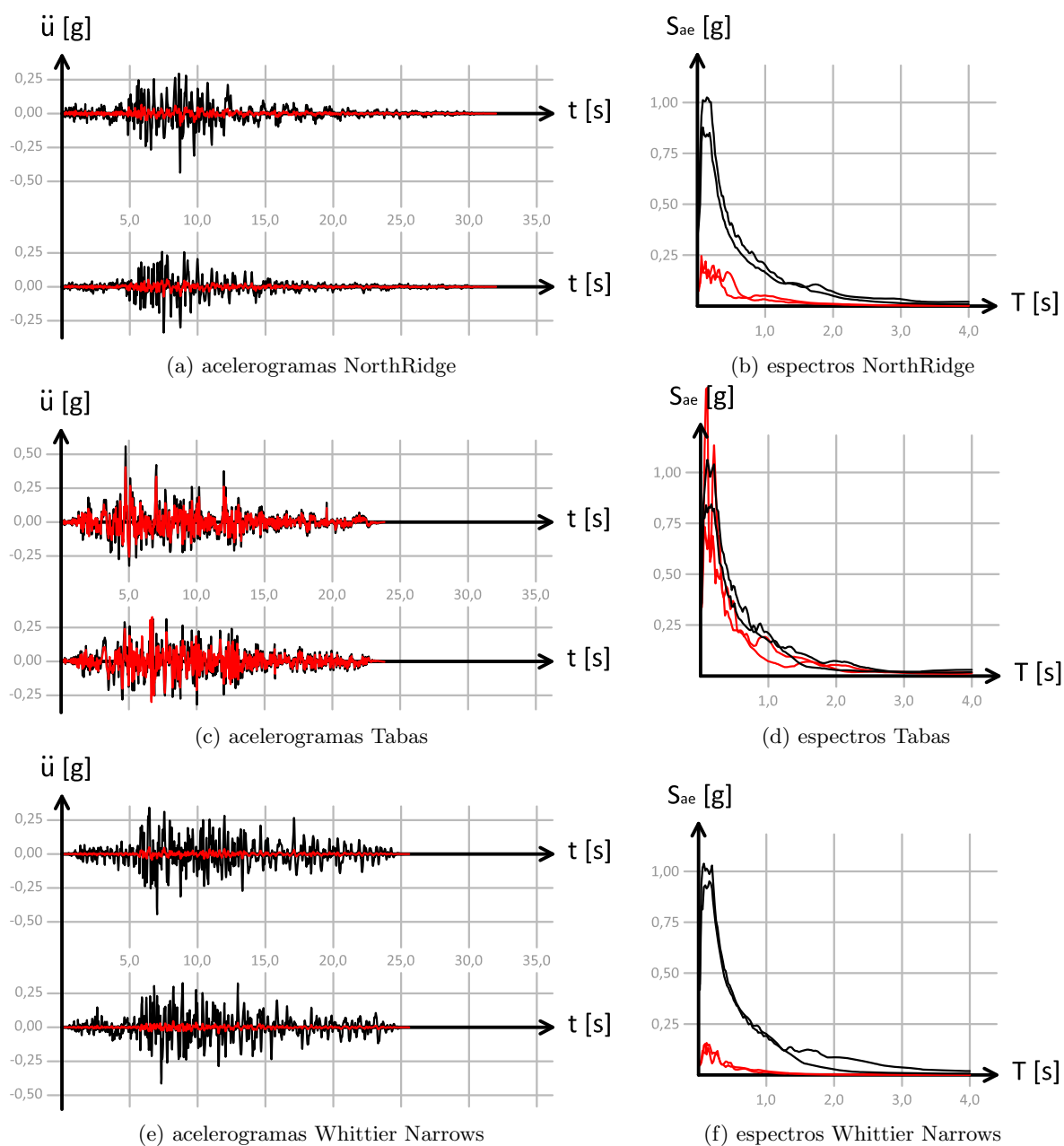


Figura 4.5: Acelerogramas e espectros utilizados. Duas componentes ortogonais.

⁶Por sair do âmbito da dissertação, não se fará referência às formas como se pode proceder à alteração dos acelerogramas com vista a um espectro objectivo, para o que se recomenda a consulta de Hancock *et al.* [28]. Neste caso utilizou-se o programa RSPMatch2005 [85], podendo igualmente recomendar-se o SeismoMatch [87].

espectros de resposta resultantes. Os acelerogramas foram ainda escalados para as intensidades de 0,3 g e 0,2 g.

4.2.3 Acções gravíticas

As acções gravíticas da estrutura, independentes da ocorrência da acção sísmica são, como já se referiu algumas vezes neste trabalho, devidas ao peso próprio dos elementos estruturais (pilares, vigas, lajes,...), dos elementos não-estruturais (elementos da fachada, paredes divisórias, revestimentos,...) que se designam juntamente por *cargas permanentes*, e devidas às cargas exercidas pela utilização do edifício (pessoas, equipamentos, mobílias,...) designadas por *sobrecargas*. A variabilidade das sobrecargas de utilização durante a vida útil da estrutura faz com que estas, na a sua combinação com a acção sísmica, sejam afectadas dum coeficiente de redução face aos seus valores característicos.

A combinação das acções gravíticas com a acção sísmica faz-se geralmente em análises lineares, com a soma algébrica dos resultados provenientes das análises em separado, ou em análises não-lineares, com a integração da parcela estática das cargas gravíticas na própria equação de equilíbrio (Equação 4.2), uma vez que não é válida a sobreposição de efeitos. Em análises dinâmicas lineares ou não-lineares, as cargas gravíticas são convertidas em massas para modelar o comportamento dinâmico da estrutura. Neste trabalho utilizaram-se os valores considerados por Vuran [81] nos estudos anteriores do edifício, atribuindo uma massa média em cada piso de

$$\bar{m} = 1,38 \text{ ton/m}^2$$

um valor consideravelmente elevado para a generalidade dos edifícios.

4.3 Análise dinâmica linear por espectro de resposta

A análise que aqui se apresenta faz uso dum método de sobreposição modal, por valores e vectores próprios, patente nos dois programas, em que a acção sísmica é representada por um espectro de resposta inelástico, *i.e.*, corrigido por um coeficiente de comportamento para considerar o comportamento não-linear.

O método consiste na decomposição do sistema $n \times n$ da Equação 4.2 (pág. 55) em n equações diferenciais desacopladas, através duma mudança de variável $\{d\} = [\Phi]\{y\}$, onde $[\Phi]$ é a matriz dos vectores próprios $\{\phi^{(i)}\}$ que verificam a seguinte equação

$$([k] - \omega_i^2[m])\{\phi^{(i)}\} = \{0\} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.5)$$

sendo ω_i^2 os respectivos valores próprios. Como resultado, e por consequência das propriedades de ortogonalidade da álgebra de matrizes, as matrizes $[m]$ e $[k]$ podem diagonalizar-se, constituindo as matrizes $[M]$ e $[K]$ como indicado na Equação 4.6, o que se pode igualmente estender⁷ à matriz $[c]$.

$$[\Phi]^T[m][\Phi] = [M] \quad \text{e} \quad [\Phi]^T[k][\Phi] = [K] \quad (4.6)$$

⁷No que diz respeito à matriz $[c]$, que em geral por si só não é diagonal, pode porém escrever-se como combinação linear das matrizes $[m]$ e $[k]$, donde é possível demonstrar que $[C] = [\Phi]^T[c][\Phi]$ é também diagonal. Adiante na Secção 4.5.3 (pág. 71) entrar-se-á em maior pormenor.

Assim, através da Equação 4.2, pode escrever-se

$$[m] \overbrace{[\Phi]\{\ddot{y}\}}^{\{d\}} + [c] \overbrace{[\Phi]\{\dot{y}\}}^{\{d\}} + [k] \overbrace{[\Phi]\{y\}}^{\{d\}} = -[m]\{r\} \ddot{u} \quad (4.7)$$

$$\underbrace{[\Phi]^T [m] [\Phi]}_{[M]} \{y\} + \underbrace{[\Phi]^T [c] [\Phi]}_{[C]} \{\dot{y}\} + \underbrace{[\Phi]^T [k] [\Phi]}_{[K]} \{y\} = \underbrace{-[\Phi]^T [m]\{r\}}_{\{Q\}} \ddot{u} \quad (4.8)$$

que constitui um sistema de equações desacopladas⁸ na forma

$$M_i \ddot{y}_i(t) + C_i \dot{y}_i(t) + K_i y_i(t) = Q_i \ddot{u}(t) \quad i = 1, \dots, n \quad (4.9)$$

$$\Leftrightarrow \ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \Gamma_i \ddot{u}(t) \quad i = 1, \dots, n \quad (4.10)$$

que se obtém por analogia com as Equações 4.3 e 4.4 (pág. 56), fazendo $\xi_i = \frac{C_i}{2\sqrt{K_i M_i}}$ e $\omega_i = \sqrt{\frac{K_i}{M_i}}$, com a introdução dum factor de escala $\Gamma_i = \frac{Q_i}{M_i}$ designado por factor de participação modal. Este actua como um factor de escala da acção submetida a cada modo, e por isso, constitui uma medida da importância que cada modo tem na resposta da estrutura. No entanto, uma vez que o valor de Γ_i depende da norma dos vectores próprios utilizados, tal como as funções y_i , \dot{y}_i e \ddot{y}_i , o factor não adquire um significado físico. Assim, recorre-se frequentemente à grandeza $M_i^{\text{eff}} = \frac{Q_i^2}{M_i}$ que possui unidades de massa, e com a qual é possível demonstrar que $\sum_i^n M_i^{\text{eff}}$ iguala a massa total da estrutura. Esta grandeza, designada por massa modal efectiva, representa assim a massa que contribui para a resposta de cada modo.

O passo que consistiu na determinação dos valores próprios ω_i^2 e dos vectores próprios $\{\phi^{(i)}\}$ designa-se por análise modal da estrutura⁹. É possível verificar como os vectores próprios não são mais do que configurações deformadas da estrutura que quando multiplicadas pelas funções $y_i(t)$, dão origem às deformadas reais de cada modo $\{d^{(i)}\}$ ao longo do tempo. Os vários modos de vibração constituem assim sistemas dinâmicos de um grau de liberdade com frequências próprias angulares ω_i , e somam-se algebricamente para formar a resposta dinâmica da estrutura.

Assim, com as soluções $y_i(t)$ da Equação 4.10, pode voltar-se a mudar a variável para achar os deslocamentos $\{d\}$, assim como conhecida a matriz de rigidez, determinar os esforços em todos os elementos da estrutura ao longo do tempo.

Porém, a dificuldade de resolução das n equações da Equação 4.10, devida à complexidade da função $\ddot{u}(t)$, faz com que se tenha que recorrer, como referido anteriormente, a métodos numéricos, o que pode ser contornado se se utilizar o conceito de espectro de resposta, apresentado na Secção 4.2.1 (pág. 56). Trata-se por isso, não da procura das soluções $y_i(t)$, mas dos máximos valores que estas soluções tomam no intervalo de tempo da acção, *i.e.*, $\max_t \|y_i(t)\|$. É assim possível demonstrar como, efectuando novamente a mudança de variável proposta ao início, se podem obter as deformadas máximas de cada modo de vibração i

$$\{d_{\text{máx}}^{(i)}\} = \{\phi^{(i)}\} \cdot \overbrace{\Gamma_i \cdot S_{de}(T_i)}^{\max_t \|y_i(t)\|} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.11)$$

⁸O termo significa, neste caso, a independência dos vários modos de vibração, e que se concretiza através dos elementos das matrizes diagonais, *e.g.*, $M_i = \{\phi^{(i)}\}^T [m] \{\phi^{(i)}\}$ e $Q_i = \{\phi^{(i)}\}^T [m] \{r\}$.

⁹Este tipo de análise fornece, como se verá adiante, um conjunto de características dinâmicas de grande relevância para a estrutura do edifício, que permitem avaliar *a priori* o seu comportamento global.

e obtém-se analogamente os esforços de cada modo recorrendo à matriz de rigidez¹⁰.

A questão seguinte terá a ver com a forma de como combinar estas grandezas para obter uma aproximação da resposta global da estrutura. Uma vez que seria demasiado gravoso considerar uma sobreposição algébrica dos modos, recorrem-se geralmente a combinações estatísticas como a Combinação Quadrática Completa (CQC) expressa na Equação¹¹ 4.12.

$$R_{\text{máx}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_{ij} R_{\text{máx}}^{(i)} R_{\text{máx}}^{(j)}} \quad (4.12)$$

$$\text{em que} \quad \mu_{ij} = \frac{8\xi^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\xi^2(1+r)^2} \quad (4.13)$$

Como consequência deste tipo de combinação, devido ao uso das funções quadráticas, perdem-se os sinais associados aos valores dos esforços e deslocamentos provocados pela acção sísmica, pelo que resultam distribuições de esforços e deslocamentos não-equilibrados, tendo-se assim apenas a possibilidade de avaliar estas quantidades em valor absoluto.

4.3.1 Coeficientes de comportamento

Até este ponto, pouco se referiu quanto ao facto da estrutura se comportar em regime não-linear, uma vez que se admite quer na determinação dos modos de vibração da estrutura e quer no cálculo dos esforços resultantes, uma matriz de rigidez $[k]$ constante, o que faz com que se obtenham esforços bastante elevados com esta análise. Por este motivo, é possível definir-se, de acordo com a regulamentação, um coeficiente q designado por *coeficiente de comportamento* que, atendendo às características médias de ductilidade a exigir à estrutura, reduza o valor dos esforços obtidos, para o seu dimensionamento, tirando partido do comportamento fisicamente não-linear.

Sendo assim, a análise linear é viabilizada, ou como indicada até aqui dividindo no final os esforços pelo coeficiente de comportamento q , ou através da redução do espectro de resposta elástico com esse coeficiente mas multiplicando-o pelos deslocamentos obtidos. Esta interdependência é apenas possível pela hipótese de que são, em todo o caso, muito próximos os deslocamentos máximos a que a estrutura se sujeita nas várias trajectórias de comportamento que ela possa apresentar (ver Figura 4.6).

Apesar deste procedimento servir apenas para dimensionamento e não para uma análise estrutural, especialmente por se tratar duma estrutura antiga existente, poderá servir para comparar com a redução de esforços obtidas com as análises não-lineares, em relação à análise linear.

Os valores máximos de q permitidos pelo EC8 [50] a aplicar nas duas direcções horizontais dependem, em primeiro lugar, da classe de ductilidade que se pretende conferir à estrutura, que se poderá admitir nesta situação, como sendo de ductilidade média (DCM). Os coeficientes q dependem também da regularidade em altura (ver Anexo B.3.2, pág. VI), neste caso regular, e da classificação do sistema estrutural (ver Anexo B.2, pág. III), neste caso um sistema torcional-

¹⁰Alternativamente, podem calcular-se em primeiro lugar as forças de inércia máximas aplicadas em cada modo $\{Q_{\text{máx}}^{(i)}\} = \{\phi^{(i)}\}^T \{m^{(i)}\} \Gamma_i S_{ae}(T_i)$, em que $\{m^{(i)}\}$ é a coluna i da matriz $[m]$, e determinar-se os esforços e a deformada da cada modo a partir do equilíbrio estático.

¹¹Para as definições das variáveis expressas na Equações 4.12 e 4.13, consultar a Lista de símbolos, pág. xxi.

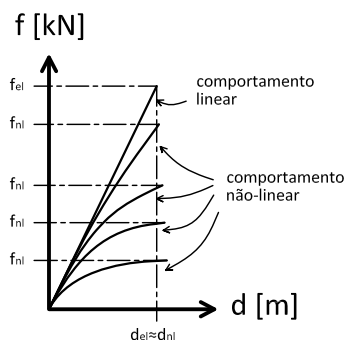


Figura 4.6: Comportamento generalizado da estrutura.

mente flexível nas duas direcções. A determinação deste último atributo recorre, entre muitas características apresentadas no Anexo B (pág. III), ao cálculo das rigidezes de torção, rigidezes laterais e centros de rigidez dos pisos. Uma vez que o cálculo destas grandezas não é definida dum forma clara para edifícios com mais do que um piso, propuseram-se e testaram-se três alternativas, das quais se escolheu para utilizar neste trabalho, a de aplicar forças e momentos nos pisos, proporcionais à massa e cota de cada um (ver Anexo C, pág. XI).

O valor máximo do coeficiente de comportamento previsto pelo EC8 [50] ficou assim avaliado (ver Anexo B.4, pág. VII), nas duas direcções horizontais, em

$$q_x = q_y = 2,0$$

4.4 Análise estática não-linear

A análise estática não-linear referida neste trabalho constitui um tipo de análise sísmica que não resolve directamente a equação de equilíbrio dinâmico (Equação 4.1, pág. 55), mas recorre a um problema estático equivalente através dum análise *pushover* (definida adiante). Neste tipo de análise, o comportamento não-linear da estrutura é tido em conta dum forma bastante mais exacta em relação à análise anterior, através da alteração progressiva da matriz de rigidez.

Nas análises estáticas não-lineares são seguidas metodologias que utilizam na sua generalidade a análise *pushover* para caracterizar o comportamento não-linear da estrutura a acções horizontais, recorrendo posteriormente ao espectro de resposta para caracterizar a acção sísmica. Neste trabalho utilizou-se o método N2, preconizado no EC8 [50], e que se apresenta nas secções seguintes.

4.4.1 Análise pushover

A análise *pushover* baseia-se na aplicação incremental de um ou mais carregamentos laterais¹² estáticos à estrutura, que pretendem representar, de forma aproximada, as forças de inércia que se geram ao nível dos pisos do edifício, características do seu comportamento dinâmico, aquando da ocorrência dum sismo. Em cada um dos incrementos é determinado o estado de deformação

¹²Forças geralmente aplicadas ao nível dos pisos, cujos pontos de aplicação se podem reduzir aos respectivos centros de massa, na presença de diafragmas rígidos, sem perda de precisão.

da estrutura com métodos iterativos¹³, o que permite que se obtenha uma resposta não-linear, com a qual se pode acompanhar a evolução dos danos estruturais.

Ao caracterizar o estado de deformação global da estrutura através duma única variável, *e.g.*, o deslocamento lateral do último piso d_{topo} , e a intensidade do carregamento pela reacção horizontal na base da estrutura V_b (*força de corte basal*), estabelece-se uma relação escalar designada por *curva de capacidade resistente*. Através da curva de capacidade podem avaliar-se de forma aproximada a rigidez, resistência e ductilidade da estrutura.

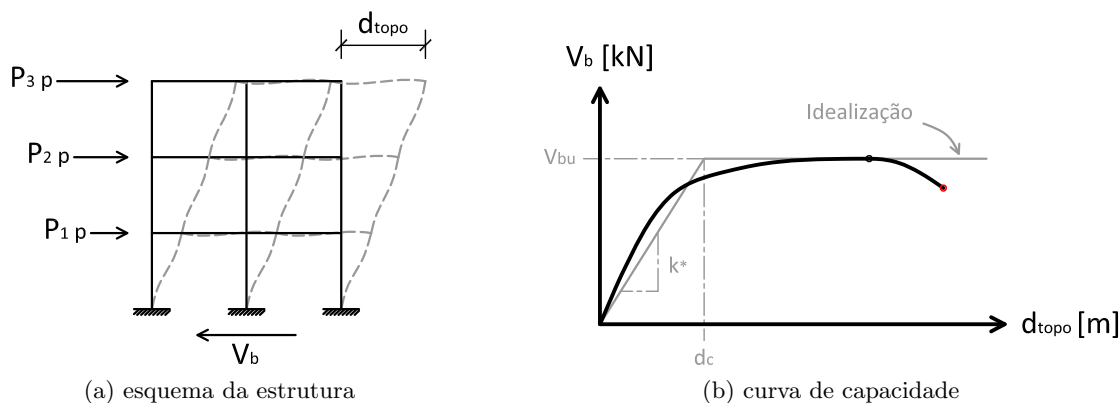


Figura 4.7: Curva de capacidade resistente duma estrutura, deslocamento de topo *versus* força de corte basal, obtida por análise *pushover*. A intensidade do carregamento é controlada pelo parâmetro p .

4.4.2 Método N2

O método N2 é um método de bastante simples aplicação, desenvolvido pela Universidade de Ljubljana, iniciado na década de 80 e que foi sofrendo várias alterações até à sua versão actual. Baseia-se, segundo Fajfar [17], numa combinação da análise *pushover* com a abordagem do método do espectro de resposta, tal como os existentes métodos *capacity spectrum method* proposto no ATC40 [1] e o *nonlinear static procedure* definido no FEMA273 [21].

O método consiste na transformação do sistema complexo dos n graus de liberdade da estrutura num sistema plano constituído apenas pelos deslocamentos laterais de cada piso d_i , e na consideração de que o comportamento dinâmico da estrutura é caracterizado apenas por um modo de vibração $\{\phi\}$, *i.e.*, admitindo fixa a configuração da deformada da estrutura ao longo do tempo, ou seja, $d_i(t) = \phi_i y(t)$. Considera-se igualmente que o carregamento lateral aplicado assume uma distribuição proporcional ao vector $\{P\}$, o produto da massa de cada piso m_i pela correspondente componente da configuração modal $\{\phi\}$, ou seja, $P_i = m_i \phi_i$.

Para entender o método, considere-se de novo a Equação 4.2 (pág. 55) mas desprezando por simplicidade a parcela do amortecimento, e impondo que a parcela das forças internas estabeleça com o carregamento lateral aplicado, cuja intensidade é controlada pelo factor p , um equilíbrio

¹³Decidiu-se não entrar em detalhe na resolução incremental-iterativa deste tipo de problemas, salienta-se no entanto que se utilizou no *SAP2000* e no *SeismoStruct* o método de Newton-Raphson que usa as matrizes de rigidez tangentes para convergir para o estado de deformação que equilibra o estado de tensão de cada incremento.

estático¹⁴, resultando assim

$$[m] \overbrace{\{\phi\} \ddot{y}}^{\{d\}} + [m] \overbrace{\{\phi\} p}^{\{P\}} = -[m] \{r\} \ddot{u} \quad (4.14)$$

$$\underbrace{\{\phi\}^T [m] \{\phi\}}_M \ddot{y} + \underbrace{\{\phi\}^T [m] \{\phi\}}_M p = - \underbrace{\{\phi\}^T [m] \{r\}}_Q \ddot{u} \quad (4.15)$$

O sistema converte-se neste caso numa equação escalar, com a matriz de massa diagonal, de entradas m_i , e o vector $\{r\}$ constituído apenas por entradas unitárias. Voltando a introduzir o factor de participação modal $\Gamma = \frac{Q}{M}$, a equação pode escrever-se na forma

$$Q \ddot{y} + Q p = -Q \Gamma \ddot{u} \quad (4.16)$$

que ao considerar $Q = \mathbf{m}^*$, normalizando $\{\phi\}$ de forma a que $\phi_{topo} = 1,0$ (logo $y = d_{topo}$) e notando que $Q p = V_b = \mathbf{k}^* d_{topo}$ (Figura 4.7b, pág. 64), se transforma finalmente em

$$\mathbf{m}^* \ddot{d}_{topo} + \mathbf{k}^* d_{topo} = -\mathbf{m}^* \Gamma \ddot{u} \quad (4.17)$$

A Equação 4.17 exprime o equilíbrio dinâmico linear do sistema de um grau de liberdade equivalente, para a qual se pode recorrer ao espectro de resposta, através do período de vibração (Equação 4.18) para a determinação da resposta estrutural

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{\mathbf{m}^*}{\mathbf{k}^*}} \quad (4.18)$$

A utilização do espectro de resposta no método N2 apresenta, no entanto, uma correcção relativamente à forma como se aplica na análise linear (Secção 4.3, pág. 60). De facto, para estruturas com períodos baixos (inferiores a T_C), a diferença entre os deslocamentos obtidos para uma determinada acção sísmica, considerando o comportamento linear e considerando o comportamento não-linear, começa a ser significativa (ver Figura 4.8). Sendo assim, utiliza-se no método N2, o factor de redução dos esforços R_μ e o factor de amplificação dos deslocamentos μ ou factor da ductilidade exigida, os quais seguem a relação bilinear ilustrada na Figura 4.9.

Assim ao idealizar a curva de capacidade (ver Figura 4.7b, pág. 64), e comparando com a força de corte basal V_{be} gerada se o comportamento fosse elástico linear

$$V_{be} = \mathbf{m}^* \Gamma S_{ae}(T^*) \quad (4.19)$$

com a força máxima de corte basal V_{bu} , pode determinar-se o factor de redução dos esforços $R_\mu = \frac{V_{be}}{V_{bu}}$. De seguida, com a Figura 4.9 pode determinar-se o coeficiente de amplificação dos deslocamentos μ . Obtém-se assim o deslocamento para o qual a estrutura deve resistir d_u (*target displacement*) através do deslocamento elástico $d_e = \frac{V_{be}}{\mathbf{k}^*}$ com (ver Figura 4.8)

$$d_u = d_e \frac{\mu}{R_\mu} \quad (4.20)$$

¹⁴Condição fundamental que estabelece a transformação do problema estático efectuado com a análise *pushover*, em que as forças internas da estrutura estão directamente em equilíbrio com os carregamentos laterais, com o problema dinâmico, em que estas forças se encontram por sua vez em equilíbrio com as forças de inércia.

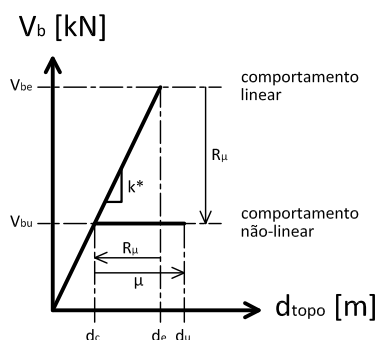


Figura 4.8: Idealização do comportamento generalizado da estrutura.

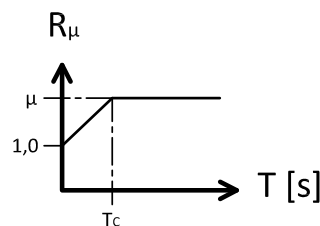


Figura 4.9: Relação entre o factor de redução dos esforços e o factor de ampliação dos deslocamentos.

Saliente-se que, por uma questão de coerência com o princípio da idealização apresentada por este método, o ponto que se escolheu para a idealização da curva de capacidade deve coincidir com o *target displacement*, pelo que o problema implica um procedimento iterativo, que é deixado como opcional pelo EC8 [50]. No presente trabalho, elaborou-se uma rotina em *Matlab* (Anexo E.2, pág. XXVIII) para a resolução do método N2, onde se aplica este procedimento.

4.4.2.1 Representação gráfica do método N2

A formulação do método N2 permite um tipo de resolução gráfica particularmente interessante que integra a representação espectral da acção sísmica e da resposta da estrutura, e que é aquela que consta no EC8 [50]. Esta resolução, em tudo equivalente à primeira, baseia-se na conversão da curva de capacidade no formato aceleração-deslocamento espectral¹⁵, passando a designar-se assim por *espectro de capacidade* ou seja:

$$S_{ae} = \frac{1}{m^*} \frac{V_b}{\Gamma} \quad S_{de} = \frac{d_{topo}}{\Gamma} \quad (4.21)$$

Também os espectros de resposta elásticos (S_{de} e S_{ae}) e inelásticos¹⁶ (S_{dd} e S_{ad}) se podem transformar no formato aceleração-deslocamento, atendendo a que

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae} \quad (4.22)$$

$$S_{ad} = \frac{1}{R_\mu} S_{ae} \quad S_{dd} = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} \quad (4.23)$$

Na Figura 4.10 representa-se o espectro elástico utilizado neste trabalho no formato aceleração-deslocamento. Representam-se igualmente duas curvas de capacidade (ilustrativas) que apresentam o mesmo factor de ampliação de deslocamentos μ e períodos fundamentais T^* diferentes. Observe-se como o método calcula os *target displacement*, e como são diferentes dos obtidos em regime linear quando o período da estrutura é inferior a T_C .

¹⁵A única diferença face à formulação enunciada na secção anterior é a de que naquele caso se compara a força de acção com a força resistente, enquanto que aqui se comparam estas grandezas em aceleração.

¹⁶De acordo com o conceito de R_μ e de μ , definidos anteriormente, os espectros de resposta inelásticos resultam, no método N2, da divisão das acelerações por R_μ e na divisão e multiplicação dos deslocamentos por R_μ e μ respectivamente, o que é indicado pelas expressões da Equação 4.23.

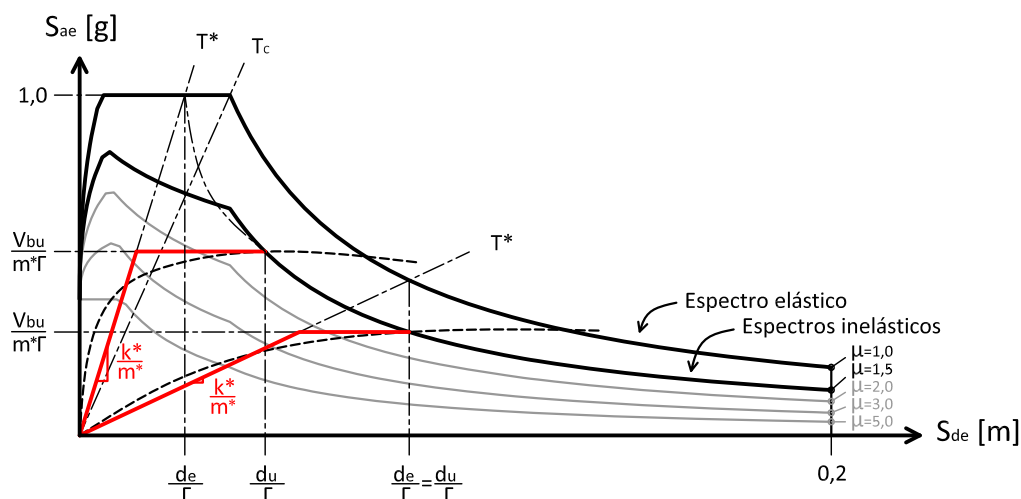


Figura 4.10: Método gráfico com base na relação aceleração-deslocamento espectral.

4.4.2.2 Efeitos da torção

As configurações planares assumidas na análise *pushover*, na forma como são utilizadas no método N2, apresentadas anteriormente não são em geral capazes de caracterizar devidamente o efeito da torção característica das estruturas de edifícios irregulares em planta. De facto, quando a estrutura é excitada nas duas direcções horizontais, podem tomar relevância na sua resposta os modos de vibração torcionais, *i.e.*, modos em que prevaleça a rotação relativa entre os pisos e cujos factores de participação apresentem valores próximos dos modos globais de translação, o que depende essencialmente das distribuições de massa e rigidez.

Para estes casos, o método N2 propôs uma extensão (Fajfar *et al.* [18, 19]) que prevê o cálculo de coeficientes correctivos que devem ser multiplicados pelos resultados, nos deslocamentos e esforços em cada direcção, e em função da distância dos elementos ao centro de massa do piso. A forma de cálculo dos coeficientes encontra-se no Anexo B.5 (pág. VIII) e foi utilizada neste trabalho por se tratar dum edifício torcionalmente flexível (ver Anexo B.2, pág. III).

4.4.3 Carregamentos laterais

Para a determinação das curvas de capacidade resistente da estrutura é necessária, tal como referido, a definição de um carregamento lateral. Porém, a forma preconizada pelo método N2 de que a distribuição de forças deverá ser constante ao longo da análise, poderá em certos casos constituir uma má aproximação do comportamento sísmico não-linear da estrutura, ou mesmo durante o seu comportamento linear. De facto, a aplicação dum carregamento monotonicamente incremental impossibilita a contabilização de modos de frequência superiores, e a progressão adequada da resposta não-linear, em edifícios cuja plasticidade não se distribua uniformemente pela estrutura (Chopra & Goel [12]).

O EC8 [50] propõe assim a utilização de dois tipos de distribuições para o carregamento lateral: (1) o carregamento modal, que se obtém directamente da configuração do modo em que prevalece a translação, multiplicado pela massa de cada piso; e (2) o carregamento uniforme,

apenas proporcional à massa de cada piso¹⁷. No presente trabalho, decidiu-se apenas aplicar o método N2 sobre as curvas de capacidade resistente determinadas com os carregamentos modais (Tabelas 4.2 e 4.3), tendo porém sido igualmente traçadas curvas de capacidade com o carregamento uniforme (Tabela 4.4), para comparação.

Tabela 4.2: Distribuição do carregamento segundo x, proveniente da configuração modal do 1º modo de vibração.

piso i	m_i [ton]	ϕ_i (1º modo)	$m_i\phi_i$ [ton]	P_i
1	262,20	$7,6 \times 10^{-6}$	$1,99 \times 10^{-3}$	1,00
2	262,20	$19,1 \times 10^{-6}$	$5,01 \times 10^{-3}$	2,52
3	262,20	$29,2 \times 10^{-6}$	$7,65 \times 10^{-3}$	3,84
4	262,20	$36,2 \times 10^{-6}$	$9,50 \times 10^{-3}$	4,77
5	163,23	$40,0 \times 10^{-6}$	$6,52 \times 10^{-3}$	3,28

Tabela 4.3: Distribuição do carregamento segundo y, proveniente da configuração modal do 2º modo de vibração.

piso i	m_i [ton]	ϕ_i (2º modo)	$m_i\phi_i$ [ton]	P_i
1	262,20	$-6,3 \times 10^{-6}$	$-1,7 \times 10^{-3}$	1,00
2	262,20	$-18,0 \times 10^{-6}$	$-4,7 \times 10^{-3}$	2,85
3	262,20	$-29,5 \times 10^{-6}$	$-7,7 \times 10^{-3}$	4,68
4	262,20	$-38,4 \times 10^{-6}$	$-10,1 \times 10^{-3}$	6,10
5	163,23	$-44,3 \times 10^{-6}$	$-7,2 \times 10^{-3}$	4,38

Tabela 4.4: Distribuição uniforme do carregamento .

piso i	m_i [ton]	P_i
1	262,20	1,00
2	262,20	1,00
3	262,20	1,00
4	262,20	1,00
5	163,23	0,62

Na definição do vector $\{P\}$ utilizou-se uma normalização de forma a que a força aplicada no primeiro piso fosse unitária, o que não prejudica nenhum passo da análise, uma vez que a intensidade do carregamento é controlada por uma variável independente p .

4.5 Análise dinâmica não-linear

A análise dinâmica apresentada nesta secção caracteriza-se pela integração directa da Equação 4.2 (pág. 55) ao longo do tempo, evitando a sobreposição das respostas dos modos de

¹⁷Note-se neste caso que a correspondente configuração modal $\{\phi\}$ é unitária, donde resulta \mathbf{m}^* igual à massa total da estrutura e Γ unitário.

vibração, e possibilitando por isso a inclusão directa do comportamento não-linear. Este tipo de integração adquire, como se referiu, uma enorme complexidade, pelo que a sua resolução é apenas possível através de métodos numéricos.

Os métodos utilizados discretizam a resposta da estrutura em intervalos de tempo Δt (incrementos), sobre os quais se impõem determinadas hipóteses simplificativas, sendo por isso frequentemente designados por *métodos passo-a-passo*. Na generalidade destes métodos, a resposta no final de cada passo é calculada a partir das condições iniciais do passo (*i.e.*, da resposta resultante do passo anterior) e das cargas aplicadas durante o passo (neste caso, a acção sísmica), deixando assim o cálculo dum incremento independente dos restantes. Em cada passo é utilizada uma matriz de rigidez efectiva que é utilizada iterativamente na determinação da resposta não-linear, tratando-se assim duma análise incremental-iterativa.

O factor principal a ser considerado na escolha do método tem a ver com a sua eficiência. De facto, segundo Clough & Penzien [15], a exactidão por si só não constitui um factor decisivo uma vez que, para a generalidade dos métodos, se podem atingir resultados cada vez mais exactos quando se diminui o comprimento do intervalo¹⁸ Δt . Os erros encontrados na resposta manifestam-se essencialmente com o desfasamento ou mudanças aparentes nas frequências, e com o amortecimento artificial¹⁹. Podem apontar-se três origens principais no desenvolvimento dos erros numéricos [15]: (1) o arredondamento das grandezas envolvidas, *i.e.*, o uso de poucas casas decimais; (2) a instabilidade numérica²⁰; e (3) erros de truncatura²¹.

4.5.1 Intervalos de integração e amortecimento numérico

Como regra geral, na maioria dos métodos utilizados na análise dinâmica, a resposta dinâmica dum sistema simples adquire uma boa definição com erros pouco representativos, quando se escolhe uma dimensão para o intervalo Δt entre $\frac{T}{20}$ e $\frac{T}{10}$, em que T é o período próprio do sistema. O problema dos sistemas de múltiplos graus de liberdade, por consequência de toda a descritização em elementos finitos, é de apresentar, em igual número, múltiplos períodos próprios de vibração. Ora, estes períodos podem chegar a valores tão baixos (modos de elevada frequência), que a escolha dum tal intervalo Δt que pudesse abranger esses modos levaria a uma resolução demasiado morosa e praticamente incomportável.

Assim, a resposta destes modos de vibração, que pouco participam como se sabe na resposta global duma estrutura sujeita a uma acção sísmica, acabam por afectar os resultados, em particular causando excursões erradas no regime não-linear (Broderick *et al.* [9]). Por este motivo, o maior desafio da formulação dos métodos de integração directa tem sido o de dissipar numericamente a energia dos modos de elevada frequência, removendo a sua participação na resposta da estrutura, sem afectar os modos fundamentais. Exemplos de métodos dissipativos são o método

¹⁸Propriedade que todos os métodos possuem por definição, designada por convergência.

¹⁹Energia que o método introduz ou dissipa na resposta dinâmica da estrutura.

²⁰Amplificação dos erros dum passo para os passos seguintes. Resolve-se em geral com a redução de Δt . Alguns métodos apresentam, para determinados sistemas, valores máximos de Δt para que o método seja estável, designados por métodos *condicionalmente estáveis*.

²¹O uso de funções demasiado simples (*e.g.*, poucos termos nas expressões em série de Taylor) para descrever o comportamento de cada passo.

de Houbolt [32], o método de Wilson- θ [3] e o método de Newmark [47], entre outros.

Com o recurso a estes métodos, sugere-se a corrida duma primeira análise com um Δt dentro dos valores supra-indicados, e correr uma segunda análise com um passo mais pequeno, avaliando as diferenças. No presente trabalho, utilizou-se um passo $\Delta t = 0,03$ s.

4.5.2 Método de Hilber-Hughes-Taylor

O método utilizado nos dois programas de cálculo foi o método de Hilber-Hughes-Taylor [30], apontado como aquele que mais efectivamente dissipa os modos superiores sem afectar a resposta dos modos inferiores, e que é aplicável na maioria dos problemas dinâmicos [9], não só no caso da acção sísmica. Este método deriva da generalização do método de Newmark [47], sendo este por sua vez uma generalização do método da Aceleração Constante.

Se se considerar constante a resposta em aceleração $\{\ddot{d}\}$ de valor igual à média entre os valores extremos de cada passo, as expressões da velocidade e do deslocamento são dadas por

$$\{\dot{d}\}_{n+1} = \{\dot{d}\}_n + \Delta t \left[\frac{1}{2}\{\ddot{d}\}_n + \frac{1}{2}\{\ddot{d}\}_{n+1} \right] \quad (4.24)$$

$$\{d\}_{n+1} = \{d\}_n + \Delta t\{\dot{d}\}_n + \Delta t^2 \left[\frac{1}{4}\{\ddot{d}\}_n + \frac{1}{4}\{\ddot{d}\}_{n+1} \right] \quad (4.25)$$

e ao substituírem-se na equação do movimento no instante t_{n+1}

$$[m]\{\ddot{d}\}_{n+1} + [c]\{\dot{d}\}_{n+1} + [k]\{d\}_{n+1} = \{f\}_{n+1} \quad (4.26)$$

podem determinar-se todas as grandezas no final do passo.

O método de Newmark [47] introduz dois parâmetros β e γ que redefine a forma como as grandezas do início dum passo contribuem para a resposta no final do passo:

$$\{\dot{d}\}_{n+1} = \{\dot{d}\}_n + \Delta t \left[(1 - \gamma)\{\ddot{d}\}_n + \gamma\{\ddot{d}\}_{n+1} \right] \quad (4.27)$$

$$\{d\}_{n+1} = \{d\}_n + \Delta t\{\dot{d}\}_n + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\{\ddot{d}\}_n + \beta\{\ddot{d}\}_{n+1} \right] \quad (4.28)$$

apresentando dissipação numérica para $\gamma > \frac{1}{2}$ e estabilidade incondicional para $\beta \geq (\gamma + \frac{1}{2})^2/4$.

O método de Hilber-Hughes-Taylor [30] adopta porém um novo parâmetro para controlar a dissipação, α , definindo os parâmetros anteriores com as expressões

$$\gamma = \frac{1}{2}(1 - 2\alpha) \quad \beta = \frac{1}{4}(1 - 4\alpha)^2 \quad (4.29)$$

O parâmetro α é ainda implementado na própria equação de movimento para controlar o peso das grandezas do instante t_n no cálculo das grandezas no instante t_{n+1}

$$\begin{aligned} [m]\{\ddot{d}\}_{n+1} + (\mathbf{1} + \alpha)[c]\{\dot{d}\}_{n+1} - \alpha[c]\{\dot{d}\}_n + (\mathbf{1} + \alpha)[k]\{d\}_{n+1} - \\ - \alpha[k]\{d\}_n = (\mathbf{1} + \alpha)\{f\}_{n+1} - \alpha\{f\}_n \end{aligned} \quad (4.30)$$

E assim, quando $\alpha = 0$ o método reduz-se ao método de Newton com $\gamma = \frac{1}{2}$ e $\beta = \frac{1}{4}$, que se traduz por sua vez no método da Aceleração Constante, incondicionalmente estável e sem dissipação numérica. Embora se trate dum método implícito, é possível demonstrar que se pode

converter a Equação 4.30, substituindo as Equações 4.27 e 4.28, na seguinte forma explícita para resolução numérica

$$[\tilde{\mathbf{k}}]\{\Delta d\}_n = \{\Delta \tilde{\mathbf{f}}\}_n \quad (4.31)$$

onde

$$[\tilde{\mathbf{k}}] = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [m] + \frac{(1-\alpha)\gamma}{\beta \Delta t} [c] + [k] - \alpha \quad (4.32)$$

$$\{\Delta \tilde{\mathbf{f}}\}_n = (1-\alpha)\{f\}_{n+1} - \alpha\{f\}_n - [\tilde{\mathbf{m}}]\{\ddot{d}\}_n - [\tilde{\mathbf{c}}]\{\dot{d}\}_n - \{R\}_n \quad (4.33)$$

em que

$$[\tilde{\mathbf{m}}] = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) [m] + (1-\alpha) \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \Delta t [c] \quad (4.34)$$

$$[\tilde{\mathbf{c}}] = -\frac{1}{\beta \Delta t} [m] + \left(1 - \frac{(1-\alpha)\gamma}{\beta}\right) [c] \quad (4.35)$$

A Figura 4.11 ilustra a dissipação numérica que introduz o método de Hilber-Hughes-Taylor nos modos de vibração, para diferentes valores da razão entre o período próprio do modo e do passo de integração Δt .

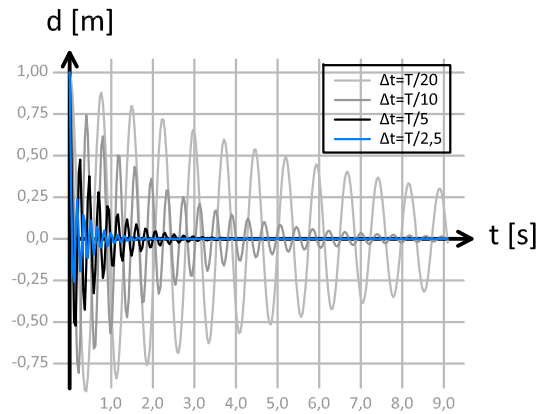


Figura 4.11: Dissipação numérica de osciladores livres.

4.5.3 Amortecimento viscoso e hysterético

A dissipação real de energia da estrutura dum edifício durante um comportamento dinâmico tem essencialmente origem na excursão em regime plástico dos materiais estruturais. Esta dissipação provoca uma diminuição da amplitude dos deslocamentos sofridos ao longo dos ciclos, fenómeno a que se dá o nome de amortecimento hysterético, e que está implicitamente presente na formulação não-linear dos modelos de fibras e dos modelos hysteréticos propriamente ditos.

Porém, a dissipação de energia ocorre ainda devido a um vasto conjunto de efeitos também eles não-lineares, não devido à entrada em regime não-linear como se definiu no Capítulo 2, mas cuja contabilização carece duma avaliação rigorosa. Referem-se a título de exemplo os fenómenos de atrito nas ligações entre elementos estruturais, como também com os elementos não-estruturais, o atrito entre fendas, a dissipação de energia através da fundação por meio de ondas elásticas no solo, a própria presença de aparelhos dissipadores de energia, entre outros.

Este tipo de amortecimento é geralmente implementado na análise de estruturas como amortecimento viscoso, *i.e.*, proporcional à velocidade de deformação dos elementos, e que pode por isso ser associada aos graus de liberdade da estrutura (matriz de amortecimento $[c]$).

A calibração deste amortecimento tem vindo a ser alvo de estudos teóricos e experimentais sendo que, por sair fora do âmbito da dissertação, se refere a admissão, utilizada nos modelos, duma matriz de amortecimento $[c]$ proporcional à matriz de rigidez $[k]$ na forma

$$[c] = \frac{T_1 \xi}{\pi} [k] \quad (4.36)$$

em que T_1 denota o período fundamental da estrutura e ξ o factor de amortecimento referido na Secção 4.2.1 (pág. 56). Para mais informação relativa ao amortecimento viscoso, recomenda-se *e.g.* a leitura de Hall [27].

Atendendo aos valores de T_1 e ξ , utilizou-se assim

$$\begin{cases} T_1 = 0,615 \\ \xi = 0,05 \end{cases} \quad [c] = 9,79 \times 10^{-3} [k]$$

CAPÍTULO 5

Análise de resultados

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos com os dois programas de cálculo e os diversos modelos e análises realizadas. Pretende-se avaliar a influência da modelação e dos programas nos resultados obtidos, com especial ênfase nas análises estáticas e dinâmicas não-lineares.

5.1 Introdução

A análise dos resultados das análises sísmicas definidas no Capítulo 4, obtidos com os modelos estruturais apresentados no Capítulo 3, constituiu um dos passos mais relevantes para satisfazer o objectivo central da dissertação: comparar os resultados obtidos com os dois programas, e com diferentes os diferentes modelos e análises efectuadas. Porém, devido à complexidade da estrutura e devido a problemas computacionais nos programas ainda em fase de desenvolvimento, nem todos os modelos não-lineares elaborados puderam correr devidamente e fornecer resultados. Como forma de sistematizar todas as análises realizadas e resultados, apresenta-se na Tabela 5.1 uma lista dos modelos desenvolvidos e dos tipos de análises realizadas, identificando com o símbolo ✓ aquelas em que se teve sucesso na obtenção de resultados.

Com os modelos lineares correram-se apenas análises dinâmicas lineares, ou seja, análise às cargas verticais e análise modal por espectro de resposta. Os modelos lineares elaborados no *SAP2000* e no *SeismoStruct* diferem apenas nas características de rigidez dos materiais¹, com os quais se pretendeu avaliar a influência que estas variações apresentam nas características dinâmicas da estrutura. Os modelos de plasticidade concentrada diferem entre si na modelação das rótulas plásticas, quer com os modelos de fibras quer com os modelos de relações histeréticas, ambos implementados em cada um dos programas de cálculo. Nestes modelos mantiveram-se as características de rigidez inicial dos materiais nos segmentos elásticos lineares, bem como nas idealizações momento-rotação $M-\theta$ das rótulas plásticas nos modelos de relações histeréticas. Para avaliar o efeito do comprimento de rótula plástica, definiram-se relações histeréticas que abrangessem diferentes valores de L_p , dependentes dum único parâmetro: a percentagem da altura da secção λ . As análises lineares nestes modelos serviram somente para validação, através da verificação do equilíbrio de cargas verticais e dos períodos de vibração. Em cada um dos modelos fizeram-se análises *pushover* para cada valor de λ , e aplicou-se o método N2 apenas nos modelos com $\lambda = 0,75$, sobre os quais se realizaram igualmente as análises dinâmicas não-

¹Para o betão considerou-se uma rigidez de 100 e 50% da rigidez de cálculo 19,6 GPa, e para o aço considerou-se 100, 50 e 0% da rigidez de cálculo 200 GPa (ver Secção 3.2, pág. 33).

lineares. Embora seja clarificado mais adiante, refere-se que as análises dinâmicas não-lineares realizadas no *SAP2000* apenas conseguiram chegar ao fim quando se consideraram acelerogramas de intensidade inferior (✓!). Quanto às tentativas de definição dos dois modelos de plasticidade concentrada no *SeismoStruct* (modelos B2.1 e B2.2), refira-se que com nenhum não foi possível obter resultados em nenhum tipo de análise, nem tão pouco quando a estrutura se sujeita apenas às cargas verticais. Os problemas foram relatados à equipa de suporte técnico da *SeismoSoft Ltd.* que após várias tentativas concluiu que o modelo era ainda bastante complexo para poder ser analisado pelo programa. Os modelos B2.1 e B2.2 foram então postos de parte na análise e, por essa razão, não se lhes fará mais referência neste capítulo.

Quanto aos modelos de plasticidade distribuída, realizados apenas no *SeismoStruct*, apresenta-se o modelo de elementos de plasticidade distribuída em todo o comprimento (modelo B3.1) e os modelos em que estes se decompuseram em elementos de plasticidade distribuída junto às extremidades e um elemento elástico linear na parte central (modelos B3.2). Estes últimos, designados neste trabalho por modelos de plasticidade distribuída limitada, dividem-se igualmente consoante o comprimento dos elementos de plasticidade distribuída, em função do parâmetro λ . Sobre estes modelos foram realizadas as mesmas análises dos modelos de plasticidade concentrada, tendo sido também escolhido $\lambda = 0,75$ para aplicar o método N2 e realizar as análises dinâmicas não-lineares.

5.2 Comportamento elástico linear da estrutura

Apresentam-se, nesta secção, as características dinâmicas da estrutura e os resultados da sua resposta face às acções verticais e face às acções sísmicas, considerando que a estrutura apresenta um comportamento apenas em regime elástico linear, com uma rigidez estrutural fixa e igual ao valor inicial.

5.2.1 Características dinâmicas lineares

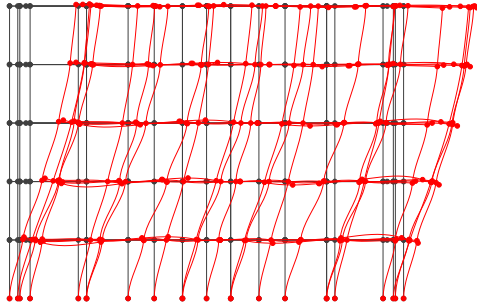
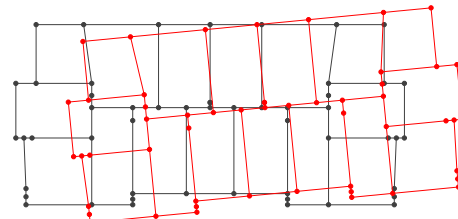
Os três primeiros modos de vibração da estrutura, obtidos através da análise modal por valores e vectores próprios com o *SeismoStruct* (modelo B1.1.3), estão representadas nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

Pode observar-se, através da leitura da Figura 5.1, como o primeiro modo de vibração da estrutura ocorre, quase na sua totalidade, com a translação dos pisos segundo o eixo x , o que se pode confirmar pela elevada percentagem de massa efectiva segundo aquela direcção $M_{d_x}^{\text{eff}}$. Porém, verifica-se a presença de torção do edifício nesta configuração, identificada pela ligeira rotação dos pisos, o que denuncia de certa forma a sua sensibilidade à torção, que foi atribuída pela classificação do sistema estrutural² conforme preconiza o EC8 [50].

O segundo modo, pelo contrário, corresponde a uma translação pura dos pisos segundo y (ver Figura 5.2), resultante da simetria do edifício em relação a este eixo, e que apresenta menor energia relativamente ao modo de torção (modo seguinte) devido à presença de paredes

²Pode consultar-se a classificação estrutural do edifício segundo o EC8 [50] (sistema torcionalmente flexível), para fins do cálculo dos coeficientes de comportamento, no Anexo B.2, pág. III.

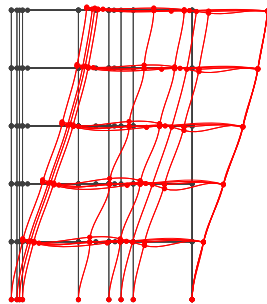
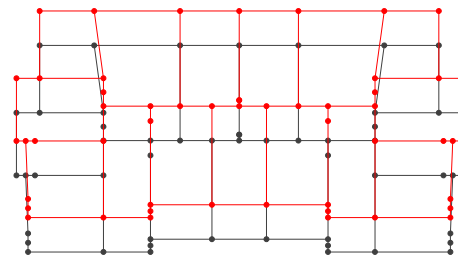
Modo	T [s]	f [Hz]	$M_{d_x}^{\text{eff}}$ [%]	$M_{d_y}^{\text{eff}}$ [%]
1	0,615	1,63	76,7	0,0

(a) Alçado segundo x 

(b) Planta do último piso

Figura 5.1: Deformada do primeiro modo de vibração.

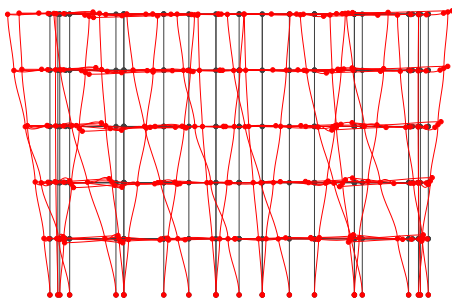
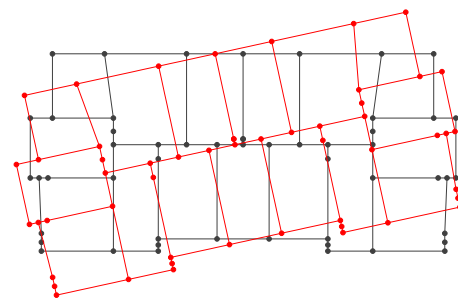
Modo	T [s]	f [Hz]	$M_{d_x}^{\text{eff}}$ [%]	$M_{d_y}^{\text{eff}}$ [%]
2	0,592	1,69	0,0	78,0

(a) Alçado segundo y 

(b) Planta do último piso

Figura 5.2: Deformada do segundo modo de vibração.

Modo	T [s]	f [Hz]	$M_{d_x}^{\text{eff}}$ [%]	$M_{d_y}^{\text{eff}}$ [%]
3	0,508	1,97	5,0	0,0

(a) Alçado segundo x 

(b) Planta do último piso

Figura 5.3: Deformada do terceiro modo de vibração.

orientadas segundo esta direcção, relativamente afastadas do centro de massa dos pisos.

O terceiro modo caracteriza-se essencialmente pela torção do edifício (Figura 5.3), verificando-se uma pequena percentagem de massa a contribuir para a translacção em x .

Na Tabela 5.2 e Figura 5.4, apresenta-se a variação dos períodos de vibração dos primeiros modos da estrutura, com a alteração dos módulos de elasticidade do aço E_s e do betão E_c , nos dois programas de cálculo.

modo	<i>SeismoStruct</i>			<i>SAP2000</i>	
	$E_s = 200$	$E_s = 100$	$E_s = 0$	(s/ armaduras)	
$E_c = 19,2$	1	0,615	0,634	0,656	0,670
	2	0,592	0,610	0,631	0,638
	3	0,508	0,524	0,542	0,555
	4	0,194	0,202	0,208	0,214
	5	0,172	0,178	0,185	0,190
	6	0,152	0,158	0,164	0,170
$E_c = 9,6$ (50%)	1	0,823	0,870	0,927	0,947
	2	0,679	0,718	0,766	0,902
	3	0,791	0,837	0,892	0,786
	4	0,258	0,274	0,293	0,303
	5	0,203	0,216	0,231	0,269
	6	0,230	0,244	0,262	0,241

Tabela 5.2: Influência da rigidez das armaduras e do betão [GPa] nos períodos de vibração [s] da estrutura.

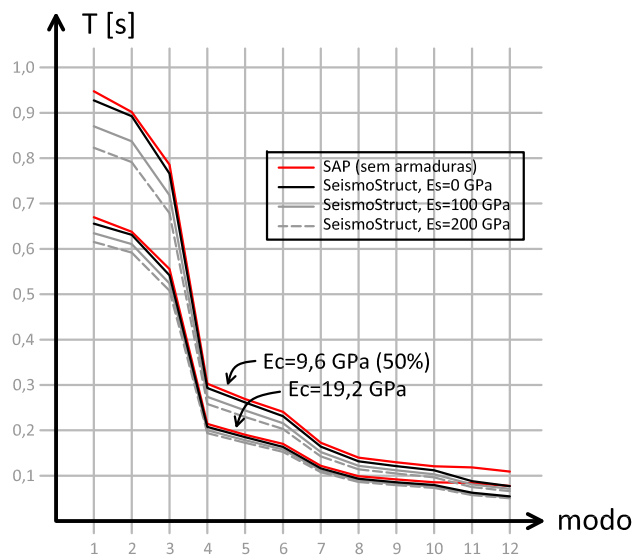


Figura 5.4: Influência da rigidez das armaduras e do betão [GPa] nos períodos de vibração [s] da estrutura.

Em primeira análise, pode verificar-se como os resultados obtidos com o *SAP2000* são razoavelmente próximos aos do *SeismoStruct*, quando a rigidez das armaduras é nula, o que equivale a não as considerar nesta análise, o que é de facto admitido com o *SAP2000*. Observa-se também que, tal como referido na Secção 3.2 (pág. 33), os resultados são bastante mais sensíveis à variação da rigidez do betão do que à das armaduras. Observa-se aliás que a razão entre os períodos com diferente módulo de elasticidade do betão está entre 1,3 e 1,4 próximo de $\frac{1}{\sqrt{0,5}}$, resultado do facto de T ser proporcional a $\sqrt{\frac{m}{k}}$, e que constitui portanto a redução de quase 50% da rigidez da estrutura. Recorde-se no entanto que a rigidez do aço assume elevada importância no valor da resistência das secções de betão armado, condicionando esta por sua vez a sua entrada em regime não-linear.

5.2.2 Resposta às acções gravíticas

A análise às cargas verticais revelou-se importante na definição das relações momento-curvatura dos pilares, uma vez que estas dependem do valor do esforço axial instalado nestes elementos. Como a variação dos esforços em geral nos vários modelos não é significativa, optou-se, na definição dos diagramas momento-curvatura, pela distribuição obtida com o *SAP2000*, cujo esforço axial se ilustra na Figura 5.5, em planta e em altura.

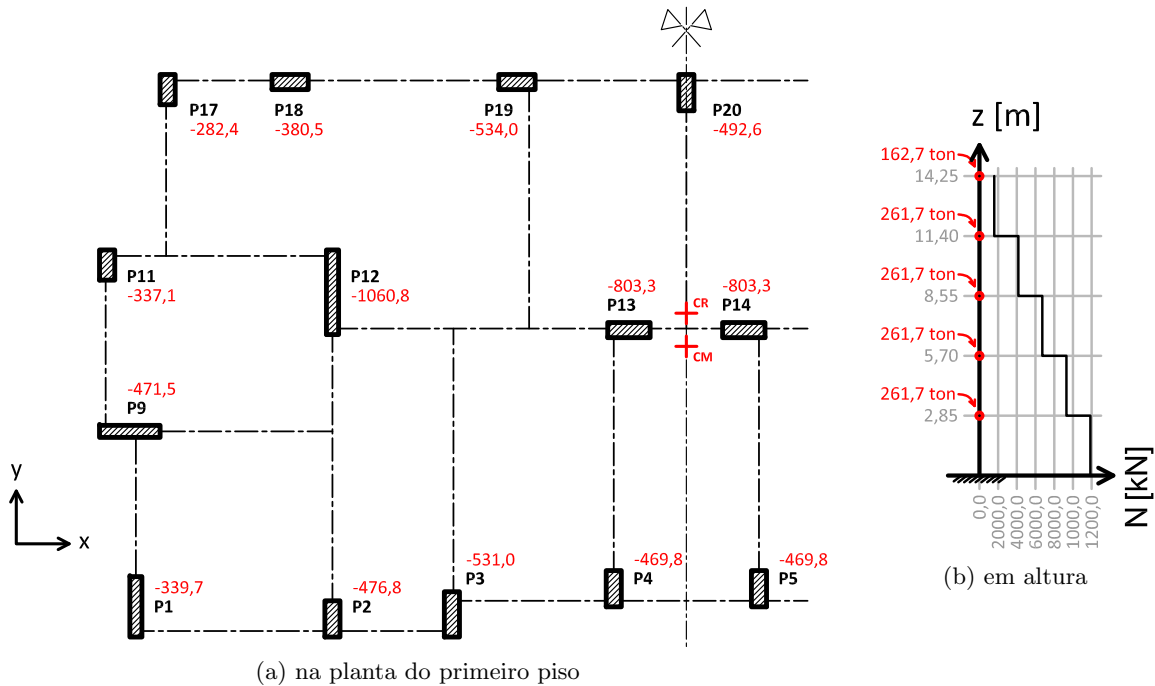


Figura 5.5: Distribuição do esforço axial nos elementos verticais, devido às cargas gravíticas – SAP2000 (modelo A1.1).

5.2.3 Resposta à acção sísmica

Para ilustrar a resposta linear da estrutura à acção sísmica, apresenta-se na Figura 5.6 a distribuição em planta e em altura do esforço transversal gerado nos elementos verticais, em percentagem das forças de corte basal, obtida com a análise dinâmica linear por espectro de resposta. Observa-se como os elementos parede resistem na direcção x a 27,2% da força de corte basal, e a 54,2% na direcção y , donde se classificaria o sistema estrutural, conforme definido no EC8 [50], de misto equivalente a pórtico segundo x e de parede segundo y , se a estrutura não apresentasse sensibilidade à torção³.

Para avaliar a deformação, apresenta-se na Figura 5.7 o deslocamento absoluto do último piso segundo a direcção x , obtido com uma análise dinâmica linear ao longo do tempo⁴ usando a primeira combinação⁵ do acelerograma de Northridge, nas três intensidades consideradas. Para identificar a gama de períodos de resposta da estrutura, representou-se na mesma figura, um gráfico de barras com os valores do dobro das dimensões entre os máximos e mínimos locais do deslocamento, *i.e.*, os períodos de oscilação. Porém, uma vez que os pontos de estacionaridade são, por vezes, difíceis de identificar, *e.g.*, no início da resposta, não se encontram nessas zonas representados, servindo assim o gráfico apenas para uma percepção qualitativa do comportamento dinâmico da estrutura com esta modelação.

Observa-se então que o deslocamento atinge, neste acelerograma, um máximo de 8 cm por

³Sobre a classificação do sistema estrutural, consultar o Anexo B.2, pág. III.

⁴Trata-se duma análise executada no SAP2000, que embora não esteja incluída no Capítulo 4 se assemelha à análise dinâmica não-linear apresentada na Secção 4.5 (pág. 68), com a excepção de se manter fixa a matriz de rigidez da estrutura.

⁵O conjunto dos seis acelerogramas é constituído por duas combinações direccionais por cada um dos três registos sísmicos. São apresentas na Figura 4.5, pág. 59.

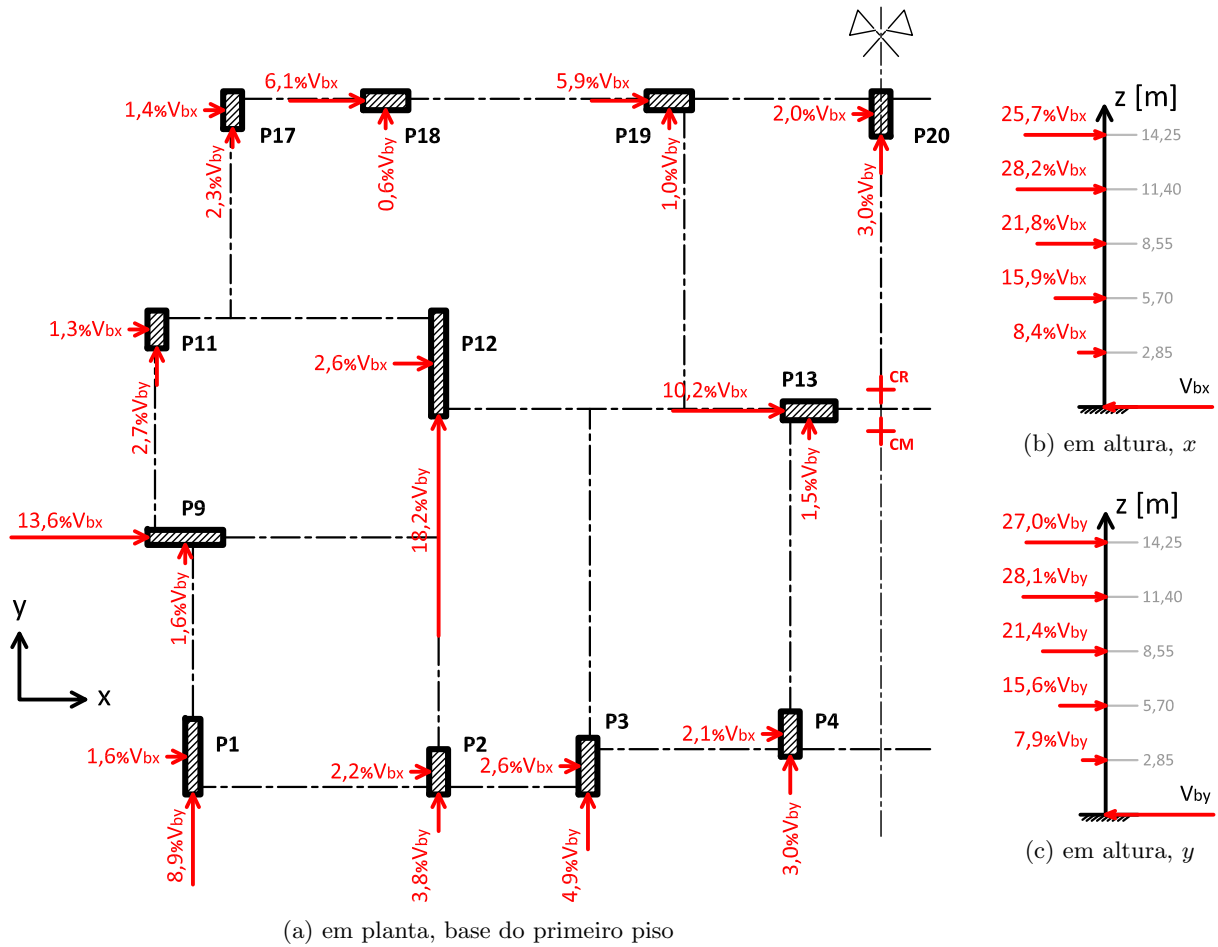


Figura 5.6: Distribuição das forças de inércia máximas pelos elementos verticais e em altura, obtidos com o espectro de resposta elástico – *SAP2000* (modelo A1.1).

volta dos 9 s e os períodos de vibração flutuam em torno dos 0,7 s, próximos do período próprio do primeiro modo (0,67 s). Este tipo de representação será relevante quando considerado o comportamento não-linear, sendo que neste caso, quando se varia a intensidade, os resultados

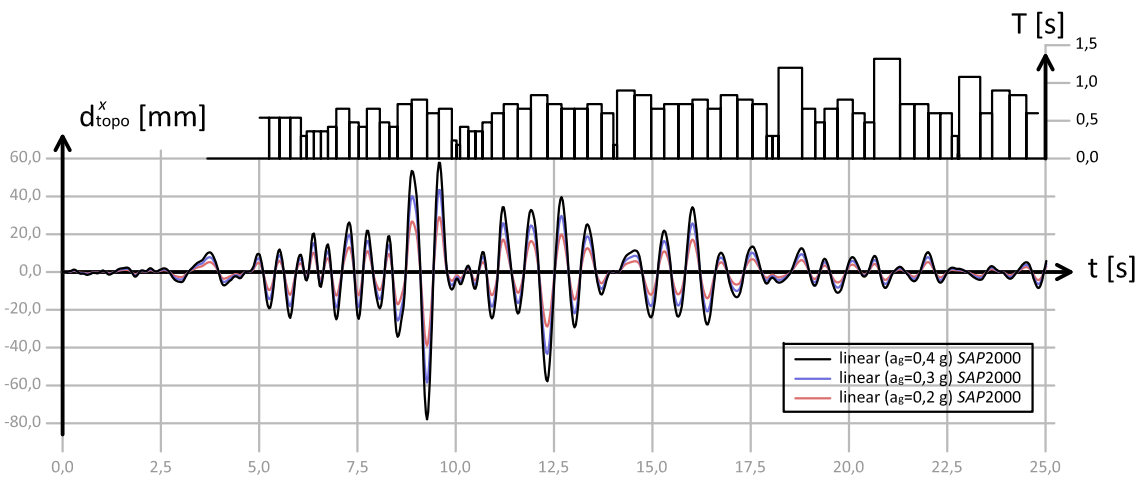


Figura 5.7: Deslocamento do último piso segundo x , análise dinâmica linear, Northridge comb1. *SAP2000* (modelo A1.1).

são, como esperado, proporcionais, sem haver alterações na gama de períodos. Os resultados obtidos com os restantes acelerogramas encontram-se no Anexo D (pág. XV).

Uma vez que a acção sísmica não é devidamente representada apenas por um acelerograma, a deformação obtida com a análise linear por espectro de resposta pode ser comparada com a mediana dos máximos obtidos com os seis acelerogramas em análises dinâmicas lineares ao longo do tempo. Na Figura 5.8 apresentam-se os deslocamentos absolutos e inter-pisos máximos para a intensidade de 0,4 g, e a tracejado os deslocamentos com as outras intensidades. Os resulta-

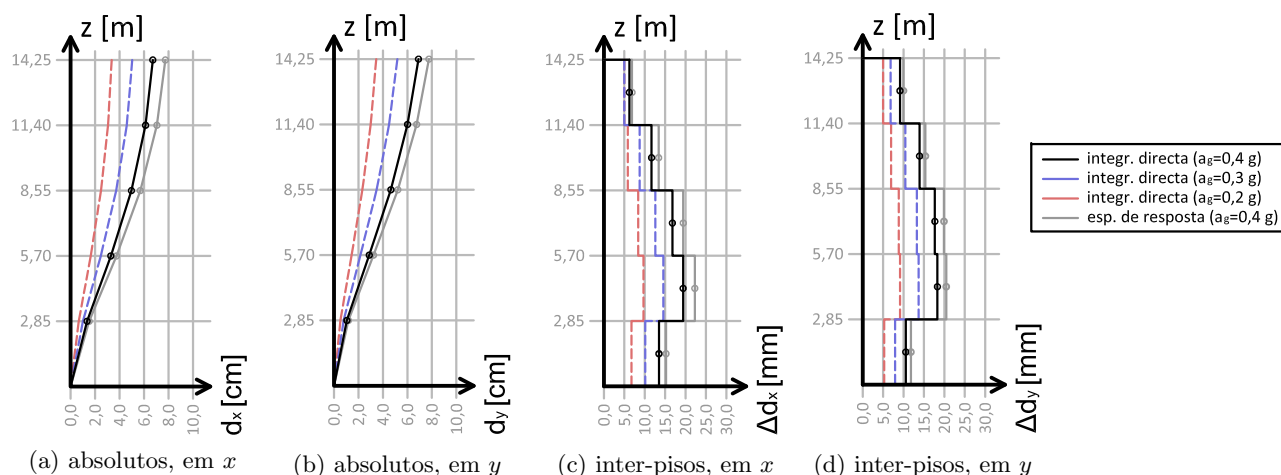


Figura 5.8: Deslocamentos laterais máximos dos pisos, obtidos com análise modal por espectro de resposta e com integração directa – *SAP2000* (modelo A1.1).

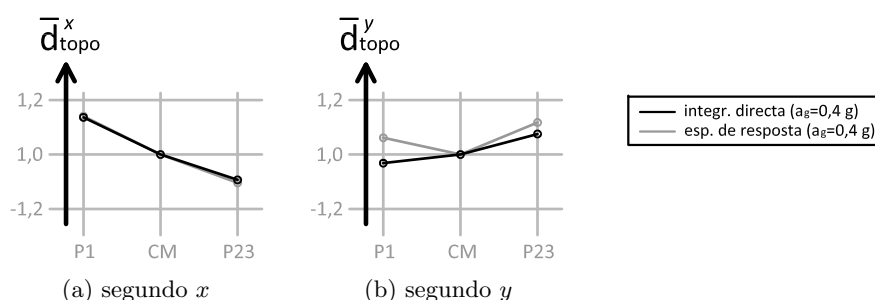
dos são bastante semelhantes, podendo porém identificar-se um ligeiro aumento na deformação obtida com o espectro de resposta. Pode ainda, relativamente à deformação do primeiro piso (Figuras 5.8c e 5.8d), notar-se um decréscimo em relação aos pisos superiores, o que se deve essencialmente ao encastramento a que estão sujeitas as bases dos pilares nos modelos utilizados, o que aumenta consideravelmente a rigidez do piso térreo. De facto, a rigidez deste piso depende fortemente das condições de apoio dos elementos verticais o que varia, como se referiu na Secção 3.2 (pág. 36), com a deformabilidade do solo ou com as condições de ligação com as caves, o que se verificou também no Anexo C (Tabela C.11, pág. XIV).

A dispersão dos resultados obtidos com os vários acelerogramas encontram-se na Tabela 5.3. Verifica-se um desvio padrão entre 1 e 2 mm, o que se espera ser consideravelmente inferior à dispersão que se obtém com o comportamento não-linear.

Para avaliar a torção do edifício, representam-se na Figura 5.9 os deslocamentos máximos horizontais dos topos dos pilares P1 e P23 (extremos) segundo x e y , normalizados em relação aos máximos deslocamentos do centro de massa do último piso, com as duas análises anteriores. Verifica-se que segundo x o deslocamento de P1 é superior ao do centro de massa, o que identifica um lado mais rígido da estrutura no alinhamento de P23, devido à sua maior proximidade do centro de rigidez do piso, principal factor responsável pela torção do edifício. Os resultados obtidos nesta direcção são praticamente coincidentes. Segundo y observam-se igualmente movimentos de torção, que pela simetria da estrutura são unicamente devidos à combinação direccional da

Tabela 5.3: Dispersão dos deslocamentos inter-pisos obtidos para os seis acelerogramas por análise dinâmica linear – SAP2000 (modelo A1.1).

pisos	Δd_x [mm]					Δd_y [mm]				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
mediana	13,5	19,4	16,8	11,7	6,2	10,6	18,3	17,7	13,9	9,1
média-dp	11,8	17,1	15,0	10,5	5,6	9,0	15,9	15,7	12,4	8,1
média	13,6	19,5	16,9	12,0	6,4	10,4	18,1	17,7	13,8	9,0
média+dp	15,4	21,9	18,9	13,4	7,1	11,7	20,4	19,7	15,3	9,9

Figura 5.9: Rotação do último piso dada pelos deslocamentos em x e y de pontos extremos, para o comportamento linear da estrutura – SAP2000 (modelo A1.1).

acção sísmica, e por isso, apenas devidos à torção provocada pela acção segundo x , que provoca também deslocamentos segundo y . No caso da análise dinâmica modal por espectro de resposta, as acções são consideradas em separado usando a SRSS, pelo que os deslocamentos máximos do edifício terão de ser simétricos em y , havendo então neste caso uma pequena diferença por não estarem os dois pontos à mesma distância do eixo de simetria. No caso da análise por integração directa, a actuação é simultânea, pelo que a variedade das combinações da deformada do piso vai depender da relação dos períodos próprios associados às duas translações horizontais.

Quanto aos esforços, verifica-se *e.g.* que os valores do esforço transversal total de cada piso (ver Figura 5.10) obtidos com o espectro de resposta são também superiores àqueles que se obtêm por integração directa, o que faz com que se possa afirmar que os métodos de sobreposição modal conduzem nesta estrutura a uma solução, do ponto de vista do dimensionamento, menos económica mas conservativa, ou seja, apresenta maior exigência na deformação. Salienta-se porém que os valores reais dos esforços gerados na estrutura serão bastante inferiores, resultado do comportamento não-linear, como se verá na secção seguinte. Assim, será possível comparar estes esforços lineares com os esforços não-lineares para avaliar, ainda que numa forma aproximada⁶, a entrada da estrutura em regime não-linear nas várias intensidades da acção sísmica.

⁶A verificação não deixa de ser pouco rigorosa, uma vez que as deformações máximas a que se submetem os elementos estruturais, apesar de serem próximas, não são rigorosamente iguais.

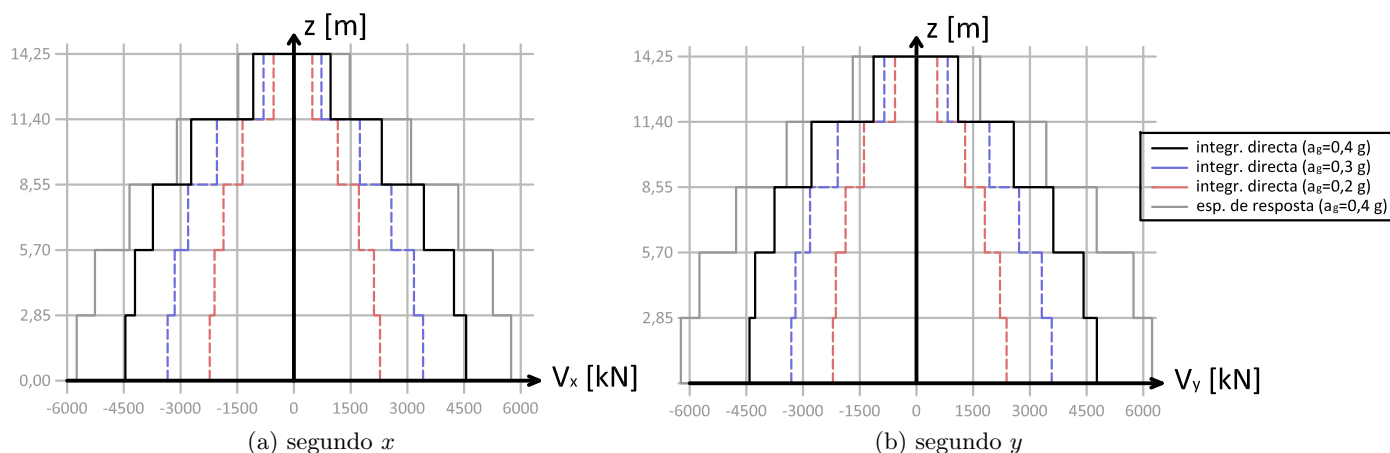


Figura 5.10: Esforços transversos totais dos pisos em x e y , obtidos com análise modal por espectro de resposta e com integração directa – *SAP2000* (modelo A1.1).

5.3 Comportamento não-linear da estrutura

Nesta secção apresentam-se os resultados das análises sísmicas realizadas que têm em conta o comportamento não-linear da estrutura. Salienta-se ainda, em relação à análise estática não-linear, o estudo desenvolvido sobre as curvas de capacidade da estrutura, obtidas com a análise *pushover*.

5.3.1 Aplicação de coeficientes de comportamento

Os coeficientes de comportamento aplicam-se, como referido na Secção 4.3.1 (pág. 62), aos esforços obtidos com as análises lineares, permitindo numa forma simplificada considerar o comportamento fisicamente não-linear da estrutura, com o objectivo particular de dimensionar os seus elementos estruturais. Neste caso, uma vez que o coeficiente de comportamento é igual nas duas direcções ($q_x = q_y = 2,0$), podem reduzir-se directamente os esforços obtidos com esta análise (Figura 5.10) para metade. Poder-se-iam comparar os esforços obtidos com as análises dinâmicas lineares, considerando os coeficientes de comportamento, com os esforços obtidos por análise não-linear, apenas com o objectivo de comparar o dimensionamento da estrutura relativamente àquele que seria exigido pelo EC8 [50]. Porém, uma vez que se consideraram nestas análises os valores médios de resistência não-majorados, o que significa que as análises não-lineares valorizam em excesso a resistência de dimensionamento, optou-se por excluir a referida avaliação do presente trabalho.

5.3.2 Análise das curvas de capacidade resistente

O comportamento não-linear duma estrutura pode, como referido anteriormente, ser caracterizado a partir das suas curvas de capacidade resistente. Com o objectivo de comparar os resultados obtidos com os vários modelos nos dois programas de cálculo, realizaram-se análises *pushover* com o carregamento lateral proveniente da configuração modal predominante em cada uma das direcções horizontais.

Em primeiro lugar, podem comparar-se as distribuições apresentadas nas Figuras 5.6b e 5.6c

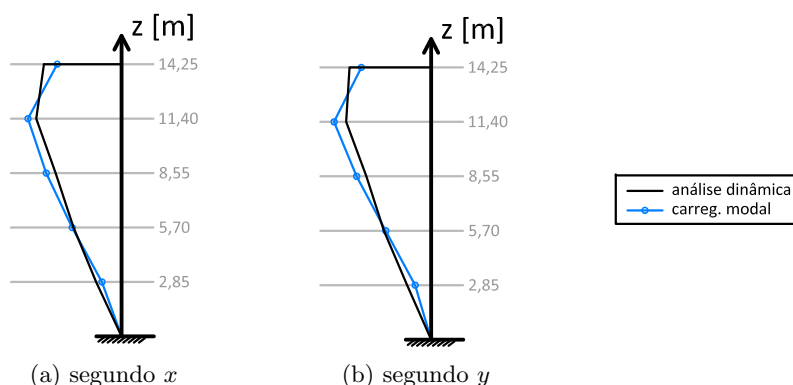


Figura 5.11: Comparação entre as distribuições dos carregamentos impostos nas análises *pushover* com as distribuições correspondentes às forças geradas em cada piso, obtidas por análise dinâmica linear por espectro de resposta, normalizadas para a mesma força de corte basal.

(pág. 79), obtidas com o espectro de resposta elástico, com as distribuições dos carregamentos modais utilizados na análise *pushover* (ver Figura 5.11). Observa-se que a distribuição obtida com a análise dinâmica apresenta um andamento mais suave em relação ao proposto na análise *pushover*, devido à participação dos modos de ordem superior, embora as diferenças não sejam significativas em cada direcção.

Apresentam-se então, na Figura 5.12 as curvas de capacidade obtidas no *SeismoStruct* com o modelo de plasticidade distribuída, sobre o qual se aplicaram, no sentido positivo de cada direcção, os carregamentos modal e uniforme. Observa-se que a estrutura apresenta, segundo a direcção *y*, uma resistência ligeiramente superior, assim como algum endurecimento pós-cedência. Na direcção *x*, pelo contrário, a resistência é atingida pouco depois da cedência, verificando-se um decréscimo precoce da força de corte basal. Quanto aos dois tipos de carregamento, verifica-se um aumento da rigidez e resistência da estrutura com o carregamento uniforme, mantendo-se porém semelhante o seu comportamento global. O facto deve-se ao aumento generalizado da

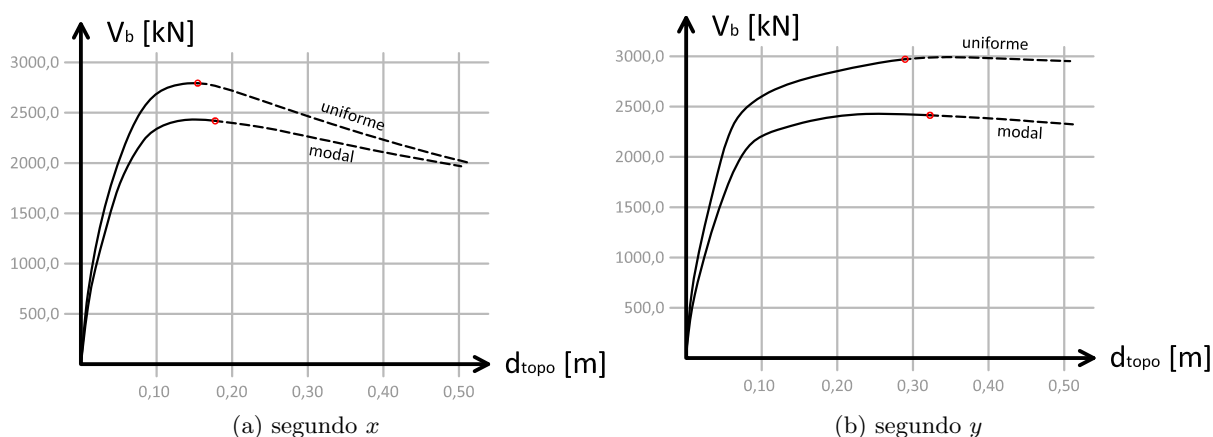


Figura 5.12: Curvas de capacidade com duas distribuições de carregamento lateral, obtidas com o modelo de plasticidade distribuída – *SeismoStruct* (modelo B3.1).

intensidade das forças com a cota do edifício na configuração modal de menor energia⁷, aumentando assim o esforço transversal em cada piso para a mesma força de corte basal, o que se traduz em maiores deformações, acabando por sua vez por afectar a resistência.

Uma das características dos modelos de fibras do *SeismoStruct*, mencionada no Capítulo 3, é a de não considerar a rotura dos materiais. Esta rotura é caracterizada, como se referiu, por uma perda de resistência das secções de betão armado que acaba por se acentuar com a sua degradação cíclica. Como consequência, os resultados com estes modelos no *SeismoStruct* tendem a valorizar por excesso a resistência da estrutura, mas sobretudo a sua ductilidade, uma vez que o colapso real se pode antecipar. Esta premissa foi representada nas curvas de capacidade, apenas por analogia com as curvas de resistência dos materiais (Figura 2.9, pág. 15), com um ponto vermelho que representa a acumulação de 10 avisos de rotura do betão ou do aço, nos diversos elementos estruturais⁸, a partir do qual a curva de capacidade pode já não representar com precisão o comportamento real da estrutura. Ainda assim os modelos de plasticidade distribuída são aqueles que, como referido na Secção 3.3.2 (pág. 48), conseguem fornecer previsões mais exactas da resposta não-linear da estrutura, pelo que serão usados como referência nos resultados obtidos com todos os outros modelos.

Na Figura 5.13 estão representadas as curvas de capacidade obtidas com a limitação do comprimento onde a plasticidade se pode desenvolver (ao longo do elemento), através da introdução dum elemento elástico na parte central, tal como referido na Secção 3.3.2.2 (pág. 51). Verifica-se que os resultados obtidos não diferem muito do modelo de plasticidade distribuída, mesmo quando se limita fortemente a plasticidade, *e.g.*, $\lambda = 0,25$. No entanto a dificuldade de convergência e o tempo consumido pela análise são crescentes com a limitação. De facto, quanto mais se limita o comprimento dos elementos de plasticidade distribuída, para se atingir o mesmo deslocamento de topo, maiores têm que ser as curvaturas, o que faz com que o momento gerado

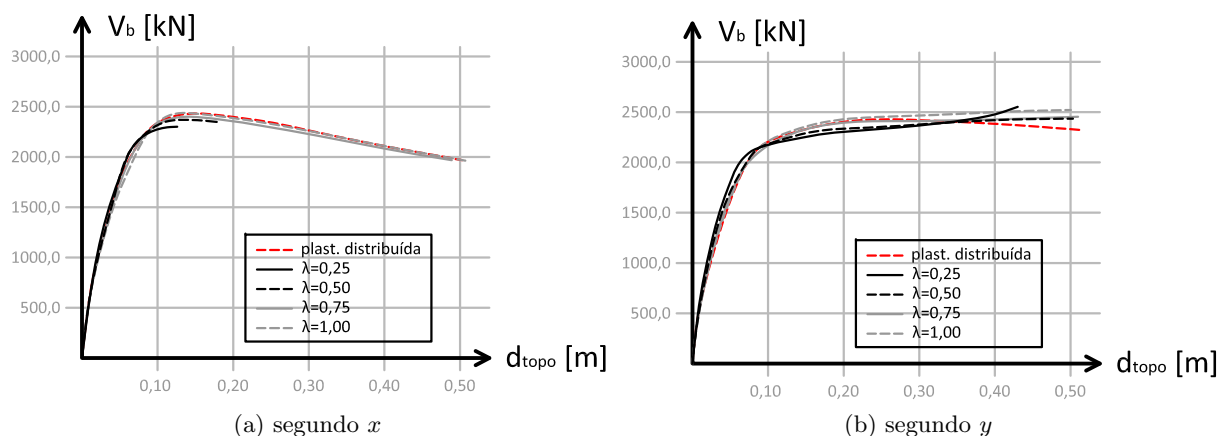


Figura 5.13: Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade distribuída limitada – *SeismoStruct* (modelos B3.2).

⁷A energia mecânica numa oscilação é inversamente proporcional ao período próprio de vibração, por isso refere-se assim à configuração modal de maior período.

⁸Os avisos são computados pelo *SeismoStruct* durante a análise. A imposição dum número limite de avisos foi definida empiricamente.

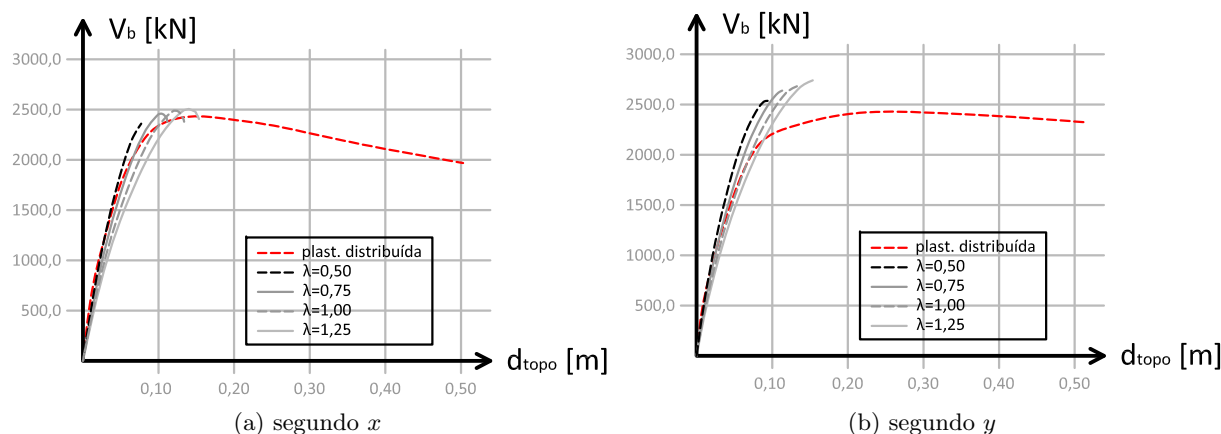


Figura 5.14: Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade concentrada, através do modelo de fibras – *SAP2000* (modelos B3.2.).

nas secções críticas seja superior. Desta forma, por analogia à questão dos tipos de carregamento, a rigidez inicial tem tendência a ser maior e a resistência apresentada pela estrutura a diminuir. O esforço computacional aumenta com a maior excursão em regime não-linear.

Os correspondentes resultados obtidos com os modelos de plasticidade concentrada elaborados no *SAP2000*, representam-se Figura 5.14, que apresenta as curvas de capacidade para vários comprimentos de rótula plástica, com o modelo de fibras da secção, tal como descrito na Secção 3.3.1.3 (pág. 47). Em primeiro lugar, salienta-se o facto das curvas terminarem para valores bastante mais baixos do deslocamento de topo, o que se deve essencialmente à rotura dos materiais. Ao contrário do *SeismoStruct*, o *SAP2000* considera a rotura dos materiais através duma descarga repentina nas tensões, o que no modelo de fibras se traduz numa perda de resistência no diagrama momento-rotação nas rótulas plásticas. O modelo começa assim a redistribuir os esforços e as deformações pela estrutura, o que resulta numa grande dificuldade de convergência, levando na maioria dos casos à interrupção da análise. Verifica-se tal como na Figura 5.13, que a rigidez diminui com o aumento do comprimento de rótula plástica, o que se deve ao facto de aumentarem as rotações, de acordo com a Equação 3.3 (pág. 42).

As curvas obtidas com os modelos de plasticidade concentrada disponíveis no *SAP2000* e definidas na Secção 3.3.1.2 (pág. 43), em que o comportamento é definido a partir das relações histeréticas (ver Figura 5.15), conduzem em ambas as direcções a uma avaliação consideravelmente inferior da resistência da estrutura. Nestes modelos verifica-se, como esperado, um andamento inicial das curvas de capacidade até às primeiras cedências praticamente coincidente para qualquer comprimento de rótula plástica. Este resultado deve-se ao facto das rótulas terem um comportamento rígido até à cedência, o que faz com que a resposta não seja até aí influenciada pelas suas características. Pode observar-se, como nos modelos anteriores, um aumento da deformação com o aumento de L_p , mas também, e principalmente na direcção y , um aumento da resistência. O fenómeno resulta da maior capacidade que a estrutura adquire em se deformar, e que tende a aumentar os valores dos esforços instalados nos elementos que permanecem em regime linear.

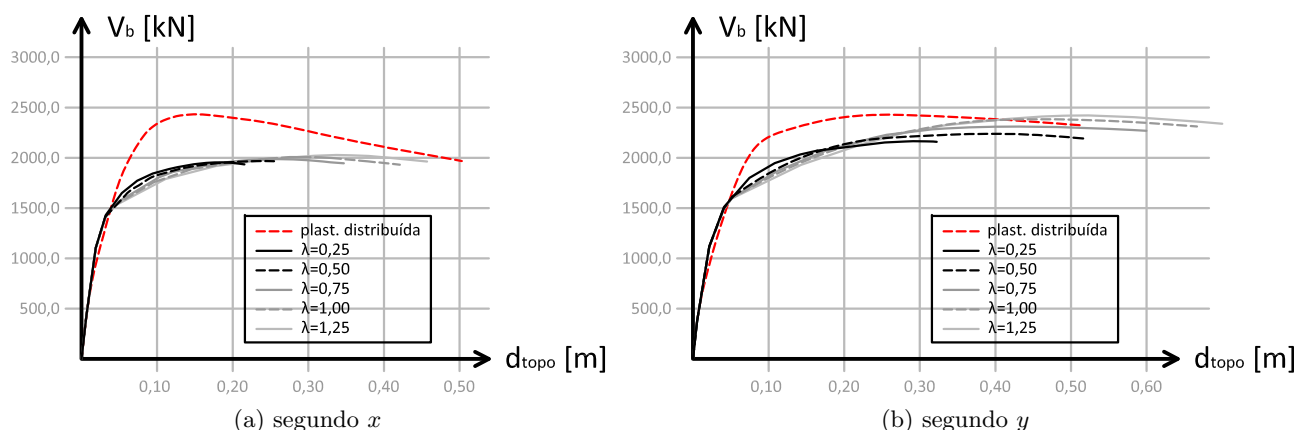


Figura 5.15: Curvas de capacidade com a distribuição modal do carregamento, obtidas com o modelo de plasticidade concentrada, através do modelos de relações histeréticas – *SAP2000* (modelo A2.2).

5.3.3 Resultados do método N2

Para a aplicação do método N2, escolheram-se os modelos cujo comprimento das rótulas plásticas (ou dos elementos de plasticidade distribuída, para limitar a plasticidade) é igual a 75% da altura das secções, *i. e.*, $\lambda = 0,75$, por ser aquele que em geral conduziu a resultados mais próximos dos correspondentes modelos com plasticidade distribuída. Os deslocamentos-objectivo determinados para os quatro modelos representados pelas curvas de capacidade, apresentam-se na Tabela 5.4 e Figura 5.16, assim como o ponto de esforços e deformações determinadas com o espectro de resposta inelástico do EC8 [50]. Relativamente a esta análise, saliente-se que os

Tabela 5.4: Deslocamentos-objectivo pelo método N2.

Modelo	B3.1	B3.2.3	A2.1.3	A2.2.3
d_u^x [m]	0,126	0,122	–	0,118
d_u^y [m]	0,126	0,125	–	0,123

deslocamentos obtidos com o modelo de plasticidade concentrada através do modelo de fibras (modelo A2.1.3) são superiores ao deslocamento máximo com a análise *pushover* pelo que, de acordo com este método, a estrutura não poderá resistir à deformação imposta pela acção sísmica com esta intensidade.

As deformações da estrutura correspondentes aos deslocamentos-objectivo determinados com os diversos modelos apresentam-se na Figura 5.17, juntamente com a deformação obtida com o modelo linear por espectro de resposta. Verifica-se, com este método, uma aproximação bastante boa da deformação entre os três modelos não-lineares, mas consideravelmente maior em relação aos resultados obtidos por sobreposição modal. É relevante notar que o aumento da deformação obtida com o comportamento não-linear encontra-se, no caso da direcção *x*, concentrada nos primeiros pisos do edifício, enquanto que em *y* o aumento se distribui também pelos pisos superiores. De facto, na passagem para um comportamento não-linear, com um sistema

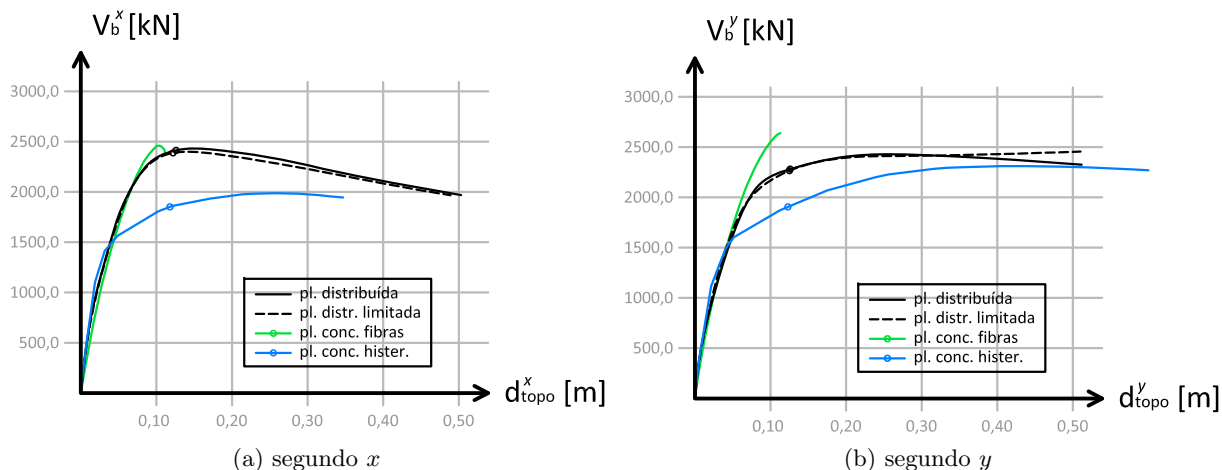


Figura 5.16: Representação dos deslocamentos-objectivo nas curvas de capacidade analisadas com o método N2 e espectro de resposta inelástico.

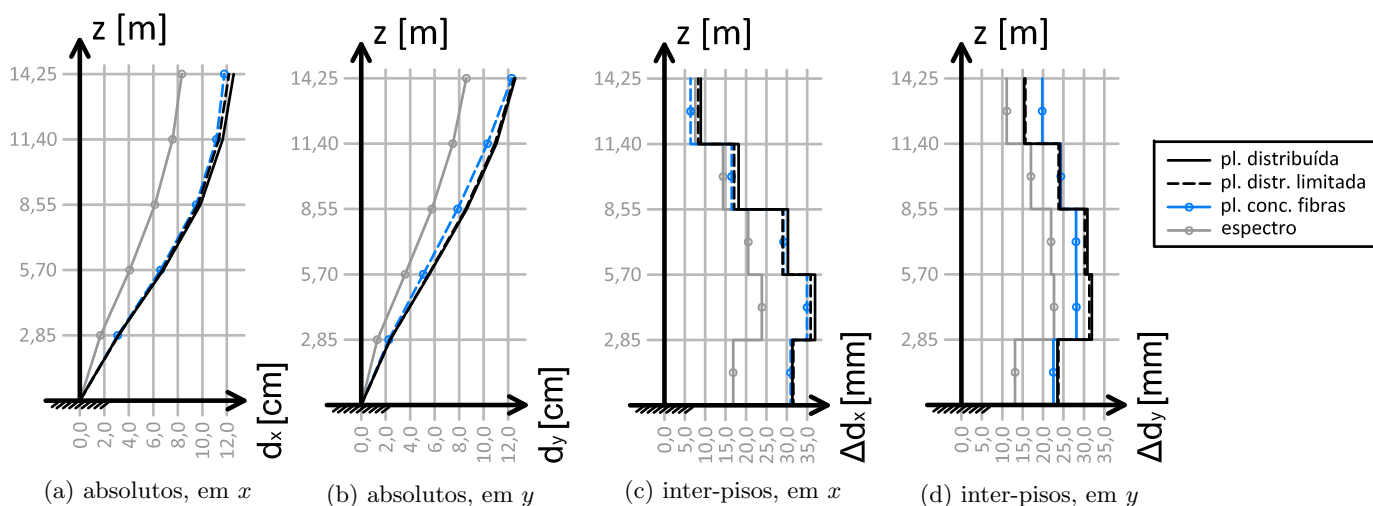


Figura 5.17: Deslocamentos laterais máximos dos pisos, obtidos por análise estática com o método N2 e por análise dinâmica modal com o espectro de resposta elástico.

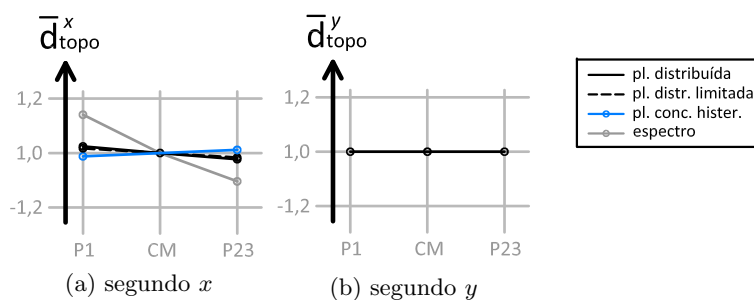


Figura 5.18: Rotação do último piso dada pelos deslocamentos em x e y de pontos extremos. Resultado do método N2.

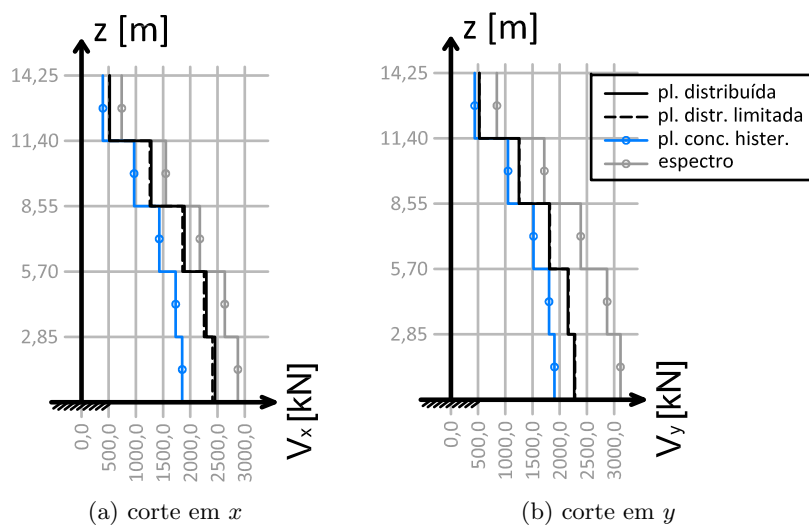


Figura 5.19: Esforço transversal em cada piso, nos modelos indicados, obtido por análise estática com o método N2 e por análise dinâmica modal com o espectro de resposta elástico.

pórtico é espectável que a deformação se distribua pelos pilares na base do edifício provocando uma deformação global do piso. Num sistema parede, pelo contrário, a deformação é maioritariamente concentrada na base das paredes estruturais, fazendo com que os deslocamentos se uniformizem em altura (Lopes [39]). Neste caso, a estrutura trata-se efectivamente dum sistema pórtico na direcção x , e dum sistema misto equivalente a parede na direcção y , embora acabe por se considerar com o EC8 [50] como um sistema torcionalmente flexível⁹. Ainda quanto à deformação, observe-se a deficiente avaliação que o método N2 apresenta em relação à torção do edifício (ver Figura 5.18), e que foi referida atrás na Secção 4.4.2.2 (pág. 67). Neste caso, representaram-se em y apenas os deslocamentos devidos à análise *pushover* em y , pelo que, por simetria, se obtém nula a torção.

Em relação aos esforços, apresentam-se novamente na Figura 5.19 os esforços transversos em cada piso, em comparação com os obtidos com a análise modal por espectro de resposta com coeficiente de comportamento. Observa-se, como esperado, uma redução considerável do esforço transversal com o modelo do *SAP2000*, causado pela baixa resistência das curvas de capacidade.

5.3.4 Análise dinâmica não-linear

Quanto à análise dinâmica não-linear, comece-se novamente por apresentar, por analogia à análise linear, o deslocamento do último piso segundo x na primeira combinação do acelerograma de Northridge (Figura 5.20), para as três intensidades consideradas. Recorde-se que todos os restantes resultados se encontram no Anexo D (pág. XVIII a XXVI). Observa-se uma alteração da gama de períodos, onde se verifica em geral a sua diminuição com a diminuição da intensidade da acção sísmica. De facto, quanto mais a estrutura progride em regime não-linear, mais baixa se torna a rigidez, acabando por alongar os ciclos da resposta.

O mesmo se pode concluir através duma comparação do modelo de plasticidade distribuída com o modelo com comportamento linear (ver Figura 5.21). Verifica-se um aumento significativo

⁹Para a classificação do sistema estrutural, consultar o Anexo B.2 (pág. III).

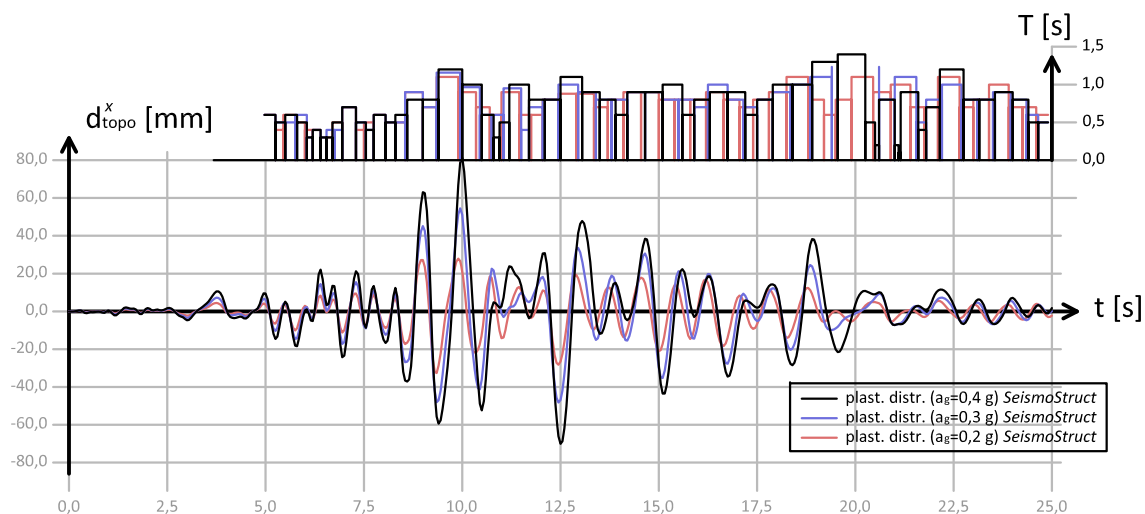


Figura 5.20: Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída *SeismoStruct* (modelo B3.1), para diferentes intensidades da acção sísmica.

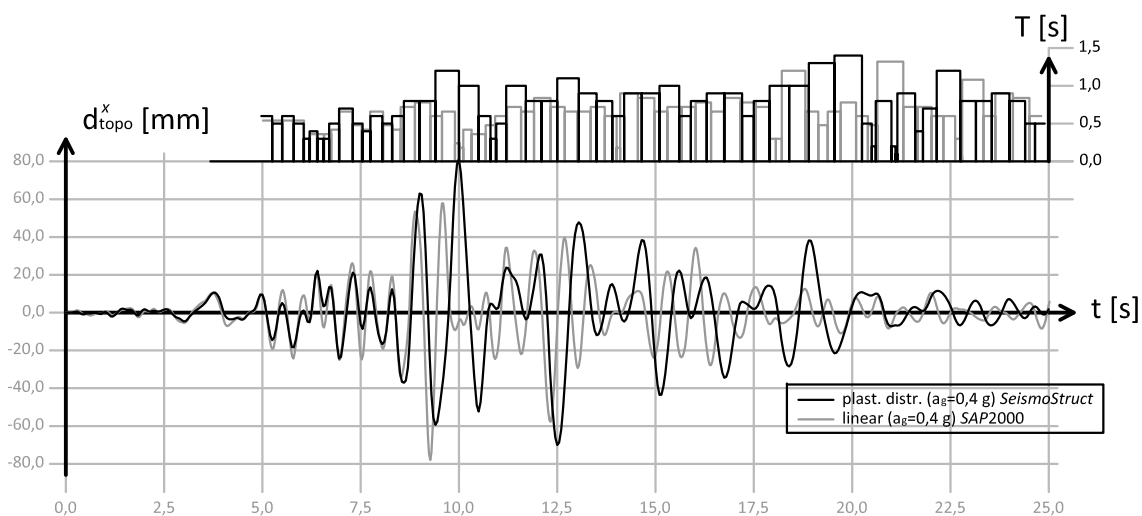


Figura 5.21: Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída *SeismoStruct* (modelo B3.1) e com o modelo linear *SAP2000* (modelo A1.1).

Tabela 5.5: Dispersão dos deslocamentos interpisos obtidos para os seis acelerogramas por análise dinâmica não-linear – *SeismoStruct* (modelo B3.1).

pisso	Δd_x [mm]					Δd_y [mm]				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
mediana	15,6	19,7	16,0	10,1	4,8	13,6	20,6	19,9	15,5	9,8
média-dp	11,5	15,5	13,1	8,6	4,1	10,3	16,0	15,4	11,9	7,7
média	15,0	19,4	16,4	10,6	5,0	13,2	20,2	19,7	15,3	9,7
média+dp	18,4	23,4	19,8	12,7	6,0	16,1	24,5	24,0	18,6	11,6

dos períodos de vibração da estrutura, o que se vê efectivamente com a resposta desfasada nos deslocamentos do último piso. Observa-se também, que apesar do deslocamento máximo não ser atingido no mesmo instante, um valor máximo muito próximo deste é atingido no semi-ciclo seguinte. Depois deste pico, os deslocamentos máximos de cada ciclo passam a ser sempre superiores ao deslocamentos observados com comportamento linear.

A dispersão dos resultados obtidos com os seis acelerogramas com o modelo de plasticidade distribuída encontram-se na Tabela 5.5. Observa-se um aumento consideravelmente maior do desvio padrão (entre 2 e 4 mm) em relação ao que se obteve com o comportamento linear (Tabela 5.3, pág. 81). Comprova-se assim de facto a variabilidade que adquire a resposta estrutural com as características dos acelerogramas, embora sejam estes ajustados para o mesmo espectro de resposta.

Relativamente ao modelo cuja plasticidade distribuída é limitada à extremidade dos elementos, apresenta-se igualmente na Figura 5.22, o deslocamento do último piso na direcção x ao longo do tempo. Observa-se, tal como esperado através do comportamento não-linear caracterizado pelas curvas de capacidade, como a resposta da estrutura com este modelo é bastante semelhante àquela que se obtém com a plasticidade distribuída, apesar de se registarem algumas diminuições das amplitudes, muito pouco significativas.

Em relação aos modelos de plasticidade concentrada, verificou-se a determinado instante, quer no modelo de fibras quer no modelo de relações histeréticas, elevadas dificuldades de convergência, pelo que não se conseguiu em todos os casos (combinações dos acelerogramas e várias intensidades) calcular a resposta até ao fim dos acelerogramas (25 s). A Tabela 5.6 apresenta os instantes em que se deram as paragens das análises por impossibilidade de convergência. Aponta-se que apenas com o modelo de relações histeréticas para uma intensidade de 0,2 g se conseguiu a quase totalidade dos acelerogramas definidos. Com o modelo de fibras apenas se podem comparar os instantes iniciais da resposta, uma vez que em nenhum caso se conseguiu

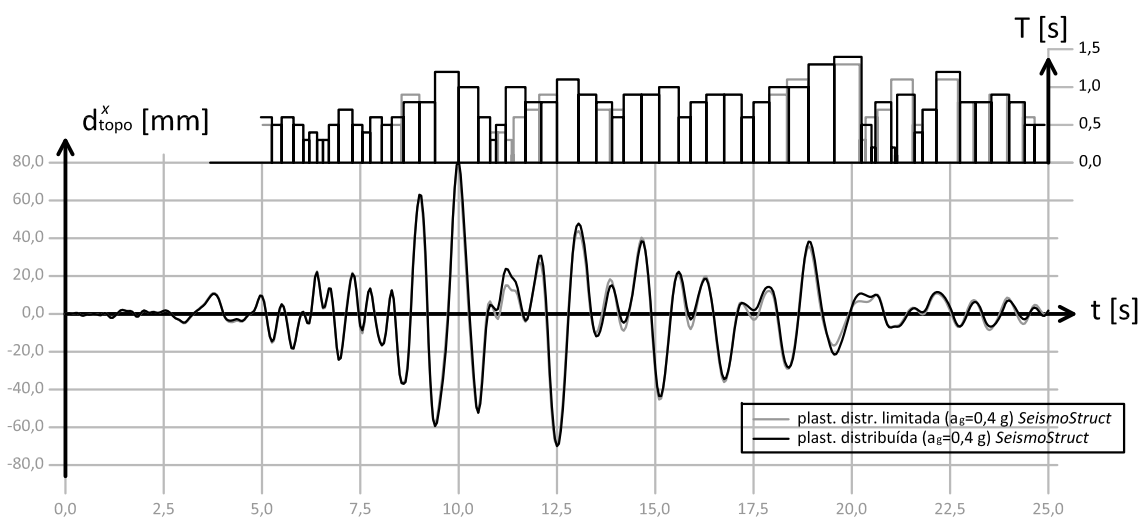


Figura 5.22: Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Northridge, com o modelo de plasticidade distribuída limitada *SeismoStruct* (modelo B3.2.3).

Tabela 5.6: Instante [s] em que pararam as análises dinâmicas não-lineares, por dificuldades de convergência nos dois modelos de plasticidade concentrada, desenvolvidos no *SAP2000*.

Modelos	a_g [g]	Northridge 1	Northridge 2	Tabas 1	Tabas 2	Whittier Narrows 1	Whittier Narrows 2
Fibras	0,4	9,40	9,10	3,80	3,90	7,30	7,20
	0,3	11,30	10,50	7,50	9,30	12,20	7,80
	0,2	12,60	11,00	11,10	9,30	13,30	9,10
Relações histeréticas	0,4	13,68	9,42	8,28	3,45	6,00	4,89
	0,3	9,03	9,39	25,02	4,65	6,54	25,02
	0,2	25,02	25,02	25,02	25,02	6,36	25,02

chegar ao fim.

Para analisar os modelos de plasticidade concentrada, escolheu-se desta vez a primeira combinação do acelerograma de Tabas (ver Figura 5.23).

O modelo de fibras conduz, como se pode observar, a uma flexibilidade consideravelmente maior da estrutura, com deformações mais elevadas e períodos de vibração superiores. Não se conseguiu detectar a razão deste problema, uma vez que a rigidez da estrutura evidenciada com as curvas de capacidade (Figura 5.14 e 5.16, pág. 85 e 87) apresenta-se bastante comparável à rigidez obtida com os outros modelos. Poderão ser, muito provavelmente, estes valores elevados de deformação que fazem com que ocorra rotura para estas intensidades, o que se expressou aliás na curva de capacidade deste modelo com a sua fraca capacidade de absorver deformações (ductilidade muito fraca).

Quanto ao modelo de relações histeréticas, verifica-se uma melhor aproximação da resposta face ao modelo de plasticidade distribuída com excepção do intervalo entre os 5 e os 7,5 s onde a resposta atinge maiores valores de deformação. Na sua generalidade, a resposta deste modelo corresponde a maiores períodos de vibração.

Para concluir, analisa-se os resultados ao longo dos pisos obtidos com os vários acelerogramas, e que se reuniram em Anexo nas Figuras D.1, D.2 e D.3 (pág. XV), ainda que a maioria das análises não tenha corrido até ao fim. Observou-se que, aumentando a intensidade da acção sísmica, a deformação resultante do modelo de plasticidade distribuída ultrapassa aquela que se obtém com o modelo linear, especialmente nos pisos inferiores, embora a diferença não seja tão evidente como a dos outros modelos. Com o modelo de plasticidade concentrada por relações histeréticas do *SAP2000*, apenas se conseguem bons resultados, *i.e.*, próximos dos do modelos de plasticidade distribuída, para intensidades inferiores, avaliando sempre este modelo a deformação por defeito. O modelo de plasticidade concentrada com discretização da secção em fibras do *SAP2000*, revelou-se insuficiente para tirar conclusões, podendo-se no entanto verificar que com estes modelos que os valores da deformação são sempre superiores ao modelo de referência.

Como se referiu anteriormente, os esforços gerados ajudam a avaliar a progressão da estrutura

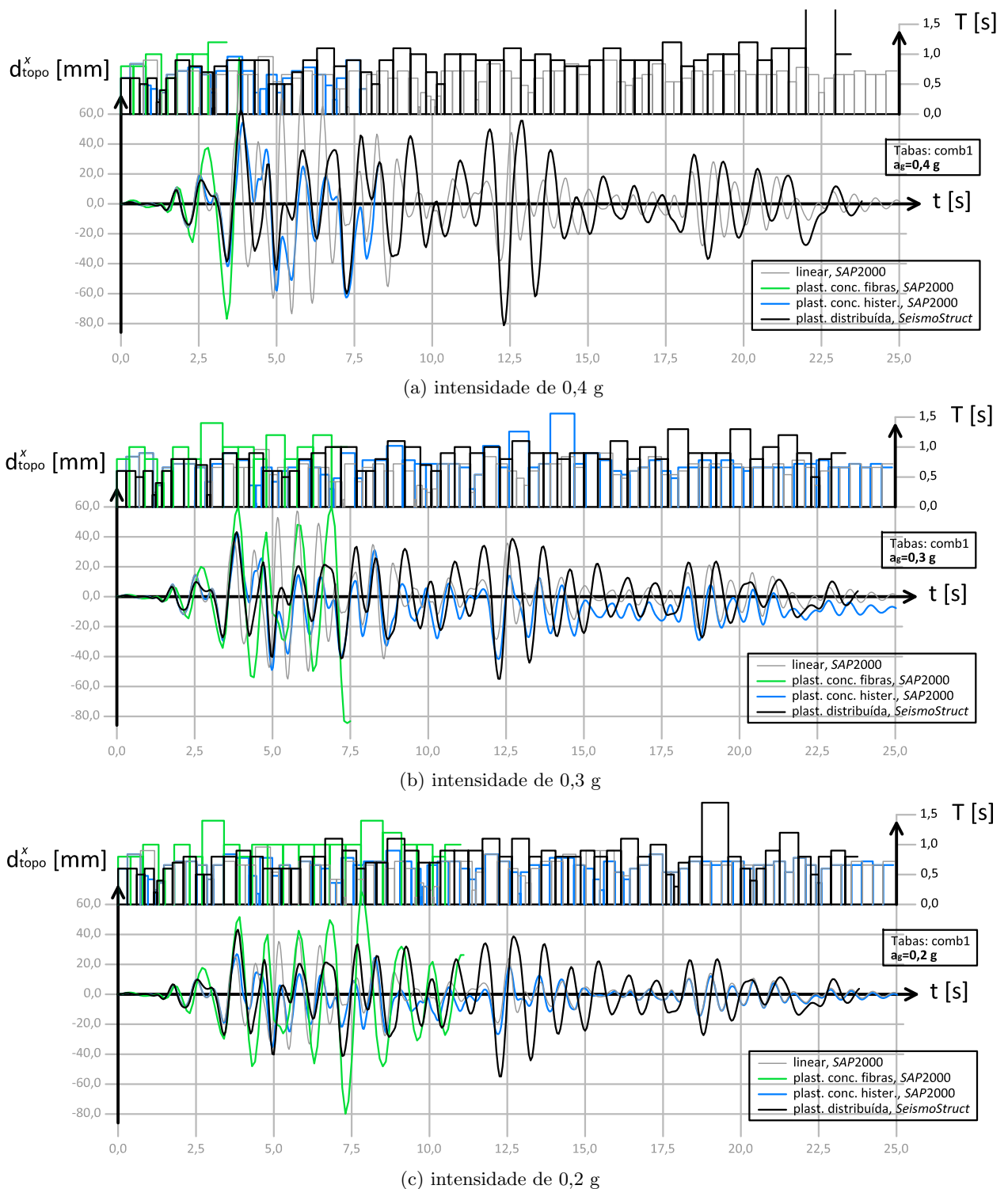


Figura 5.23: Deslocamentos do último piso segundo x , obtidos com a primeira combinação do acelerograma de Tabas *SAP2000*.

no regime fisicamente não-linear¹⁰, o que terá particular interesse neste trabalho para aferir sobre a validade da redução do valor da intensidade sísmica para analisar os modelos que não correram para 0,4 g. Uma vez que o *SeismoStruct* não permite ainda conhecer o esforço transversal total

¹⁰Ao compararem-se com os esforços que se geram admitindo um comportamento linear. É uma avaliação apenas válida pelo facto da acção sísmica se tratar de deformações impostas à estrutura.

instalado num piso por análise dinâmica não-linear, teve que se recorrer à força de corte basal da estrutura, para caracterizar os esforços gerados. A análise consiste em avaliar a resposta da estrutura em regime linear e não-linear para um dado acelerograma, e analisar a relação entre as forças de corte basal máximas e mínimas numa dada direcção, para os dois tipos de comportamento. Analisem-se então aos resultados para a primeira combinação do acelerograma de Tabas (ver Figura 5.24).

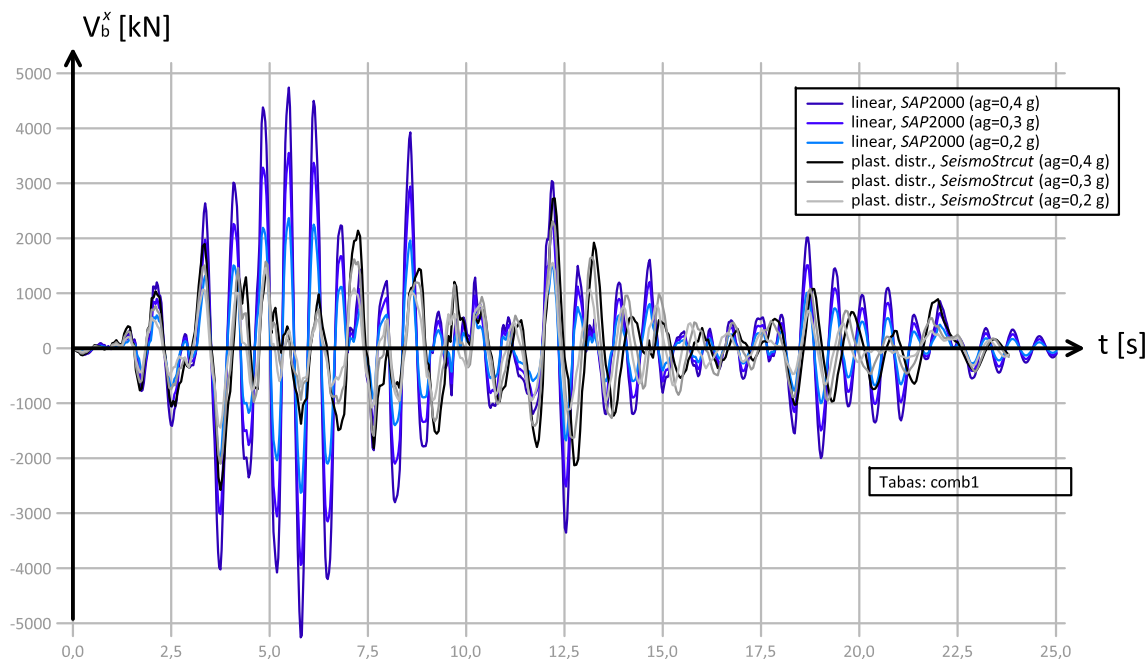


Figura 5.24: Força de corte basal segundo x gerada pela primeira combinação do acelerograma de Tabas, obtida com o modelo de plasticidade distribuída e o modelo linear.

Observa-se que as reacções são bastante semelhantes no início da análise, o que evidencia um comportamento linear da estrutura nos primeiros 3 s de actuação da acção sísmica, o que se viu também ao nível dos deslocamentos na Figura 5.21 (pág. 89). A partir deste instante, e para os três valores de intensidade considerados, a força de corte basal obtida com a análise dinâmica não-linear é muito inferior à correspondente do modelo linear. Fica assim de facto provado que, mesmo com a redução da intensidade (feita numa tentativa de correr os modelos de plasticidade concentrada), a estrutura apresenta ainda um comportamento significativamente não-linear, o que valoriza ainda dalguma forma os modelos não-lineares que vieram a correr com sucesso no *SAP2000*.

5.3.5 Tempo de corrida das análises

Quanto ao tempo de corrida das análises, e uma vez que constitui um dado importante para o utilizador, indicam-se nas Tabelas 5.7 e 5.8 as durações das análises estáticas e dinâmicas nos vários modelos utilizados.

A duração das análises depende essencialmente, para além do nível de utilização do processador durante cada análise e das capacidades de cada um, do esforço computacional exigido por cada acção nos diversos modelos. Uma vez que as análises foram executadas em situações

Tabela 5.7: Duração de corrida das análises *pushover* nos quatro modelos.

Modelos	Carreg. Modal		Carreg. Uniforme	
	em x	em y	em x	em y
Plast.Distr. (<i>SeismoStruct</i>)	1h30m	1h21m	1h01m	1h12m
Plast.Distr.Lim. (<i>SeismoStruct</i>)	2h30m	2h44m	–	–
Plast.Conc. Fibras (<i>SAP2000</i>)	1h24m	1h05m	–	–
Plast.Conc.Rel. Histeréticas (<i>SAP2000</i>)	30m	32m	–	–

Tabela 5.8: Duração de corrida das análises dinâmicas, para as três intensidades, nos cinco modelos e para os seis acelerogramas considerados.

Modelos	a_g [g]	Northridge 1	Northridge 2	Tabas 1	Tabas 2	W. Narrows 1	W. Narrows 2
Linear (<i>SAP2000</i>)	0,2	04m	04m	04m	04m	04m	04m
	0,3	04m	04m	04m	04m	04m	04m
	0,4	04m	04m	04m	04m	04m	04m
Plast.Distr. (<i>SeismoStruct</i>)	0,2	2h23m	2h25m	2h21m	2h33m	2h55m	2h39m
	0,3	2h37m	2h33m	2h35m	2h50m	3h17m	2h25m
	0,4	3h03m	2h58m	3h16m	2h43m	1h13m	1h15m
Plast.Distr.Lim. (<i>SeismoStruct</i>)	0,4	5h31m	7h38m	6h16m	6h07m	7h10m	6h38m
Plast.Conc. Fibras (<i>SAP2000</i>)	0,2	2h26m	1h40m	3h05m	2h58m	3h16m	1h40m
	0,3	1h06m	2h03m	33m	30m	1h16m	1h20m
	0,4	2h57m	1h34m	40m	33m	1h32m	1h29m
Plast.Conc.Rel. Histeréticas (<i>SAP2000</i>)	0,2	55m	50m	1h05m	1h10m	09m	1h16m
	0,3	36m	36m	2h02m	24m	19m	2h28m
	0,4	54m	2h20m	1h29m	26m	14m	50m

diferentes de uso e em processadores diferentes (por razões de eficiência), apenas se devem tirar conclusões globais.

Observa-se através das tabelas que as análises dinâmicas não-lineares apresentam, em geral e como esperado, uma duração maior em relação às análises estáticas, sendo que as análises lineares são praticamente instantâneas. Verifica-se igualmente que as durações das análises corridas nos modelos de plasticidade distribuída limitada às extremidades dos elementos são nitidamente superiores às dos elementos de plasticidade distribuída, e que os modelos de fibras no *SAP2000*, são consideravelmente mais lentos que os modelos de relações histeréticas.

CAPÍTULO 6

Conclusões

6.1 Considerações gerais

A possibilidade de contabilizar o comportamento fisicamente não-linear na análise sísmica de estruturas de edifícios tem vindo a tornar-se cada vez mais fácil com a crescente evolução dos programas de cálculo e dos próprios meios computacionais. O trabalho desenvolvido com esta dissertação surge como prova do referido, com a elaboração de vários tipos de modelos não-lineares tridimensionais dum edifício corrente, e a execução e processamento de resultados de análises estáticas e dinâmicas não-lineares sobre cada um.

6.1.1 Elaboração dos modelos

O trabalho envolvido com a elaboração dos modelos matemáticos constitui, como se referiu, um dos primeiros obstáculos pela complexidade e pelo tempo despendido na contabilização do comportamento não-linear. O problema surge principalmente com a forma como os programas facilitam a interacção com o utilizador, e sob este aspecto, o *SAP2000* e o *SeismoStruct* distinguem-se notoriamente.

Quanto à modelação linear, o *SAP2000* oferece ao utilizador, com a sua interface gráfica, uma capacidade imediata de seleccionar e posicionar os elementos no espaço tridimensional numa forma indubitavelmente menos onerosa, quando comparada com a definição geométrica dos modelos no *SeismoStruct*, através de tabelas de incidências. Porém, com a geometria já definida, na modelação da não-linearidade, as posições acabam por inverter-se.

A primeira vantagem do *SeismoStruct* evidencia-se com a possibilidade de recurso aos modelos de fibras das secções transversais, permitindo assim a descrição automática do comportamento não-linear dos elementos. Exige-se apenas ao utilizador a definição geométrica das secções e a calibração dos inúmeros modelos disponíveis para o comportamento uniaxial dos materiais. Desenvolveu-se assim o modelo plasticidade distribuída por Vuran [81], de seguida modificado neste trabalho para um modelo de plasticidade concentrada, também com o modelo de fibras.

No *SAP2000*, os modelos de fibras começaram só mais recentemente a ser implementados para a plasticidade concentrada, pelo que a definição das secções e dos materiais não é ainda muito acessível, restando a possibilidade de recorrer a relações histeréticas de rótulas plásticas. Elaborou-se porém neste programa um modelo de plasticidade concentrada pela discretização em fibras da secção transversal e outro por relações histeréticas.

Para cada um dos programas tiveram assim que se elaborar aplicações externas que permitissem importar as características específicas dos modelos, em particular para realizar os estudos paramétricos dos comprimentos de rótula plástica. Para o *SAP2000* desenvolveram-se aplicações em *Matlab* que analisam as relações momento-curvatura das secções de betão armado em função do esforço axial médio instalado, e idealizam-nas de forma a construir folhas de cálculo compatíveis com a implementação no programa. Mais tarde, estas foram também utilizadas para gerar modelos do *SeismoStruct* de plasticidade concentrada por relações histeréticas. Com o *SeismoStruct*, refere-se também a necessidade de recorrer a folhas de cálculo, neste caso do *Ms Excel* [84], na elaboração dum modelo de plasticidade distribuída limitada às extremidades dos elementos, para alterar as posições dos nós.

6.1.2 Preparação e execução das análises sísmicas

A definição da acção sísmica constituirá sempre o ponto de partida para a preparação duma análise sísmica. Neste caso, tanto a definição dos espectros de resposta como a dos acelerogramas foi retirada de estudos anteriores do edifício, pelo que resta ainda avaliar as questões associadas a esta definição.

Relativamente aos procedimentos de análise sísmica que se aplicaram nos modelos, abordaram-se apenas algumas das alternativas mais comuns para análises não-lineares como: (1) a aplicação do método N2 para análise estática não-linear (análise *pushover*) e (2) a combinação de análises dinâmicas não-lineares por integração directa. Sublinha-se, quanto a estes procedimentos, o grande avanço em fazerem já parte actual de regulamentos em vigor, como o Eurocódigo 8, para a avaliação e dimensionamento sísmico de estruturas. É facto, no entanto, que se despende ainda muito tempo na execução das várias análises, o que se apontou nas Tabelas 5.7 e 5.8 (pág. 94). Neste aspecto a análise estática convencional apresenta maior vantagem, com a execução de no máximo uma análise *pushover* em cada direcção e sentido, ou ainda com a opção de mais quatro com outro tipo de carregamento. Os procedimentos de análise dinâmica não-linear acabam por consumir maior tempo, não só por cada análise em si, mas sobretudo pela necessidade de correr vários acelerogramas para representar a acção sísmica.

O processamento, tratamento estatístico, e a organização dos resultados obtidos com as análises, constitui também um factor de alguma importância no que toca ao trabalho envolvido. Quanto a este aspecto, destaca-se a impossibilidade até ao momento de realizar este tipo de tratamento com o programa *SeismoStruct* que apenas permite correr uma análise singular, obrigando o utilizador a transferir os resultados para outras aplicações¹, como o *Ms Excel*. Pelo contrário, no *SAP2000* a maioria das operações (à excepção *e.g.* da média e mediana) pode ser realizada no próprio programa de forma eficaz, o que ajuda bastante o utilizador.

6.1.3 Resultados obtidos

Os resultados obtidos com as análises lineares revelam relativa precisão nos resultados, embora o *SAP2000* não permita a modelação duma forma directa da rigidez das armaduras, o que

¹De entre outras, foi uma das sugestões dadas pelo autor ao suporte técnico do programa, que reconheceu não estar ainda para um futuro próximo.

influenciou os resultados dinâmicos nos modelos dos dois programas. A análise dinâmica linear ao longo do tempo permitiu compreender melhor o comportamento do edifício, em particular nas trajetórias cíclicas dos deslocamentos dos pisos estruturais. Concluiu-se que a análise modal por espectro de resposta valorizava por excesso os deslocamentos e os esforços da estrutura relativamente à resposta dinâmica linear nos acelerogramas utilizados. Quanto aos modelos de plasticidade concentrada no *SeismoStruct*, tanto com a modelação por relações histeréticas como com o modelo de fibras, refere-se novamente o facto de não terem funcionado, e pelo que se desaconselha a sua utilização neste momento para estruturas com dimensões equivalentes ou superiores às deste caso de estudo.

Na análise comparativa das curvas de capacidade, observou-se em primeiro lugar que o modelo de plasticidade distribuída limitada às extremidades dos elementos (*SeismoStruct*) apresentou pouca diferença nos resultados em relação do modelo de plasticidade distribuída, facto que se verificou também na resposta dinâmica ao longo do tempo. Assim, e aliado ao facto deste modelo exigir um esforço computacional consideravelmente maior, desaconselha-se completamente a sua utilização.

Com o modelo de plasticidade concentrada do *SAP2000*, modelado com a discretização em fibras da secção transversal na definição das rótulas plásticas, verificou-se uma avaliação bastante reduzida da ductilidade da estrutura, evidenciada nas curvas de capacidade, e uma sobre-avaliação dos períodos de vibração em regime não-linear. De facto, com a resposta deste modelo nos vários acelerogramas, mesmo para intensidades reduzidas da acção sísmica, as deformações foram muito superiores às que se obtiveram com os restantes modelos, o que se revela numa perda acentuada da rigidez, e que acaba por se traduzir em elevadas dificuldades de convergência. Por ser ainda um modelo bastante recente, e pelas dificuldades numéricas associadas na versão utilizada do *SAP2000* o modelo de fibras deve ser utilizado apenas em estruturas simples.

Os resultados do modelo de plasticidade concentrada no *SAP2000* com o uso de relações histeréticas foram bastante mais satisfatórios quando comparados com os resultados do modelo de plasticidade distribuída do *SeismoStruct* (modelo utilizado como referência). Apesar da avaliação reduzida dos esforços resistentes evidenciada nas curvas de capacidade, os resultados em termos de deformação foram relativamente precisos, tanto com a aplicação do método N2 como com a análise dinâmica não-linear. Revela-se porém, uma dificuldade de cálculo na análise para intensidades superiores, o que se pode dever ao facto da estrutura não ter capacidade de resistir àquelas intensidades da acção sísmica, e que é em todo o caso sobrevalorizada (em ductilidade) no modelo de plasticidade distribuída no *SeismoStruct*, como se referiu.

Assim, qualquer uma das duas opções: (1) plasticidade distribuída no *SeismoStruct*, ou (2) plasticidade concentrada no *SAP2000*, com modelação das rótulas plásticas por relações histeréticas; pode ser aplicada à estrutura dum edifício para a sua avaliação ou dimensionamento sísmico. Apresentam-se assim, de forma sistemática, na Tabela 6.1 as vantagens e desvantagens das duas alternativas de modelação.

Tabela 6.1: Vantagens e desvantagens dos modelos propostos.

Modelos	Vantagens	Desvantagens
Plasticidade distribuída no <i>SeismoStruct</i> com o modelo de fibras	<ol style="list-style-type: none"> 1. Facilidade de modelação do comportamento não-linear. 2. Maior fiabilidade dos resultados. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Difícil modelação geométrica no programa. 2. Maior duração das análises. 3. Difícil processamento dos resultados no programa. 4. Possível sobrevalorização da ductilidade da estrutura.
Plasticidade concentrada no <i>SAP2000</i> , com relações histeréticas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Facilidade de modelação geométrica no programa. 2. Menor duração das análises. 3. Facilidade de processamento dos resultados no programa. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Dificuldade de modelação e calibração do comportamento não-linear. 2. Possível subvalorização dos esforços. 3. Menor fiabilidade dos resultados.

6.2 Experiência e conhecimentos adquiridos

O trabalho desenvolvido nesta dissertação levou o autor não só a aprofundar numerosos conceitos iniciados no curso de Engenharia Civil, mas sobretudo na auto-aprendizagem de toda a matéria referente à modelação e análise sísmica não-linear.

Referem-se:

- A análise do comportamento não-linear de secções de betão armado e a familiarização com os vários modelos existentes quer do betão e do aço, quer da própria secção transversal, com os modelos de fibras e relações histeréticas;
- O aprofundamento da modelação linear de estruturas com o *SAP2000*, bem como toda a teoria por detrás da análise modal por espectro de resposta, que se procurou aqui explicar de forma resumida;
- A aplicação das disposições do Eurocódigo, bem como na procura e análise de alternativas de definição da rigidez de torção, rigidez lateral e centro de rigidez dos pisos da estrutura de edifícios, colocada em anexo, e cuja definição não é clara no referido regulamento;
- A apreensão dos métodos de programação, o que de facto constitui uma ferramenta essencial para a investigação na área da mecânica estrutural, tendo sido neste caso aplicada à elaboração dos modelos não-lineares, o que é ainda actualmente oneroso quando se trata da estrutura dum edifício;

- A pesquisa detalhada sobre a modelação de peças lineares com a plasticidade concentrada e distribuída. Muito embora o objectivo não fosse proceder à implementação directa dos modelos, mas sim ao recurso aos programas já existentes, o estudo destes modelos revelou-se necessário para explicar e discutir os resultados;
- A aprendizagem dum novo programa de modelação linear e não-linear, o *SeismoStruct*, assim como da modelação não-linear no *SAP2000*;
- O estudo dos procedimentos de análise não-linear, como o método N2, que se procurou explicar e resumir numa forma não convencional, e dos métodos de análise dinâmica não-linear.

6.3 Desenvolvimentos futuros

A futura investigação na área da engenharia sísmica, com os novos avanços computacionais, terá cada vez maior exigência nos diversos campos de aplicação. No seguimento deste trabalho, podem ter-se presente algumas recomendações para desenvolvimentos futuros:

- Analisar a influência das características admitidas para os materiais nos resultados das análises não-lineares, como a rigidez inicial, a própria lei constitutiva, *etc*, estudos que podem ser relevantes em análises sísmicas de fraca intensidade e que não levam a estrutura a um comportamento não-linear, para o qual a resposta da estrutura provocar danos nos elementos não-estruturais². Adicionalmente, poder-se-á analisar também este tipo de influências nas análises dinâmicas não-lineares para intensidades superiores, o que não se realizou neste trabalho.
- Desenvolver uma metodologia de cálculo de comprimentos de rótula plástica, *i.e.*, uma aplicação que a partir do diagrama momento-curvatura, calcule a progressão da plasticidade, sendo também necessário um estudo de como as rigidezes relativas dos elementos ligados contribuem para o ponto onde o diagrama de momentos se anula no elemento em análise. Embora se tenha considerado que este comprimento depende apenas da altura da secção, esta consideração pode afectar os resultados.
- Desenvolver estudos semelhantes com outros programas de análise não-linear para validar os resultados, *i.e.*, não considerar apenas como resultados de referência os resultados do *SeismoStruct* com o modelo de plasticidade distribuída nas análises dinâmicas não-lineares.
- Aplicar o mesmo estudo a outros edifícios de forma estender os resultados a outros casos de estudo.

Como nota adicional, refere-se novamente o facto de se ter admitido neste trabalho que o dimensionamento da estrutura do edifício foi definido para evitar a rotura por esforço transversal, fazendo prevalecer a flexão, e que se respeitam os detalhes construtivos para uma boa cintagem e confinamento do betão. Ora, esta hipótese não é efectivamente válida para edifícios antigos existentes, em que padrões de dimensionamento usados e os próprios regulamentos em vigor eram ainda incompletos em relação aos conhecimentos actuais do comportamento do betão armado.

² Critério preconizado *e.g.* no EC8 [50] por *requisito de limitação de danos*.

Assim, recomenda-se uma maior exploração da modelação e análise não-linear tendo em conta a resistência dos elementos ao esforço transversal.

Também a caracterização temporal da acção sísmica, *i.e.*, a selecção de acelerogramas representativos para a avaliação do desempenho sísmico duma estrutura, e que neste trabalho se admitiu sem estudo detalhado, merece uma observação. De facto, a caracterização da acção sísmica constituirá em todo o caso uma etapa bastante sensível da análise sísmica, pelo que se recomenda uma melhor documentação sobre este assunto, em particular sobre as abordagens de selecção e geração artificial de acelerogramas tendo em conta a magnitude, distância epicentral, características do solo, entre outras (consultar *e.g.*, Iervolino & Cornell [34]).

Referências bibliográficas

- [1] ATC40 (1996). *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*. ATC: Applied Technology Council, Redwood City, C.A.
- [2] BAKER, A. L. L. & AMARAKONE, A. M. N. (1964). Inelastic hyperstatic frames analysis. *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete ASCE-ACI*, 85–142.
- [3] BATHE, K. J. & WILSON, E. L. (1973). Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **1**, 283–291.
- [4] BENTO, R. & LOPES, M. (1999). *Modelação Fisicamente Não-Linear de Estruturas de Betão Armado*. Disciplina de Modelação e Análise Estrutural, Instituto Superior Técnico.
- [5] BHATT, C. (2007). *Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado segundo o Eurocódigo 8, Análises Lineares e Não-Lineares*. Master's thesis, Instituto Superior Técnico.
- [6] BHATT, C. & BENTO, R. (2010). Assessing the seismic response of existing rc buildings using the extended n2 method. *Bulletin of Earthquake Engineering* Published online DOI: 10.1007/s10518-011-9252-8.
- [7] BHATT, C. & BENTO, R. (2010). Extension of the csm-fema440 to plan-asymmetric real building structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* Published online in Wiley Online Library (wileyonlinelibrary.com). DOI: 10.1002/eqe.1087.
- [8] BRANCALEONI, F., CIAMPI, V. & ANTONIO, R. D. (1983). *Rate-Type Models for Non Linear Hysteretic Structural Behavior*. EUROMECH Colloquium, Palermo, Italy.
- [9] BRODERICK, B. M., ELNASHAI, A. S. & IZZUDDIN, B. A. (1994). Observations on the effect of numerical dissipation on the nonlinear dynamic response of structural systems. *Journal of Earthquake Engineering* **16**(1), 51–62.
- [10] CALABRESE, A., ALMEIDA, J. P. & PINHO, R. (2010). Numerical issues in distributed inelasticity modeling of rc frame elements for seismic analysis. *Journal of Structural Engineering* **14**(S1), 38–68.
- [11] CHAN, W. L. (1955). The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced concrete frameworks. *Magazine of Concrete Research* **7**(21), 131–132.

- [12] CHOPRA, A. K. & GOEL, R. K. (2001). *A Modal Pushover Analysis Procedure to Estimate Seismic Demands for Buildings: Theory and Preliminary Evaluation*. PEER Report, Earthquake Engineering Research at Berkeley, College of Engineering, University of California at Berkeley.
- [13] CLOUGH, R., BENUSKA, K. & WILSON, E. (1965). Inelastic earthquake response of tall buildings. *Proceeding of Third World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand* **11**.
- [14] CLOUGH, R. W. (1966). *Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements*. Technical Report SESM 66-16, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, CA.
- [15] CLOUGH, R. W. & PENZIEN, J. (2003). *Dynamics of Structures*. Berkeley, CA, USA: Computers & Structures, Inc.
- [16] ELNASHAI, A. & DI SARNO, L. (2008). *Fundamentals of Earthquake Engineering*. WILEY.
- [17] FAJFAR, P. (2000). A nonlinear analysis method for performance based seismic design. *Earthquake Spectra* **16**(3), 573–592.
- [18] FAJFAR, P., MARUSIC, D. & PERUS, I. (2005). *The Extension of the N2 Method to Asymmetric Buildings*. Proc. of the 4th European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures, Thessaloniki, Greece.
- [19] FAJFAR, P., MARUSIC, D. & PERUS, I. (2005). Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings. *Journal of Earthquake Engineering* **9**(6), 831–854.
- [20] FARDIS, M. N. & NEGRO, P. (2006). *SPEAR - Seismic Performance assessment and rehabilitation of existing buildings*. Proceedings of the International Workshop on the SPEAR Project, Ispira, Italy.
- [21] FEMA273 (1997). *Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings*. FEMA: Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C.
- [22] FILIPPOU, F. C. & ISSA, A. (). *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames under Cyclic Load Reversals*. EERC Report 88-12, Earthquake Engineering, Research Center, Berkeley.
- [23] FILIPPOU, F. C., POPOV, E. P. & BERTERO, V. V. (1983). Modelling of r/c joints under cyclic excitations. *ASCE Journal of Structural Engineering* **109**(11), 2666–2684.
- [24] FOR NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS, E. T. I. M. (1975). *K. C. Park*. Proceedings of the Winter Annual Meeting, Houston, Texas, United States.
- [25] GIBERSON, M. (1967). *The Response of Nonlinear Multi-Story Structures Subjected to Earthquake Excitation*. Ph.D. thesis, California Institute of Technology.

- [26] GÜNER, S. (2008). *Performance Assessment of Shear-Critical Reinforced Concrete Plane Frames*. Ph.D. thesis, University of Toronto.
- [27] HALL, J. F. (2006). Problems encountered from the use (or misuse) of rayleigh damping. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **35**(5), 525–545.
- [28] HANCOCK, J., WATSON-LAMPREY, J., ABRAHAMSON, N. A., BOMMER, J. J., MARKATIS, A., MCCOY, E. & MENDIS, R. (2006). An improved method of matching response spectra of recorded earthquake ground motion using wavelets. *Journal of Earthquake Engineering* **10**(1), 67–89.
- [29] HELLESLAND, J. & SCORDELIS, A. (1981). *Analysis of RC Bridge Columns Under Imposed Deformations*. IABSE Colloquium, Delft, Netherlands.
- [30] HILBER, H. M., HUGHES, T. J. R. & TAYLOR, R. L. (1977). Improved numerical dissipation for the time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **5**, 283–292.
- [31] HOGNESTAD, E. (1951). A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. *University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin Series* (399), 128–.
- [32] HOUBOLT, J. C. (1950). A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft. *Journal of the Aeronautical Sciences* **17**, 540–550.
- [33] HU, Y., LIU, S. & DONG, W. (1996). *Earthquake Engineering*.
- [34] IERVOLINO, I. & CORNELL, C. A. (2005). Record selection for nonlinear seismic analysis of structures. *Earthquake Spectra* **21**(3), 685–713.
- [35] IERVOLINO, I., MADDALONI, G. & COSENZA, E. (2009). A note on selection of time-histories for seismic analysis of bridges in eurocode 8. *Journal of Earthquake Engineering* **13**(8), 1125–1152.
- [36] KENT, D. C. & PARK, R. (1971). Flexural members with confined concrete. *Journal of the Structural Division ASCE* **97**, 1969–1990.
- [37] KUNNATH, S. K., REINHORN, A. M. & LOBO, R. F. (1992). *A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures*. Technical Report NCEER 92-0022 SUNY, Buffalo, NY.
- [38] LAI, S., WILL, G. & OTANI, S. (1984). Model for inelastic biaxial bending of concrete members. *Journal of Structural Engineering ASCE* **110**(11), 2563–2584.
- [39] LOPES, M. (2008). *Sismos e Edifícios*. ORION.

- [40] MAHASUVERACHAI, M. (1982). *Inelastic Analysis of Piping and Tubular Structures*. EERC Report 76-2, Earthquake Research Center, University of California, Berkeley.
- [41] MANDER, J., PRIESTLEY, M. & PARK, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of Structural Engineering* **114**(8), 1804–1826.
- [42] MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N. & PARK, R. (1984). *Seismic Design of Bridge Piers*. Technical Report 84-2, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- [43] MARTÍNEZ-RUEDA, J. & ELNASHAI, A. (1997). Confined concrete model under cyclic load. *Materials and Structures* **30**, 139–147.
- [44] MENEGOTTO, M. & PINTO, P. (1973). Method of analysis for cyclically loaded r.c. plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending. *Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich, Switzerland* , 15–22.
- [45] MONTI, G., NUTI, C. & SANTINI, S. (1996). *CYRUS - Cyclic Response of Upgraded Sections*. University of Chieti, Italy.
- [46] NEUENHOFER, A. & FILIPPOU, F. C. (1997). Avaluation of nonlinear frame finite element models. *Journal of Structural Engineering* **123**(7), 958–966.
- [47] NEWMARK, N. M. (1959). *A Method for Computation for Structural Dynamics*.
- [48] NOGUEIRO, P., DA SILVA, L. S., BENTO, R. & SIMÕES, R. (2007). Numerical implementation and calibration of a hysteretic model with pinching for the cyclic response of steel joints. *Advanced Steel Construction* **3**(1), 459–484.
- [49] NP EN 1992-1-1 (2010). *Eurocódigo 2 – Projecto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. CEN, IPQ.
- [50] NP EN 1998-1 (2010). *Eurocódigo 8 – Projecto de estruturas para resistência aos sismos, Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios*. CEN, IPQ.
- [51] NP EN 1998-2 (2010). *Eurocódigo 8 – Projecto de estruturas para resistência aos sismos, Parte 2: Pontes*. CEN, IPQ.
- [52] PAPANIKOLAOU, V. K., ELNASHAI, A. S. & PAREJA, J. F. (2005). *Limits of Applicability of Conventional and Adaptive Pushover Analysis for Seismic Response Assessment*. Mid-America Earthquake Center, Civil and Environmental Engineering Department, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [53] PARK, R. & PAULAY, T. (1975). *Reinforced Concrete Structures*. WILEY.

- [54] PAULAY, T. & PRIESTLEY, M. J. N. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. WILEY.
- [55] PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center) – Strong Ground Motion Database (2010). <http://peer.berkeley.edu>.
- [56] PEROTTI, F. (). *Dinamica delle Strutture*. Politecnico di Milano.
- [57] POPOVICS, S. (1973). A numerical approach to the complete stress-strain curves for concrete. *Cement and Concrete Research* **3**(5), 500–583.
- [58] POWELL, G. H. & CHEN, P. F.-S. (1986). 3d beam-column element with generalized plastic hinges. *Journal of Engineering Mechanics* **112**(7), 627–641.
- [59] RICHART, F. E., BRANDTZAEG, A. & BROWN, R. L. (1928). A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. *Bulletin* 185 .
- [60] ROY, H. E. H. & SOZEN, M. A. (1964). Ductility of concrete. *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete ASCE-ACI* , 213–224.
- [61] ROYLANCE, D. (2001). *Stress-Strain Curves*. Department of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.
- [62] RÜSCH, H. (1955). Versuche zur festigkeit der biegedruckzone. *Deutscher Ausschus für Stahlbetonbau* (120), 679–687.
- [63] RÜSCH, H. (1960). Researches toward a general flexural theory for structural concrete. *Journal ACI* **57**(1), 1–28.
- [64] SAIDI, M. (1982). Hysteresis models for reinforced concrete. *Journal of ASCE, Structural Engineering Division* **108**(ST5), 1077–1087.
- [65] SAP2000 (1995). *Analysis Reference Manual. For SAP2000® , ETABS® and SAFE™*. CSI.
- [66] SARGIN, M., GHOSH, S. K. & HANDA, V. K. (1971). Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete. *Magazine of Concrete Research* **23**(75-76), 99–110.
- [67] SCHOLZ, C. (1990). *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge University Press.
- [68] SCOTT, B., PARK, R. & PRIESTLEY, M. (1982). Stress-strain behaviour of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates. *Journal of the American Concrete Institute* .
- [69] SCOTT, M. H. & FENVES, G. L. (2006). Plastic hinge integration methods for force-based beam-column elements. *Journal of Structural Engineering ASCE* **132**(2), 244–252.

- [70] SEISMOSTRUCT (2010). *SeismoStruct Help Manual*.
- [71] SHEIKH, A. & TOKLUCU, M. T. (1993). Reinforced concrete columns confined by spirals and hoops. *ACI Structural Journal* **90**(56), 542–553.
- [72] SOLIMAN, M. T. M. & YU, C. W. (1967). The flexural stress-strain relationship of concrete confined by rectangular transverse reinforcement. *Magazine of Concrete Research* **19**(61), 223–238.
- [73] STANDARDS, T. (2001). *Requirements For Design and Construction of Reinforced Concrete Structures*. Turkish Standards Institute.
- [74] STOJADINOVIC, B. & THEWALT, C. R. (1996). *Energy Balanced Hysteresis Models*. Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research at Berkeley, College of Engineering, University of California at Berkeley.
- [75] TAKAYANAGI, T. & SCHNOBRICH, W. (1979). Non linear analysis of coupled wall systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **7**(1), 1–22.
- [76] TAKEDA, T., SOZEN, M. A. & NIELSON, N. N. (1970). Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of ASCE, Structural Engineering Division* **96**(ST12), 2557–2573.
- [77] TAKIZAWA, H. & AOYAMA, H. (1976). Biaxial effects in modelling earthquake response of rc structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **4**(6), 523–552.
- [78] TAUCER, F. F., SPACONE, E. & FILIPPOU, F. C. (1991). *A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures*. Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.
- [79] TEIXEIRA-DIAS, F., DA CRUZ, J. P., VALENTE, R. F. & DE SOUSA, R. A. (2010). *Método dos Elementos Finitos - Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP.
- [80] UDÍAS, A. (1999). *Principles of Seismology*. Cambridge University Press.
- [81] VURAN, E. (2007). *Comparison of Nonlinear Static and Dynamic Analysis Results for 3D Dual Structures*. Master's thesis, Università degli Studi di Pavia.

Referências de *software*

- [82] LEd v0.53 (2009). *An environment for rapid T_EX and L^AT_EX document development.* Sebastian Deorowicz & Adam Skórczynski
- [83] Matlab v7.7.0.471 (2008). MathWorks, Inc.
- [84] Ms. Excel (2007). Microsoft Corporation.
- [85] RSPMatch2005 v7.7.0.471 (2008).
- [86] Sap2000 v12.0.0 *Advanced* (2008). Computers and Structures, Inc.
- [87] SeismoMatch v1.0.0 (2010). *A computer program for spectrum matching of earthquake records.* SeismoSoft, Ltd. Available from: www.seismosoft.com.
- [88] SeismoSpect v1.0.0 (2010). *A computer program for post-processing of multiple earthquake records.* SeismoSoft, Ltd. Available from: www.seismosoft.com.
- [89] SeismoStruct v5.0.5 (2010). *A computer program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures.* SeismoSoft, Ltd. Available from: www.seismosoft.com.

ANEXO A

Modelos utilizados para os materiais

A.1 Betão

Modelo inicialmente proposto por Mander *et al.* [41], posteriormente modificado por Martínez-Rueda & Elnashai [43]. Para a definição da relação constitutiva são necessários quatro parâmetros: a resistência do betão não confinado f_{c0} , a extensão correspondente a essa resistência ε_{c0} , o factor de confinamento $k_c = \frac{f_{cc}}{f_{c0}}$, que relaciona essa resistência com a do betão confinado f_{cc} , e a resistência do betão à tracção f_t .

A.1.1 Troço de carga

A curva do troço de carga inicial, e que define a curva de carregamento monotónico $\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c)$ é dada não em função da extensão do betão ε_c mas sim da variável $x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}$, que relaciona essa extensão com a extensão ε_{cc} correspondente à resistência f_{cc} do betão confinado.

$$\sigma_c(x) = \frac{f_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \quad (\text{A.1})$$

em que $r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$ relaciona o módulo de elasticidade tangente inicial $E_c = 5000\sqrt{f_{c0}}$ com o módulo secante entre $E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}}$. A extensão ε_{cc} pode ser obtida pela expressão:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1 \right) \right] \quad (\text{A.2})$$

A.2 Aço

Para a definição da relação constitutiva do aço de armaduras proposta por Menegotto & Pinto [44] são necessários oito parâmetros: a tensão de cedência f_y , o módulo de elasticidade inicial E_s , o coeficiente de endurecimento b , o coeficiente da primeira curva de transição $R^{(0)}$, os coeficientes de calibração das curvas de transição a_1 e a_2 , e os coeficientes de calibração do endurecimento cíclico isotrópico a_3 e a_4 .

Definidos os parâmetros anteriores, dado um determinado historial de ciclos de extensões sofridas pelo aço $\{\varepsilon_r\} = \{\varepsilon_r^{(1)} \varepsilon_r^{(2)} \dots \varepsilon_r^{(n-1)}\}$ é possível prever o a relação $\sigma_s - \varepsilon_s$ do n -ésimo troço (ver Figura A.1) através do seguinte conjunto de passos:

1. Determinação do endurecimento cíclico isotrópico

$$\sigma_{\text{shift}} = |\sigma_y^{(n)}| a_3 \left(\left| \frac{\varepsilon_{r,\text{max}}^{(n)}}{\varepsilon_y^{(n)}} \right| - a_4 \right) > 0 \quad (\text{A.3})$$

onde

$$\sigma_y^{(n)} = \begin{cases} -f_y & , \varepsilon_r^{(n)} < \varepsilon_r^{(n-1)} \\ f_y & , \varepsilon_r^{(n)} \geq \varepsilon_r^{(n-1)} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

$$\varepsilon_y^{(n)} = \varepsilon_r^{(n-1)} + \frac{\sigma_y^{(n)} - \sigma_r^{(n-1)}}{E_s} \quad (\text{A.5})$$

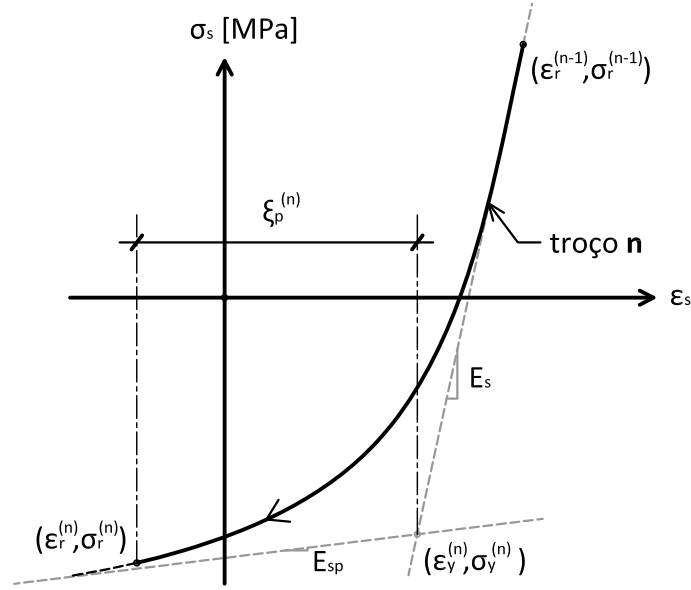


Figura A.1: Traçado do n -ésimo troço da relação constitutiva do aço.

2. Determinação dos pontos de cedência endurecidos

$$\sigma_y^{(n)} = \begin{cases} \sigma_y^{(n)} - \sigma_{\text{shift}} & , \varepsilon_r^{(n)} < \varepsilon_r^{(n-1)} \\ \sigma_y^{(n)} + \sigma_{\text{shift}} & , \varepsilon_r^{(n)} \geq \varepsilon_r^{(n-1)} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\varepsilon_y^{(n)} = \begin{cases} \varepsilon_y^{(n)} - \frac{\sigma_{\text{shift}}}{E_s} & , \varepsilon_r^{(n)} < \varepsilon_r^{(n-1)} \\ \varepsilon_y^{(n)} + \frac{\sigma_{\text{shift}}}{E_s} & , \varepsilon_r^{(n)} \geq \varepsilon_r^{(n-1)} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$(\text{A.8})$$

3. Determinação da máxima excursão plástica

$$\xi_{p,\text{max}}^{(n)} = \max_{i=0}^{n-1} \xi_p^{(i)} \quad (\text{A.9})$$

em que

$$\xi_p^{(n)} = \begin{cases} 0 & , \varepsilon_y^{(n)} \geq \varepsilon_r^{(n)} \\ |\varepsilon_r^{(n)} - \varepsilon_y^{(n)}| & , \varepsilon_y^{(n)} < \varepsilon_r^{(n)} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

4. Determinação do coeficiente de calibração da curva de transição

$$R^{(n)} = R^{(0)} - \frac{a_1 \xi_{p,\text{max}}^{(n)}}{a_2 + \xi_{p,\text{max}}^{(n)}} \quad (\text{A.11})$$

5. Expressão da curva (relação σ_s - ε_s)

$$\sigma^* = b\varepsilon^* + \frac{(1-b)\varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^* R^{(n)})^{\frac{1}{R^{(n)}}}} \quad (\text{A.12})$$

em que

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r^{(n-1)}}{\sigma_y^{(n)} - \sigma_r^{(n-1)}} \quad (\text{A.13})$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r^{(n-1)}}{\varepsilon_y^{(n)} - \varepsilon_r^{(n-1)}} \quad (\text{A.14})$$

ANEXO B

Principais disposições do EC8 utilizadas

B.1 Definição da acção sísmica

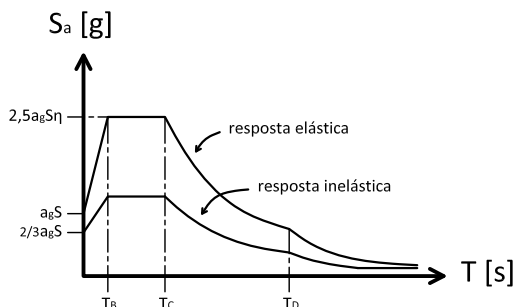


Figura B.1: Espectro de resposta do EC8 [50]

B.1.1 Espectro de resposta elástico

$$S_e(T) = \begin{cases} a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (2,5\eta - 1) \right] & , t \in [0, 0; T_B] \\ a_g S 2,5\eta & , t \in [T_B; T_C] \\ a_g S 2,5\eta \left[\frac{T_C}{T} \right] & , t \in [T_C; T_D] \\ a_g S 2,5\eta \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] & , t \in [T_D; 4, 0] \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

em que η é um valor de correcção que diz respeito ao factor de amortecimento ν , e que para valores de 5% desse coeficiente (valor já referido como o adoptado para estruturas de betão armado), toma o valor de 1,0. Os valores limite de cada ramo do espectro T_B , T_C e T_D , bem como o factor do solo S e o valor de cálculo da aceleração à superfície a_g , para os dois tipos de sismos, encontram-se listados na Figura 4.4 (pág. 58).

B.1.2 Espectro de resposta inelástico

$$S_e(T) = \begin{cases} a_g S \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] & , t \in [0, 0; T_B] \\ a_g S \frac{2,5}{q} & , t \in [T_B; T_C] \\ a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C}{T} \right] \geq \beta a_g & , t \in [T_C; T_D] \\ a_g S \frac{2,5}{q} \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \geq \beta a_g & , t \in [T_D; 4, 0] \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

em que q é o coeficiente de comportamento calculado no Anexo B.4 (pág. VII).

B.2 Classificação do sistema estrutural

O EC8 [50] classifica o sistema estrutural dum edifício de betão armado em cada uma das direcções ortogonais, de acordo com o seu comportamento face à acção sísmica (na direcção em análise) em:

1. **sistema de pórtico**, se verifica a Equação B.4 (pág. V) e se a percentagem de forças de corte actuantes na base dos pilares do edifício, para a acção sísmica considerada, for superior ou igual a 65%, da força de corte basal.
2. **sistema de paredes dúcteis**, se verifica a Equação B.4 (pág. V) e se a percentagem de forças de corte actuantes na base das paredes do edifício, para a acção sísmica considerada, for superior ou igual a 65%, da força de corte basal.
 - a) **acopladas**
 - b) **não-acopladas**
3. **sistema misto**, se verifica a Equação B.4 (pág. V) e não é pórtico nem parede, *i.e.*, a forças de corte distribuem-se em parte entre os pilares e as paredes.
 - a) **equivalente a pórtico**, se a percentagem de forças de corte actuantes na base dos pilares do edifício, para a acção sísmica considerada, for superior ou igual a 50%, da força de corte basal.
 - b) **equivalente a parede**, se a percentagem de forças de corte actuantes na base das paredes do edifício, para a acção sísmica considerada, for superior ou igual a 50%, da força de corte basal.
4. **sistema torsionalmente flexível**, se não verifica a Equação B.4 (pág. V).
5. **sistema de pêndulo invertido**, se mais de 50% da massa do edifício se encontra a mais de dois terços da altura da estrutura (NOTA: qualquer um dos sistema anteriores é considerado pêndulo invertido se verificar esta premissa).

Dadas estas definições, o edifício é considerado em ambas as direcções um sistema torsionalmente flexível, por não verificar a Equação B.4 (pág. V), e por a maioria da sua massa estar concentrada abaixo do último terço a altura da estrutura (não se considerar um pêndulo invertido), o que se pode facilmente demonstrar pela Tabela B.2 (pág. VI).

B.3 Regularidade estrutural

A regularidade estrutural, definida para aplicação do EC8 [50] na alínea 4.2.3 do mesmo regulamento, compreende duas vertentes, a regularidade em planta e a regularidade em altura.

B.3.1 Regularidade em planta

De acordo com este regulamento, as características apresentadas nas secções seguintes têm que ser todas respeitadas, caso contrário o edifício não é regular em planta.

B.3.1.1 Bissimetria aproximada na distribuição de massa e rigidez

B.3.1.2 Contorno da planta poligonal convexo

O contorno da planta não é de facto um polígono convexo, mas pode este critério satisfazer-se, segundo o EC8 [50], se a área fora dos recuos em relação ao polígono convexo A_r não ultrapassar 5% da área do piso A_p (ver Figura B.2), o que neste caso se verifica, sendo $A_r = 8,3 \text{ m}^2$ e $A_p = 167,6 \text{ m}^2$, $\frac{A_r}{A_p} = 0,05$. ✓



Figura B.2: Área do piso e área de reentrâncias em relação ao polígono de contorno convexo.

B.3.1.3 Comportamento dos pisos semelhante a diafragmas rígidos

A questão da rigidez dos pisos no próprio plano não se coloca em geral para lajes maciças de betão, especialmente se tratam de lajes rectangulares e compactas em planta (ver alínea seguinte). ✓

B.3.1.4 Dimensões máximas numa relação inferior a 4:1

Esta alínea relaciona-se igualmente com a rigidez dos pisos e observa-se (ver Figura 1.1, pág. 5), o valor de $\lambda = \frac{19,2}{9,1} = 2,1$ inferior ao valor de 4 de limite. ✓

B.3.1.5 Insensibilidade à torção

Este critério satisfaz-se com a validade em cada piso i das seguintes equações:

$$e_{0x_i} \leq 0,30 r_{x_i} \quad \wedge \quad e_{0y_i} \leq 0,30 r_{y_i} \quad (\text{B.3})$$

$$r_{x_i} \geq l_{s_i} \quad \wedge \quad r_{y_i} \geq l_{s_i} \quad (\text{B.4})$$

onde e_{0x_i} e e_{0y_i} são as distâncias entre o centro de massa e o centro de rigidez de cada piso i medidas nas direcções x e y (Equação B.5);

$$e_{0x_i} = |x_{CM_i} - x_{CR_i}| \quad e_{0y_i} = |y_{CM_i} - y_{CR_i}| \quad (\text{B.5})$$

onde r_{x_i} e r_{y_i} são os raios de torção de cada piso i nas direcções x e y (Equação B.6);

$$r_{x_i} = \sqrt{\frac{K_{\theta_{z_i}}}{K_{\delta_{y_i}}}} \quad r_{y_i} = \sqrt{\frac{K_{\theta_{z_i}}}{K_{\delta_{x_i}}}} \quad (\text{B.6})$$

e onde l_{s_i} é o raio de giração de cada piso i (Equação B.7).

$$l_{s_i} = \sqrt{\frac{I_{PCM_i}}{m_i}} \quad (\text{B.7})$$

A determinação dos centro de rigidez (x_{CR_i}, y_{CR_i}) , assim como das rigidezes de torção $K_{\theta_{z_i}}$ e das rigidezes laterais $K_{\delta_{x_i}}, K_{\delta_{y_i}}$, em edifícios com mais do que um piso, não é definida de forma

exacta e clara no EC8 [50], pelo que se propõem no Anexo C (pág. XI) três possíveis alternativas, e das quais se escolheu, como referido nesse anexo, a que se considerou mais adequada (resultados na Tabela B.1).

Tabela B.1: Rigidez de torção, rigidez lateral e centro de rigidez.

Piso i	$K_{\theta z_i}$ [kNm/rad]	$K_{\delta x_i}$ [kN/m]	$K_{\delta y_i}$ [kN/m]	$x_{\mathbf{CR}_i}$ [m]	$y_{\mathbf{CR}_i}$ [m]
5	$1,7 \times 10^6$	$8,0 \times 10^4$	$6,1 \times 10^4$	5,196	9,700
4	$4,4 \times 10^6$	$10,0 \times 10^4$	$9,2 \times 10^4$	5,179	9,700
3	$6,9 \times 10^6$	$10,3 \times 10^4$	$10,2 \times 10^4$	5,174	9,700
2	$12,9 \times 10^6$	$10,9 \times 10^4$	$12,0 \times 10^4$	5,168	9,700
1	$23,1 \times 10^6$	$16,9 \times 10^4$	$22,5 \times 10^4$	5,154	9,700

Uma vez que a massa se encontra uniformemente distribuída pelas lajes do edifício, a determinação do centro de massa e momentos de inércia reduz-se a um problema de geometria, para o qual se obtêm os valores da Tabela B.2.

Tabela B.2: Características inerciais dos pisos.

Piso i	$x_{\mathbf{CM}_i}$ [m]	$y_{\mathbf{CM}_i}$ [m]	m_i [ton]	$I_{\mathbf{PCM}_i}$ [ton.m ²]
5	9,700	4,605	163,23	24451,2
4	9,700	4,605	262,20	39276,6
3	9,700	4,605	262,20	39276,6
2	9,700	4,605	262,20	39276,6
1	9,700	4,605	262,20	39276,6

Assim através do cálculo das grandezas envolvidas, pode verificar-se como a estrutura não verifica a Equação B.4 (ver Tabela B.3), pelo que a estrutura é sensível à torção, o que aliás se pode verificar pela presença de torção no segundo modo de vibração da estrutura (ver Figura 5.2, pág. 76), e que implica que a estrutura não possa ser considerada regular em planta.

Tabela B.3: Verificação das Equações B.3 e B.4 nas duas direcções horizontais x e y .

i	e_{0x_i} [m]	e_{0y_i} [m]	r_{x_i} [m]	r_{y_i} [m]	l_{s_i} [m]	(B.3)	(B.4)
5	0,00	0,59	5,23	4,55	12,24	✓	×
4	0,00	0,57	6,94	6,64	12,24	✓	×
3	0,00	0,57	8,24	8,22	12,24	✓	×
2	0,00	0,56	10,37	10,88	12,24	✓	×
1	0,00	0,55	10,12	11,67	12,24	✓	×

B.3.2 Regularidade em altura

De acordo com este regulamento, as características apresentadas nas secções seguintes têm que ser todas respeitadas, caso contrário o edifício não é regular em altura.

B.3.2.1 Ininterrupção dos elementos verticais

Observa-se, tal como enunciado na Secção 1.3.2 (pág. 4), que tanto os pilares como as paredes são contínuas em toda a altura do edifício. ✓

B.3.2.2 Massa e rigidez lateral dos pisos constante ou decrescente gradual

Pode verificar-se através das Tabelas B.1 e B.2, que a rigidez lateral se reduz gradualmente, apesar de na direcção y a diferença entre o primeiro e o segundo piso é consideravelmente maior do que as outras, mas sempre no sentido decrescente. A massa é maioritariamente constante, dando-se apenas no último piso, uma redução significativa devido ao uso da cobertura. ✓

B.3.2.3 Proporcionalidade na relação entre rigidezes real e do modelo entre pisos adjacentes

Não há informação sobre as propriedades da estrutura real, em particular dos enchimentos de alvenaria e fachadas, pelo que seria necessária uma avaliação do impacto dos elementos não-estruturais no comportamento dinâmico da estrutura. ✓

B.3.2.4 Regularidade de recuos

Não existem recuos no edifício. ✓

B.4 Coeficientes de comportamento

De acordo com o EC8 [50],

$$1,5 \leq q \leq q_0 k_w \quad (\text{B.8})$$

onde q_0 é o valor-base do coeficiente de comportamento, que depende da classe de ductilidade, do sistema estrutural e da regularidade em altura do edifício, e k_w um factor de redução que tem em conta os modos de rotura frágeis associados à presença de paredes.

Seguindo uma política de bom-senso, e conforme se enunciou na Secção 4.3.1 (pág. 62), atribuiu-se à estrutura a classe de ductilidade média (DCM), o que juntamente com o facto do sistema estrutural se considerar em ambas as direcções um sistema torsionalmente flexível (Secção B.3.1.5, pág. V) e com o facto da estrutura ser regular em altura (Secção B.3.2), faz com que se tenha em ambas as direcções $q_0 = 2,0$.

No caso do sistema torsionalmente flexível, considera-se

$$k_w = \min \left(\frac{1 + \alpha_o}{3} ; 1,0 \right) \quad (\text{B.9})$$

em que α_o é o valor predominante do quociente altura/largura das paredes, o que faz com que neste caso se tome¹ $\alpha_o = 14,25/1,4 = 10,18$.

¹As dimensões das paredes do edifício P12 e P15 podem consultar-se na Figura 1.1, pág. 5.

Retomando assim à Equação B.8, pode considerar-se assim como limite superior do coeficiente de comportamento

$$q = 2,0$$

B.5 Método N2

Os passos do método N2 que aqui se apresentam não correspondem aos passos convencionais encontrados nas publicações sobre o método nem no Anexo B do EC8 [50], mas sim a um conjunto de passos equivalentes propostos pelo autor.

1. dados iniciais

- 1.1. modelo da estrutura.
- 1.2. espectro elástico de acelerações S_{ae} .
- 1.3. assumir uma configuração deformada² para cada direcção horizontal $\{\phi\}$.
- 1.4. calcular a massa equivalente de cada sistema³:

$$\mathbf{m}^* = \sum_i m_i \phi_i \quad (\text{B.10})$$

- 1.5. calcular o coeficiente de participação modal associado a cada configuração:

$$\Gamma = \frac{\mathbf{m}^*}{\sum_i m_i \phi_i^2} \quad (\text{B.11})$$

2. análises *pushover*

- 2.1. determinar a distribuição vertical do carregamento lateral de cada direcção $\{P\}$:

$$P_i = m_i \phi_i \quad (\text{B.12})$$

- 2.2. efectuar uma análise *pushover* em cada direcção e sentido⁴, e traçar as respectivas curvas de capacidade V_b-d_{topo} .

3. idealização elastoplástica das curvas de capacidade

- 3.1. determinar uma idealização elastoplástica perfeita, a partir dum ponto arbitrário (pode adoptar-se inicialmente o ponto máximo) de cada uma das curvas de capacidade, que representem a mesma energia de deformação⁵.
- 3.2. retirar e guardar, do passo anterior, a rigidez inicial \mathbf{k}^* e a força de corte basal resistente V_{bu} de cada curva de capacidade.

²Na versão actual do método N2, adopta-se a configuração modal dominante em deslocamentos na direcção que se está a considerar. Note-se, no entanto, que é possível determinar a configuração deformada através do carregamento aplicado, podendo-se por isso utilizar diferentes distribuições de carregamento.

³Designa-se por sistema, o funcionamento de uma das direcções da estrutura constituído pelos deslocamentos horizontais do centro de massa de cada piso.

⁴Tratam-se então em geral de quatro análises *pushover*, embora a mudança de sentido não seja necessária se a estrutura apresentar simetria na direcção perpendicular à que se está a considerar.

⁵O ponto escolhido faz parte da idealização e da curva, e até esse ponto a área do dos dois gráficos deve ser igual.

4. determinação dos deslocamentos-objectivo

4.1. determinar os dois períodos próprios de cada sistema (um para cada sentido):

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} \quad (\text{B.13})$$

4.2. calcular as respectivas forças de corte basal geradas para um comportamento linear:

$$V_{be} = m^* \Gamma S_{ae}(T^*) \quad (\text{B.14})$$

4.3. determinar os respectivos coeficientes de redução de esforços:

$$R_\mu = \frac{V_{be}}{V_{bu}} \quad (\text{B.15})$$

4.4. determinar os respectivos coeficientes de amplificação dos deslocamentos:

$$\mu = \begin{cases} 1 + (R_\mu - 1) \frac{T_C}{T^*} & , T < T_C \\ R_\mu & , T \geq T_C \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

4.5. calcular os deslocamentos-objectivo⁶:

$$d_u = \frac{V_{be}}{k^*} \frac{\mu}{R_\mu} \quad (\text{B.17})$$

4.6. [opcional] comparar os deslocamentos-objectivo obtidos, com os deslocamentos arbitrados nas idealizações das curvas de capacidade. Aqueles que forem muito diferentes, voltar ao passo 3.1. e arbitrar agora o deslocamento-objectivo calculado na idealização.

5. determinação dos resultados

5.1. registar os esforços e deslocamentos obtidos em cada direcção e sentido.

5.2. os resultados obtidos em cada direcção são tomados como os envolventes dos dois sentidos tomados.

5.3. os resultados finais são determinados através da raiz quadrada da soma dos quadrados (SRSS) dos resultados de cada direcção.

6. [opcional] extensão do método N2 – torção

6.1. executar uma análise dinâmica modal por espectro de resposta no modelo tridimensional da estrutura, com combinação modal CQC e direccional SRSS.

6.2. registar os deslocamentos máximos atingidos (tomar apenas o máximo dos dois sentidos) no topo do último piso pelo centro de massa e por pontos notáveis da planta do edifício⁷, em cada direcção.

6.3. normalizar os deslocamentos registados no passo anterior em relação aos deslocamentos do centro de massa, em cada direcção ($\bar{d}_{j,modal}$).

⁶Deslocamentos (de cálculo) atingidos em cada direcção e sentido da acção sísmica.

⁷Pontos associados a elementos verticais. Referem-se nomeadamente os pontos do contorno do edifício, em particular os pontos mais afastados do centro de massa, e quaisquer outros pontos do interior da planta onde se localizem elementos sensíveis a danos provocados por deformações.

6.4. normalizar mesmos deslocamentos registados no **5.1.** (tomando apenas o máximo dos dois sentidos) em relação aos deslocamentos do centro de massa, em cada direcção ($\bar{d}_{j,push}$).

6.5. determinar os factores de correcção Ω_j para cada direcção, de cada um dos pontos relevantes com:

$$\Omega_j = \begin{cases} \frac{\bar{d}_{j,modal}}{\bar{d}_{j,push}} & , \bar{d}_{j,modal} > 1,0 \\ 1,0 & , \bar{d}_{j,modal} \leq 1,0 \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

6.6. multiplicar todas as grandezas relevantes determinadas no passo **5.3.** associadas aos deslocamentos escolhidos, *e.g.* deformações, pelos respectivos factores de correcção Ω_j .

ANEXO C

Rigidez de torção, rigidez lateral e centro de rigidez

Propõem-se três alternativas para a definição das rigidezes de torção, das rigidezes laterais e dos centros de rigidez de cada piso dum edifício de betão armado, em complemento ao EC8 [50], e aplica-se ao presente caso de estudo, apresentado na Secção 1.3 (pág. 3).

Para aplicação das alternativas, dispõe-se dum modelo linear tridimensional da estrutura com os pisos restringidos por diafragmas rígidos. O método baseia-se na

1. aplicação de momentos verticais M_{z_i} nos pisos da estrutura (pode ser escolhido um ponto qualquer nos pisos, desde que seja sempre o mesmo, e que os pisos tenham o mesmo centro de massa, caso contrário, os pontos de aplicação devem ser os centros de massa de cada piso);
2. medição dos deslocamentos δ_{x_i} δ_{y_i} e rotações θ_{z_i} dum ponto arbitrário em cada piso, devido aos momentos aplicados;
3. determinação das rigidezes de torção $K_{\theta_{z_i}}$ e da localização do centro de rigidez $d_{x_{CRi}}$ e $d_{y_{CRi}}$ de cada piso em relação ao ponto em que se fizeram as medições;

$$K_{\theta_{z_i}} = \frac{M_{z_i}}{\theta_{z_i}} \quad (\text{C.1})$$

$$d_{x_{CRi}} = \frac{\delta_{y_i}}{\theta_{z_i}} \quad \text{e} \quad d_{y_{CRi}} = -\frac{\delta_{x_i}}{\theta_{z_i}} \quad (\text{C.2})$$

4. aplicação de forças horizontais nas duas direcções F_{x_i} F_{y_i} nos centros de rigidez dos pisos determinados;
5. nova medição dos deslocamentos δ_{x_i} δ_{y_i} dos pisos num ponto arbitrário;
6. determinação das rigidezes laterais $K_{\delta_{x_i}}$ $K_{\delta_{y_i}}$ de cada piso.

$$K_{\delta_{x_i}} = \frac{F_{x_i}}{\delta_{x_i}} \quad \text{e} \quad K_{\delta_{y_i}} = \frac{F_{y_i}}{\delta_{y_i}} \quad (\text{C.3})$$

As três alternativas diferem essencialmente nas distribuições dos carregamentos.

C.1 Alternativa 1

Def.: Aplicação dum momento no último piso, e de forças no respectivo centro de rigidez.

Tabela C.1: Carregamentos aplicados

Piso i	M_{z_i} [kNm]	F_{x_i} [kN]	F_{y_i} [kN]
5	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
4	0	0	0
3	0	0	0
2	0	0	0
1	0	0	0

Tabela C.2: Resultados da aplicação do momento.

i	M_{z_i} [kNm]	δ_{x_i} [mm]	δ_{y_i} [mm]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\theta_{z_i}$ [mrad]	$K_{\theta_{z_i}}$ [kNm/rad]	$d_{x_{CRi}}$ [m]	$d_{y_{CRi}}$ [m]
5	100×10^5	12,58	0,00	40,21	22,49	$4,5 \times 10^6$	0,000	0,313
4	100×10^5	9,08	0,00	31,65	17,72	$5,6 \times 10^6$	0,000	0,287
3	100×10^5	6,23	0,00	22,25	13,93	$7,2 \times 10^6$	0,000	0,280
2	100×10^5	3,54	0,00	12,93	8,32	$12,0 \times 10^6$	0,000	0,274
1	100×10^5	1,19	0,00	4,61	4,61	$21,7 \times 10^6$	0,000	0,259

Tabela C.3: Resultados da aplicação das forças horizontais.

i	V_{x_i}, V_{y_i} [kN]	δ_{x_i} [m]	δ_{y_i} [m]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\delta_{x_i}$ [m]	$\Delta\delta_{y_i}$ [m]	$K_{\delta_{x_i}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{y_i}}$ [kN/m]
5	100×10^5	4,48	4,50	4,32	0,90	0,98	$11,1 \times 10^4$	$10,2 \times 10^4$
4	100×10^5	3,58	3,52	2,13	1,01	1,07	$10,0 \times 10^4$	$9,3 \times 10^4$
3	100×10^5	2,57	2,45	1,08	1,01	1,05	$9,9 \times 10^4$	$9,5 \times 10^4$
2	100×10^5	1,56	1,39	0,43	0,95	0,91	$10,5 \times 10^4$	$10,9 \times 10^4$
1	100×10^5	0,61	0,48	0,01	0,61	0,48	$16,4 \times 10^4$	$20,8 \times 10^4$

C.2 Alternativa 2

Def.: Aplicação de momentos iguais nos pisos, e de forças iguais nos respectivos centros de rigidez.

Tabela C.4: Carregamentos aplicados

Piso i	M_{z_i} [kNm]	F_{x_i} [kN]	F_{y_i} [kN]
5	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
4	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
3	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
2	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
1	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$

Tabela C.5: Resultados da aplicação do momento.

i	M_{z_i} [kNm]	δ_{x_i} [mm]	δ_{y_i} [mm]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\theta_{z_i}$ [mrad]	$K_{\theta_{z_i}}$ [kNm/rad]	$d_{x_{CRi}}$ [m]	$d_{y_{CRi}}$ [m]
5	100×10^5	32,90	0,00	111,65	60,58	$1,7 \times 10^6$	0,000	0,295
4	100×10^5	27,48	0,00	98,85	51,07	$3,9 \times 10^6$	0,000	0,278
3	100×10^5	21,47	0,00	78,87	47,78	$6,3 \times 10^6$	0,000	0,272
2	100×10^5	13,71	0,00	51,53	31,09	$12,9 \times 10^6$	0,000	0,266
1	100×10^5	5,12	0,00	20,44	20,44	$24,5 \times 10^6$	0,000	0,250

Tabela C.6: Resultados da aplicação das forças horizontais.

i	V_{x_i}, V_{y_i} [kN]	δ_{x_i} [m]	δ_{y_i} [m]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\delta_{x_i}$ [m]	$\Delta\delta_{y_i}$ [m]	$K_{\delta_{x_i}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{y_i}}$ [kN/m]
5	100×10^5	12,80	12,35	6,29	1,19	1,56	$8,39 \times 10^4$	$6,40 \times 10^4$
4	200×10^5	11,61	10,79	2,91	2,07	2,32	$9,66 \times 10^4$	$8,62 \times 10^4$
3	300×10^5	9,54	8,47	1,07	2,99	3,06	$10,0 \times 10^4$	$9,82 \times 10^4$
2	400×10^5	6,54	5,41	-0,16	3,70	3,34	$10,8 \times 10^4$	$12,0 \times 10^4$
1	500×10^5	2,84	2,07	-0,79	2,84	2,07	$17,6 \times 10^4$	$24,1 \times 10^4$

C.3 Alternativa 3

Def.: Aplicação de momentos proporcionais à cota e massa dos pisos, nos pisos respectivos, e de forças proporcionais à cota e massa dos pisos, nos respectivos centros de rigidez.

Tabela C.7: Carregamentos aplicados

Piso i	z_i [m]	m_i [ton]	$z_i m_i$ [mton]	M_{z_i} [kNm]	F_{x_i} [kN]	F_{y_i} [kN]
5	163,23	14,25	2326,03	$77,8 \times 10^3$	$77,8 \times 10^3$	$77,8 \times 10^3$
4	262,20	11,40	2989,08	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$	$100,0 \times 10^3$
3	262,20	8,55	2241,81	$75,0 \times 10^3$	$75,0 \times 10^3$	$75,0 \times 10^3$
2	262,20	5,70	1494,54	$50,0 \times 10^3$	$50,0 \times 10^3$	$50,0 \times 10^3$
1	262,20	2,85	747,27	$25,0 \times 10^3$	$25,0 \times 10^3$	$25,0 \times 10^3$

Tabela C.8: Resultados da aplicação do momento.

i	M_{z_i} [kNm]	δ_{x_i} [mm]	δ_{y_i} [mm]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\theta_{z_i}$ [mrad]	$K_{\theta_{z_i}}$ [kNm/rad]	$d_{x_{CRi}}$ [m]	$d_{y_{CRi}}$ [m]
5	100×10^5	25,85	0,00	87,24	46,92	$1,7 \times 10^6$	0,000	0,296
4	100×10^5	21,41	0,00	76,73	40,32	$4,4 \times 10^6$	0,000	0,279
3	100×10^5	16,38	0,00	59,89	36,41	$6,9 \times 10^6$	0,000	0,274
2	100×10^5	10,09	0,00	37,68	23,48	$12,9 \times 10^6$	0,000	0,268
1	100×10^5	3,60	0,00	14,21	14,21	$23,1 \times 10^6$	0,000	0,254

Tabela C.9: Resultados da aplicação das forças horizontais.

i	V_{x_i}, V_{y_i} [kN]	δ_{x_i} [m]	δ_{y_i} [m]	θ_{z_i} [mrad]	$\Delta\delta_{x_i}$ [m]	$\Delta\delta_{y_i}$ [m]	$K_{\delta_{x_i}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{y_i}}$ [kN/m]
5	78×10^5	9,92	9,68	3,89	0,97	1,28	$8,0 \times 10^4$	$6,1 \times 10^4$
4	178×10^5	8,95	8,40	1,35	1,78	1,94	$10,0 \times 10^4$	$9,2 \times 10^4$
3	253×10^5	7,17	6,45	0,17	2,46	2,47	$10,3 \times 10^4$	$10,2 \times 10^4$
2	303×10^5	4,72	3,98	-0,44	2,78	2,53	$10,9 \times 10^4$	$12,0 \times 10^4$
1	328×10^5	1,94	1,45	-0,61	1,94	1,45	$16,9 \times 10^4$	$22,5 \times 10^4$

C.4 Comparação das alternativas

Tabela C.10: Rigidezes de torção.

	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3
Piso i	$K_{\theta_{zi}}$ [kNm/rad]	$K_{\theta_{zi}}$ [kNm/rad]	$K_{\theta_{zi}}$ [kNm/rad]
5	$4,6 \times 10^6$	$1,7 \times 10^6$	$1,7 \times 10^6$
4	$5,6 \times 10^6$	$3,9 \times 10^6$	$4,4 \times 10^6$
3	$7,2 \times 10^6$	$6,3 \times 10^6$	$6,9 \times 10^6$
2	$12,0 \times 10^6$	$12,9 \times 10^6$	$12,9 \times 10^6$
1	$21,7 \times 10^6$	$24,5 \times 10^6$	$23,1 \times 10^6$

Tabela C.11: Rigidezes laterais.

	Alt. 1		Alt. 2		Alt. 3	
Piso i	$K_{\delta_{xi}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{yi}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{xi}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{yi}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{xi}}$ [kN/m]	$K_{\delta_{yi}}$ [kN/m]
5	$11,1 \times 10^4$	$10,2 \times 10^4$	$8,4 \times 10^4$	$6,4 \times 10^4$	$8,00 \times 10^4$	$6,1 \times 10^4$
4	$10,0 \times 10^4$	$9,3 \times 10^4$	$9,7 \times 10^4$	$8,6 \times 10^4$	$10,0 \times 10^4$	$9,2 \times 10^4$
3	$9,9 \times 10^4$	$9,5 \times 10^4$	$10,0 \times 10^4$	$9,8 \times 10^4$	$10,3 \times 10^4$	$10,2 \times 10^4$
2	$10,5 \times 10^4$	$10,9 \times 10^4$	$10,8 \times 10^4$	$12,0 \times 10^4$	$10,9 \times 10^4$	$12,0 \times 10^4$
1	$16,4 \times 10^4$	$20,8 \times 10^4$	$17,6 \times 10^4$	$24,1 \times 10^4$	$16,9 \times 10^4$	$22,5 \times 10^4$

Tabela C.12: Centros de rigidez.

	Alt. 1		Alt. 2		Alt. 3	
Piso i	x_{CR_i} [m]	y_{CR_i} [m]	x_{CR_i} [m]	y_{CR_i} [m]	x_{CR_i} [m]	y_{CR_i} [m]
5	9,700	5,213	9,700	5,195	9,700	5,196
4	9,700	5,187	9,700	5,178	9,700	5,179
3	9,700	5,180	9,700	5,172	9,700	5,174
2	9,700	5,174	9,700	5,166	9,700	5,168
1	9,700	5,159	9,700	5,150	9,700	5,154

As duas últimas alternativas apresentam resultados muito semelhantes. A primeira alternativa vai-se distanciando das outras com a altura, sendo que as rigidezes começam a ficar cada vez maiores e os centros de rigidez cada vez mais distantes dos centro de massa. A terceira alternativa baseia-se numa distribuição de forças, como se sabe, mais próximas daquelas que surgem com a acção sísmica, e por isso, foi aquela que se escolheu para a determinação das grandezas envolvidas.

ANEXO D

Resultados da análise dinâmica não-linear

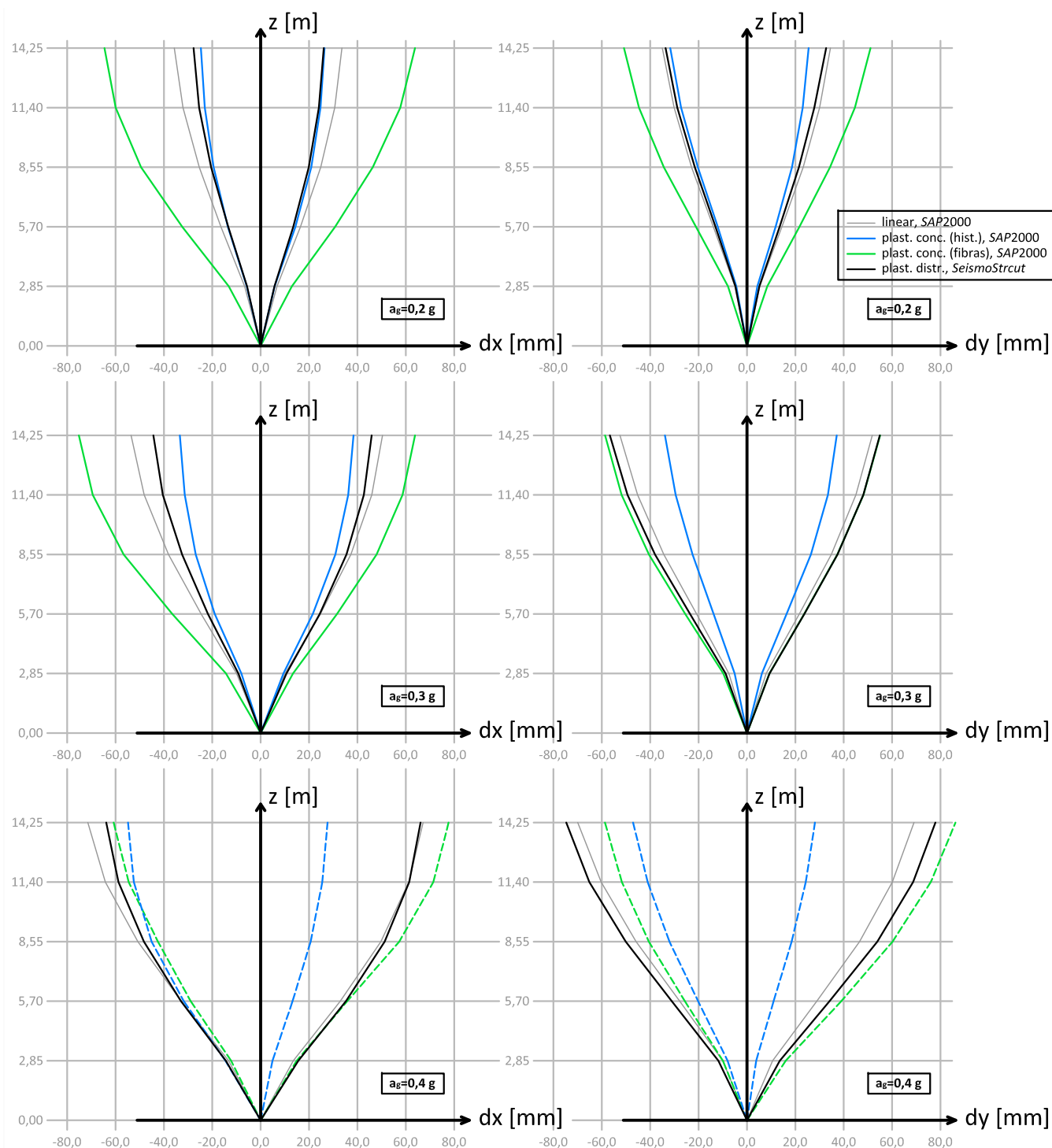


Figura D.1: Mediana dos deslocamentos máximos dos pisos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.

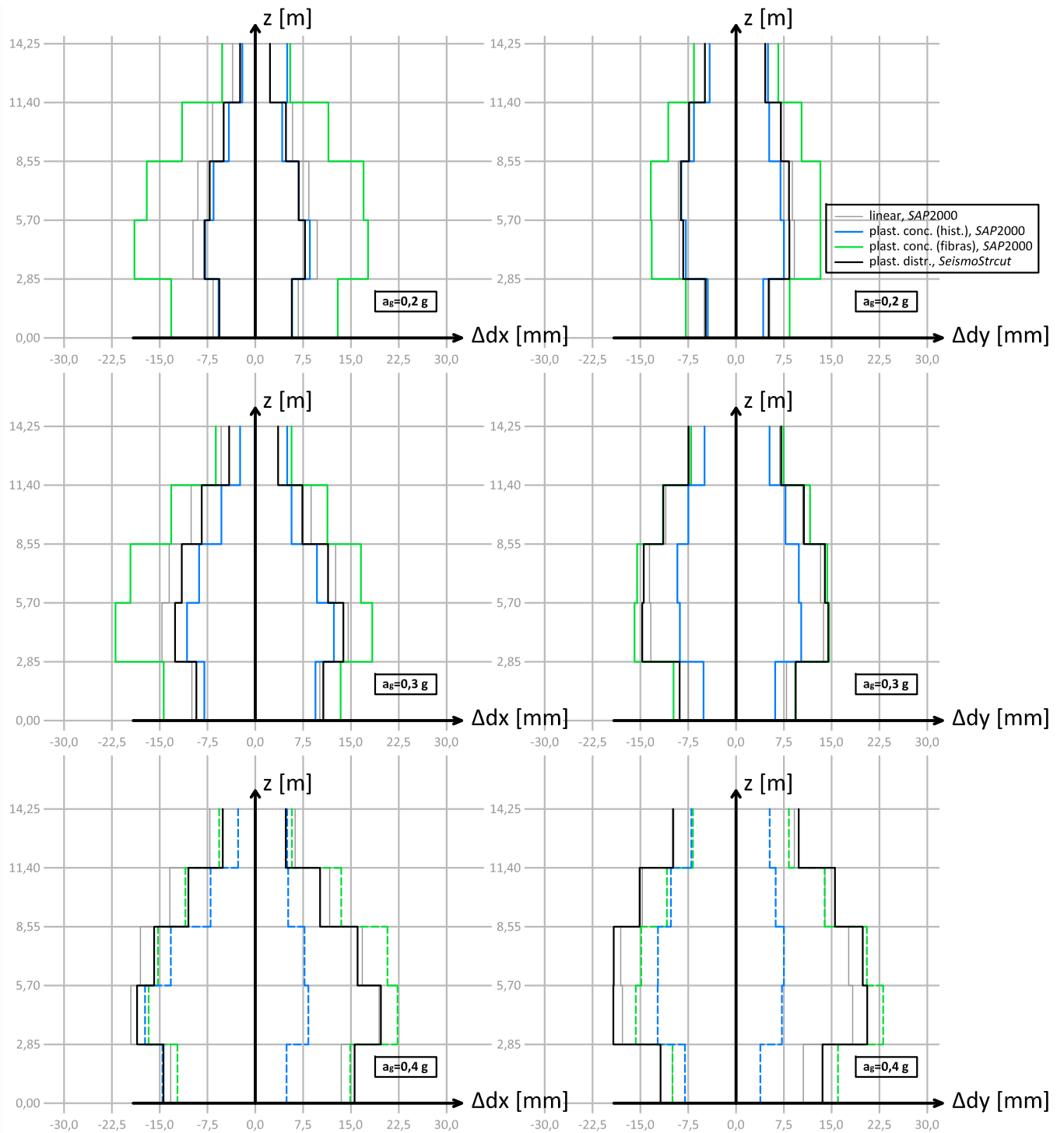


Figura D.2: Mediana dos deslocamentos inter-pisos máximos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.

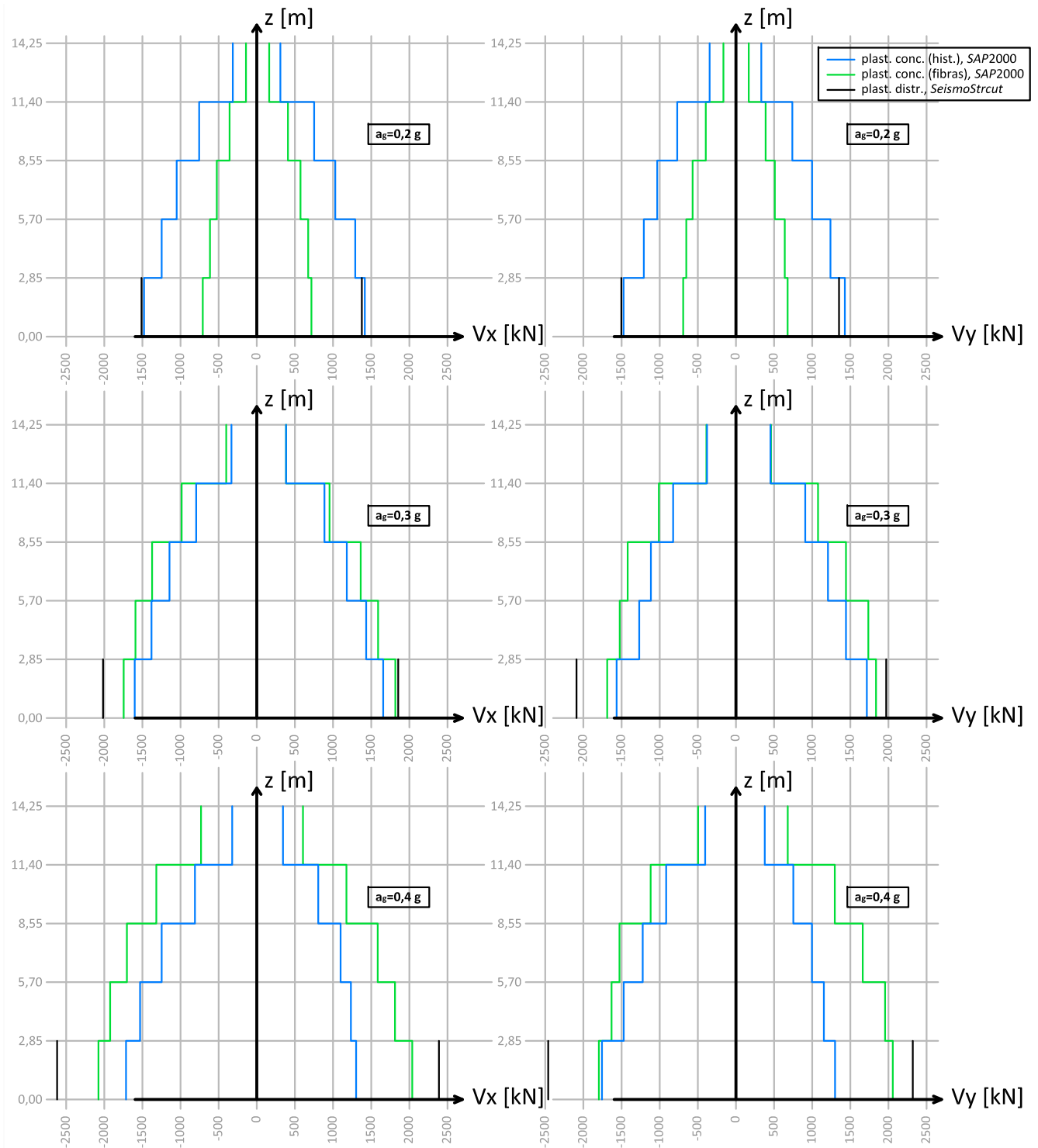


Figura D.3: Mediana dos esforços transversos máximos dos pisos, obtidos com os modelos linear, de plasticidade concentrada e de plasticidade distribuída, nas três intensidades.

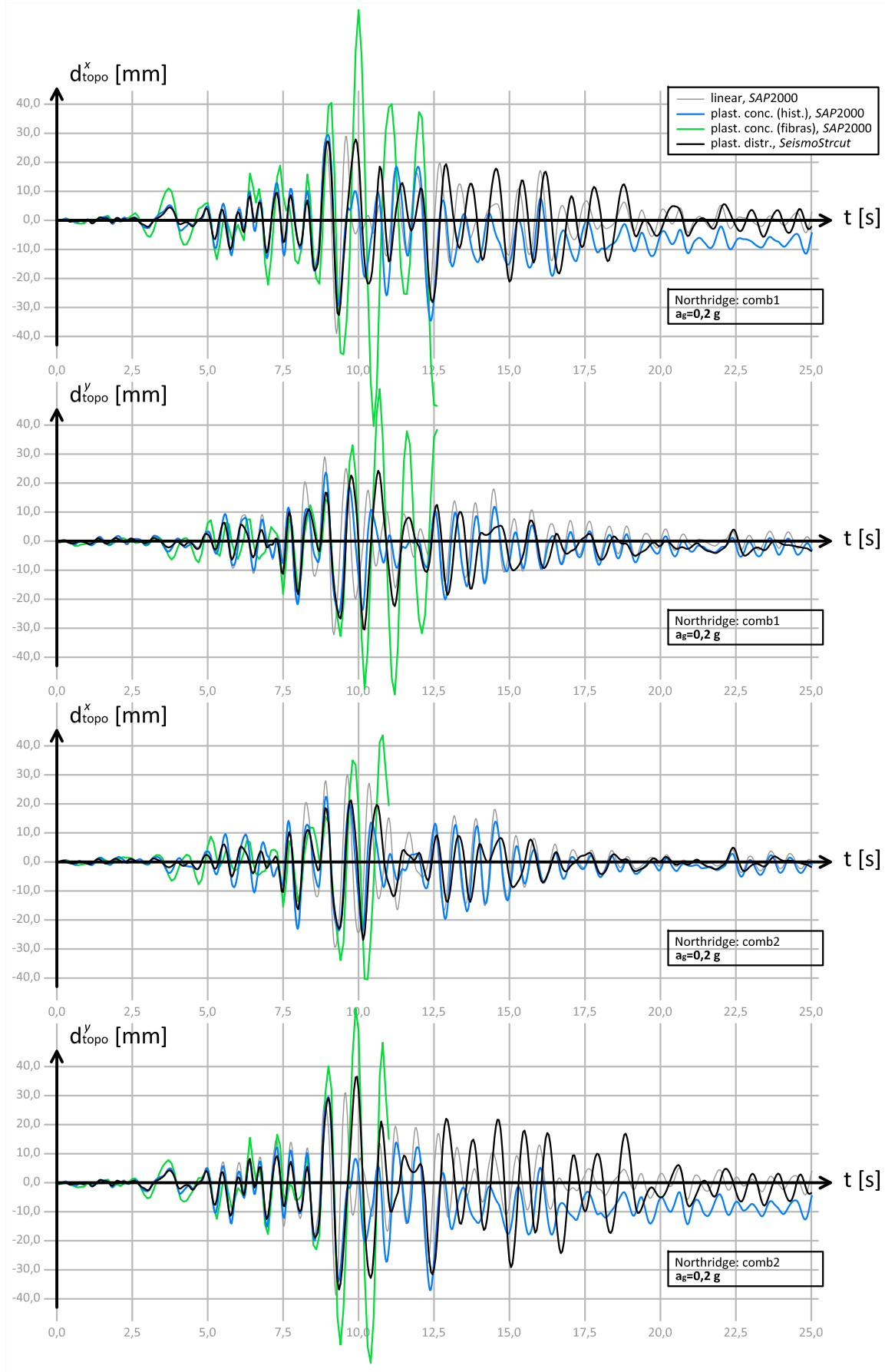


Figura D.4: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

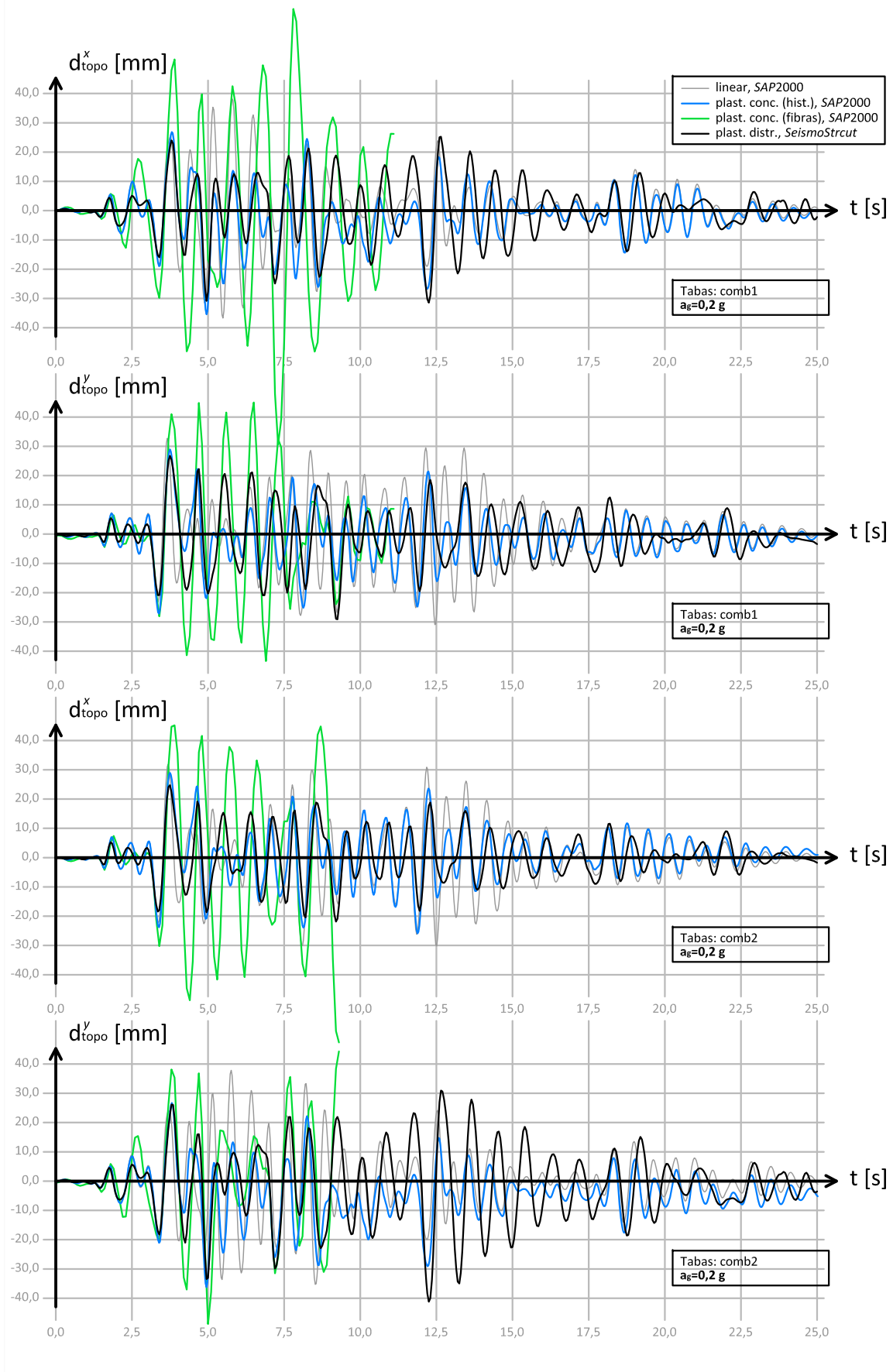


Figura D.5: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

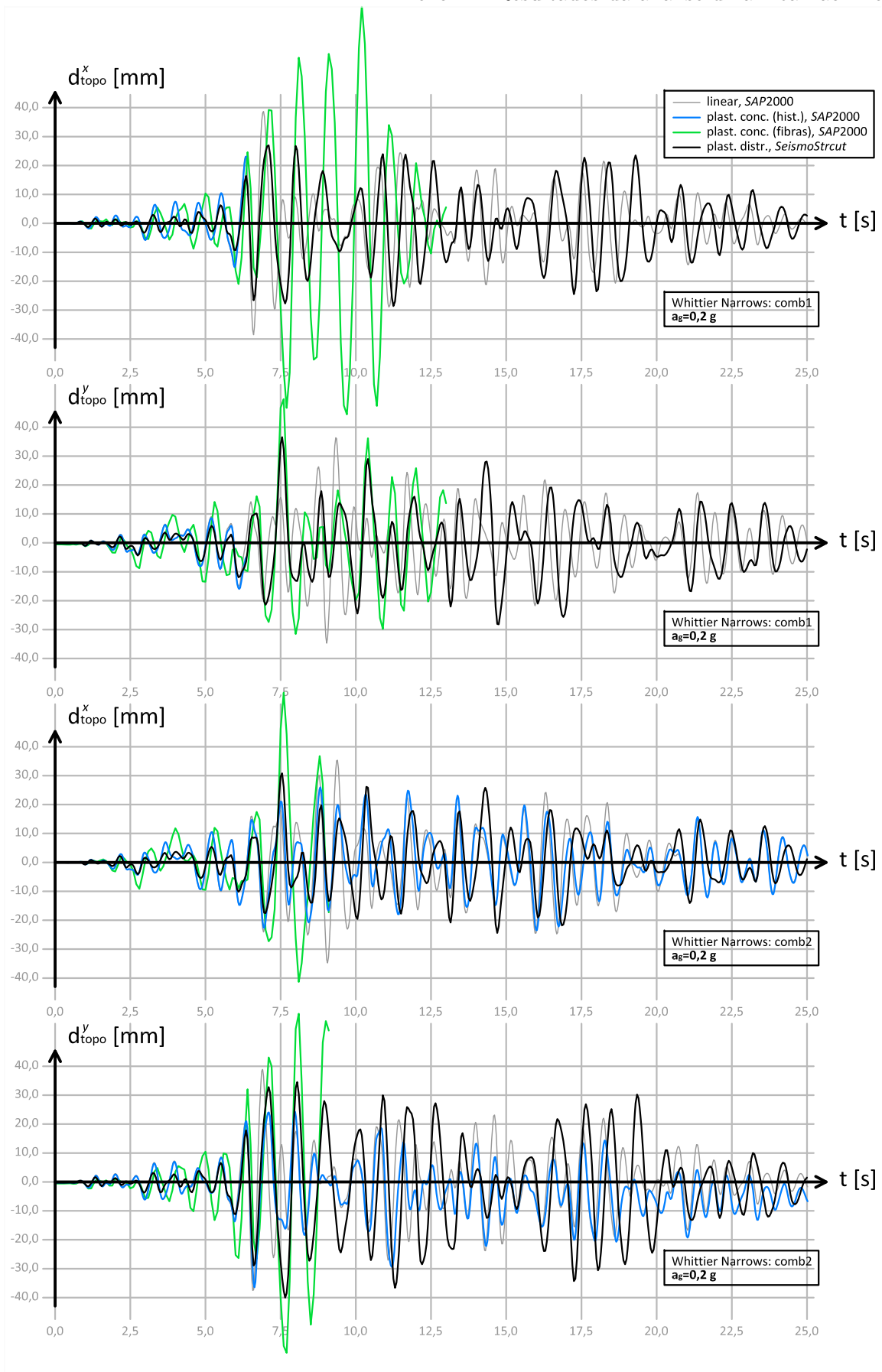


Figura D.6: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,2 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

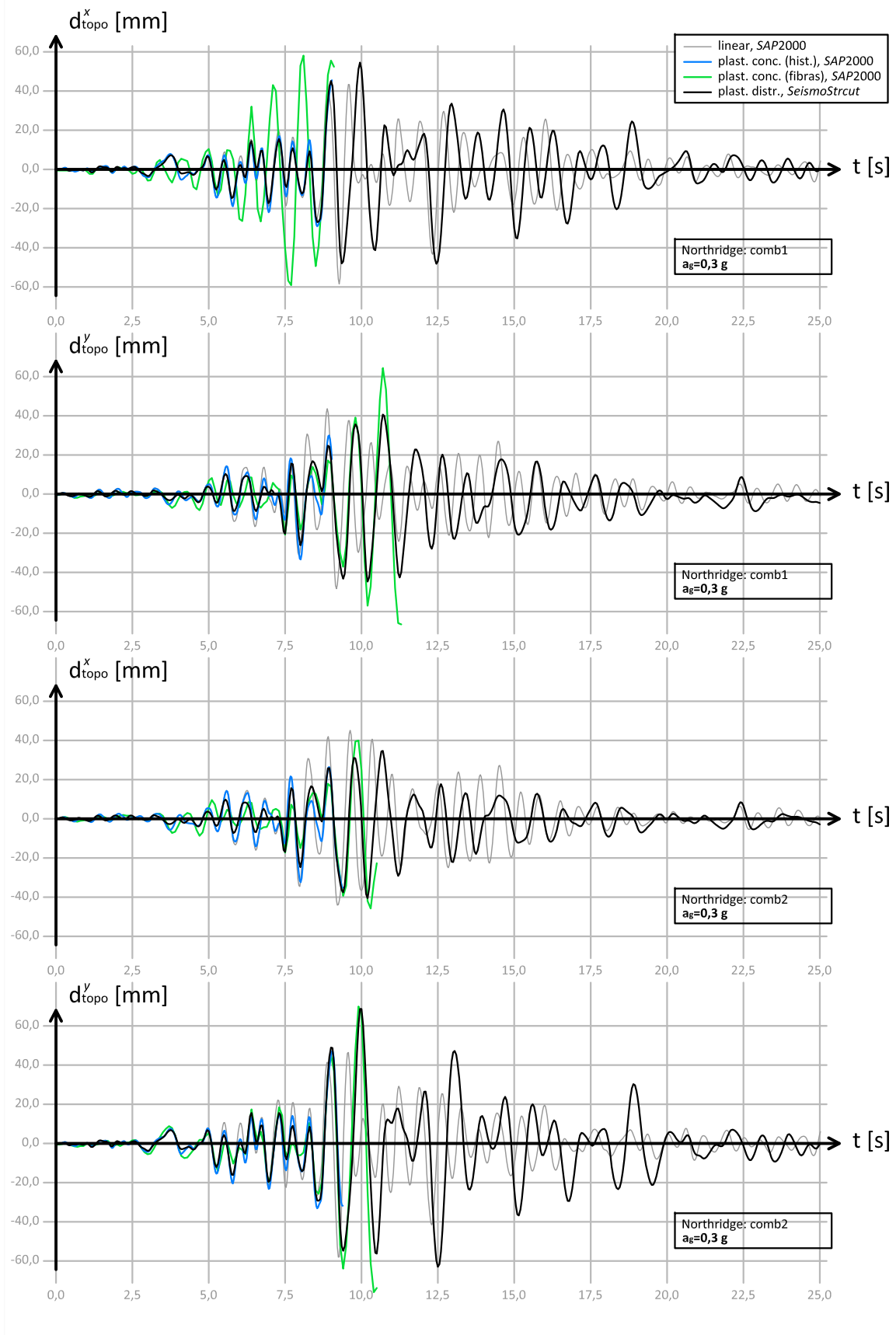


Figura D.7: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

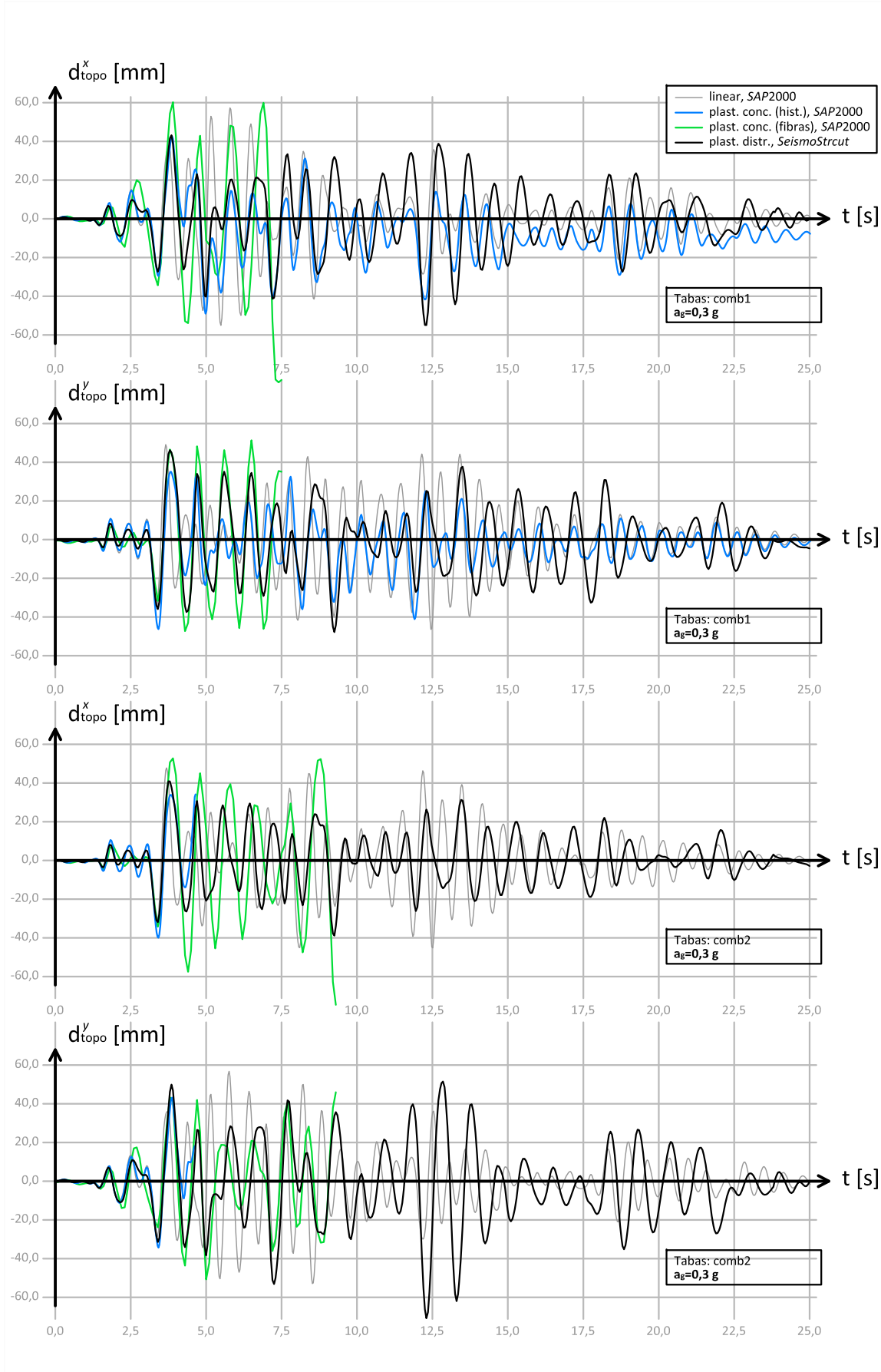


Figura D.8: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

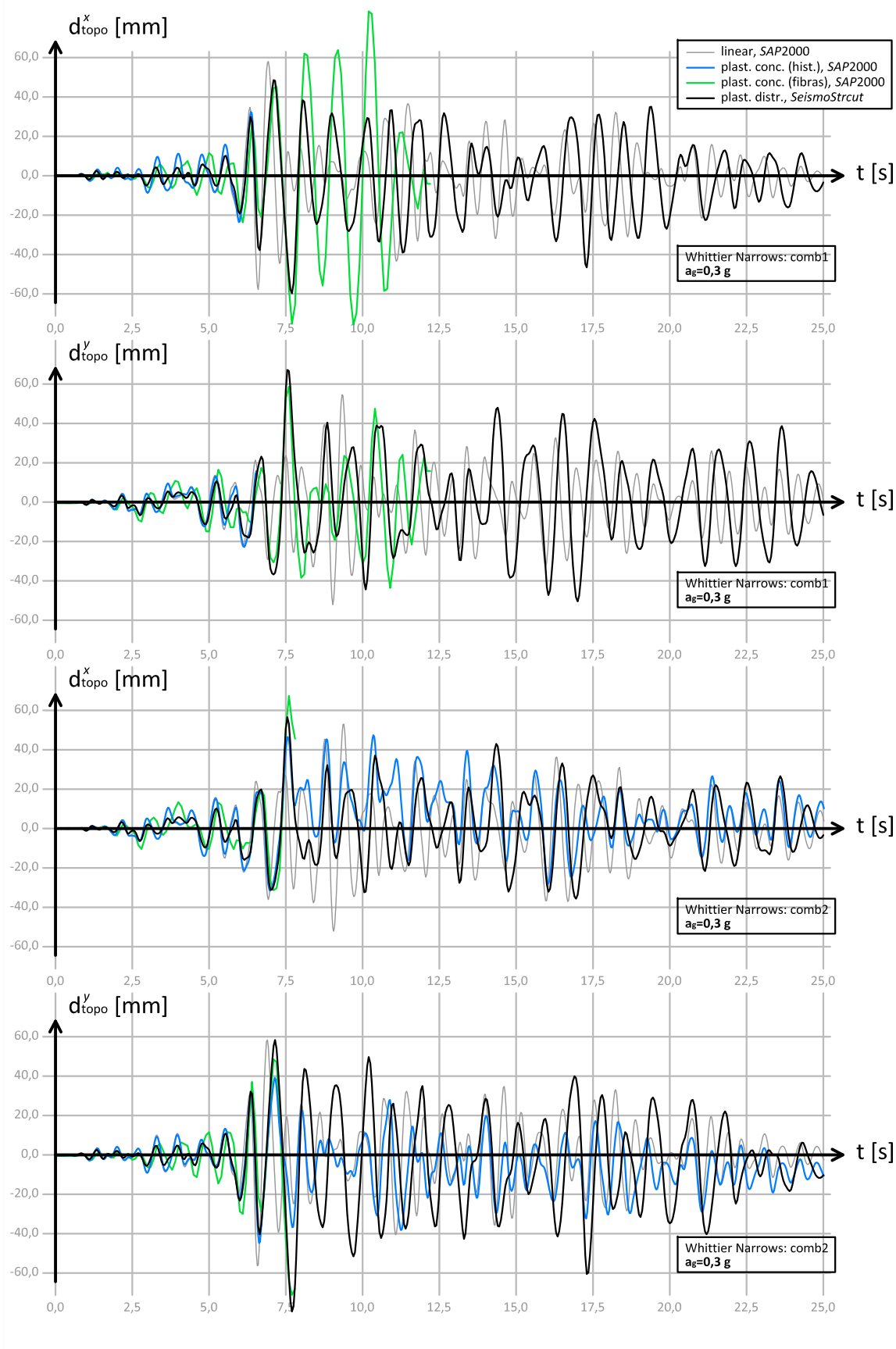


Figura D.9: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,3 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

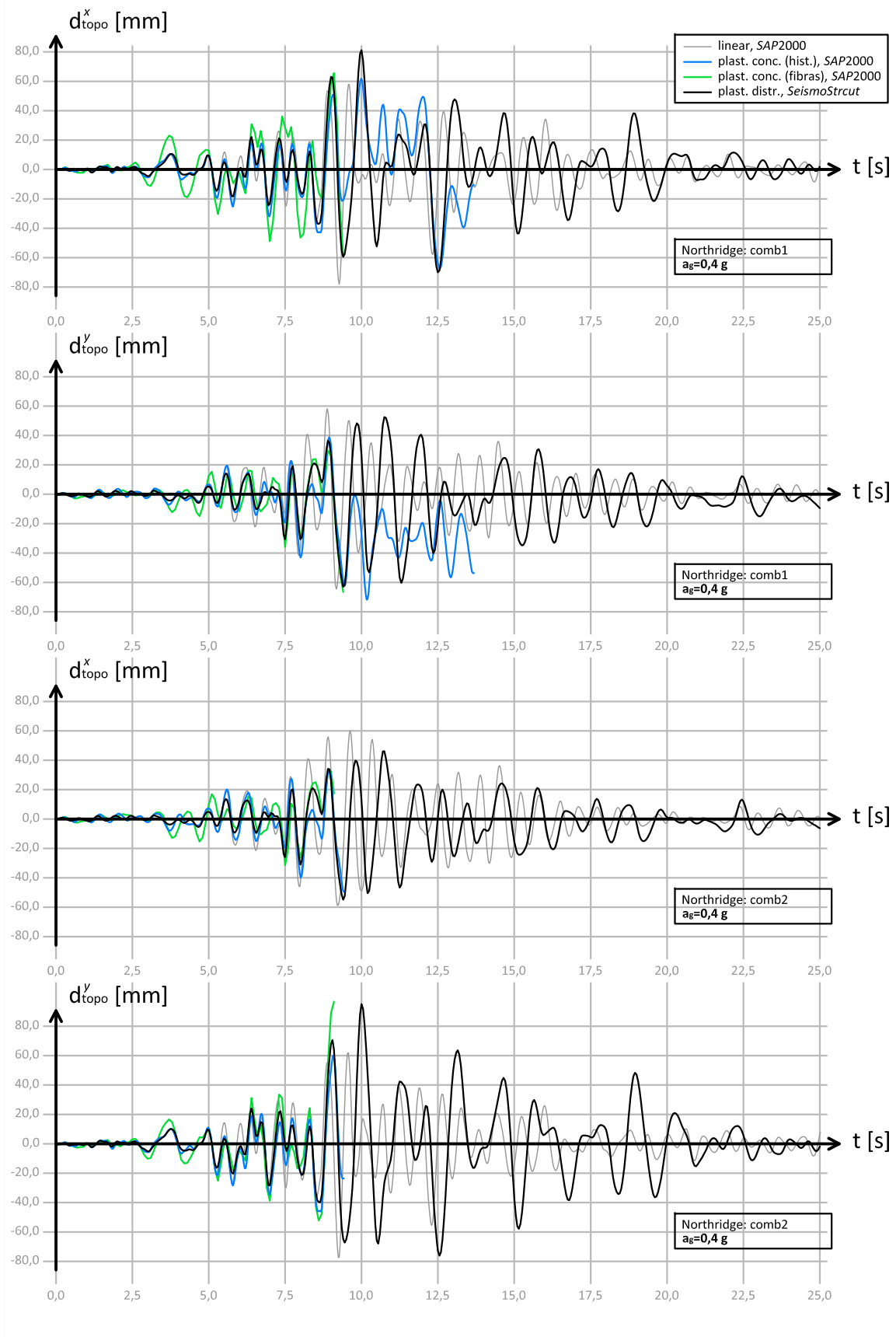


Figura D.10: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Northridge, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

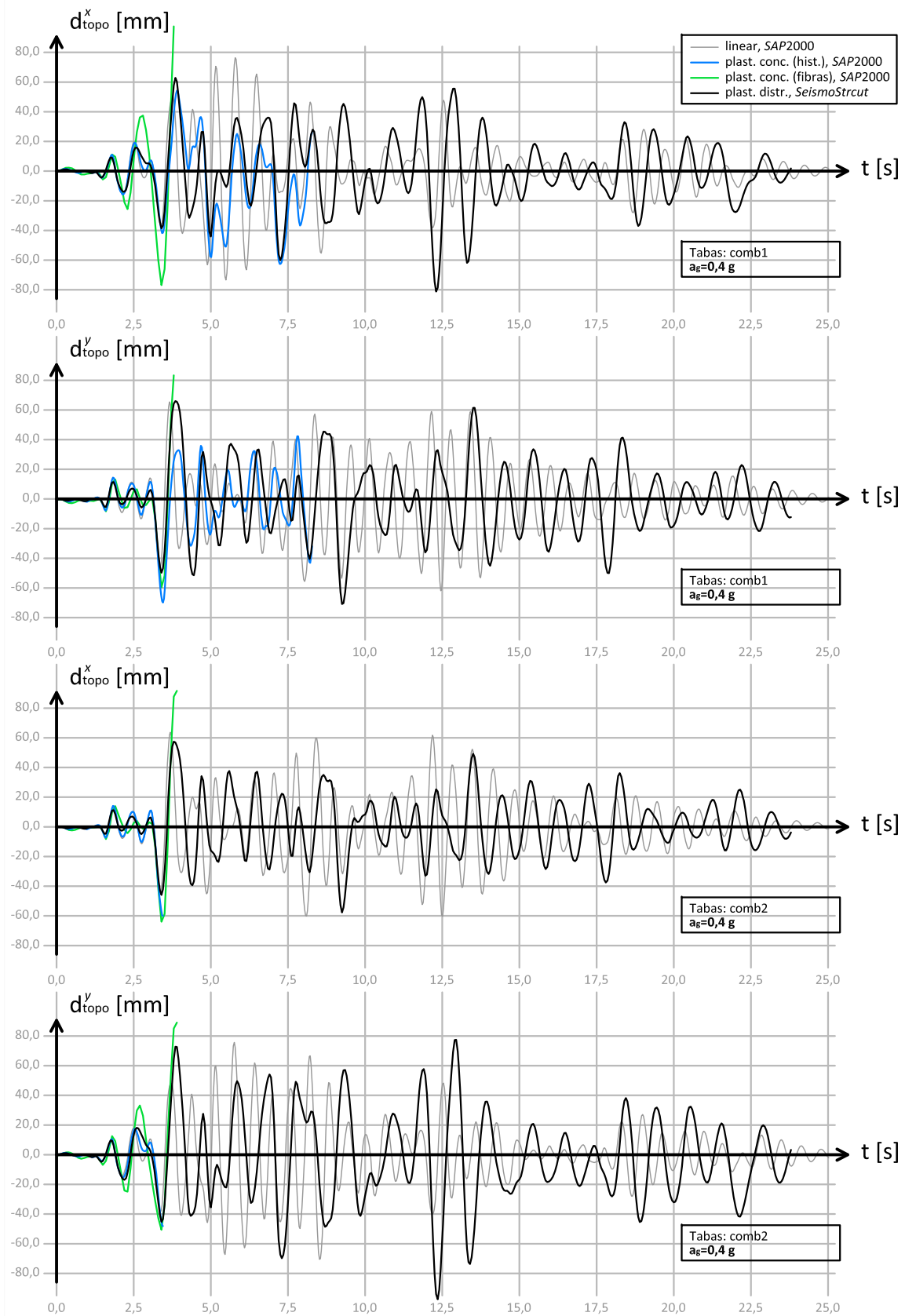


Figura D.11: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Tabas, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

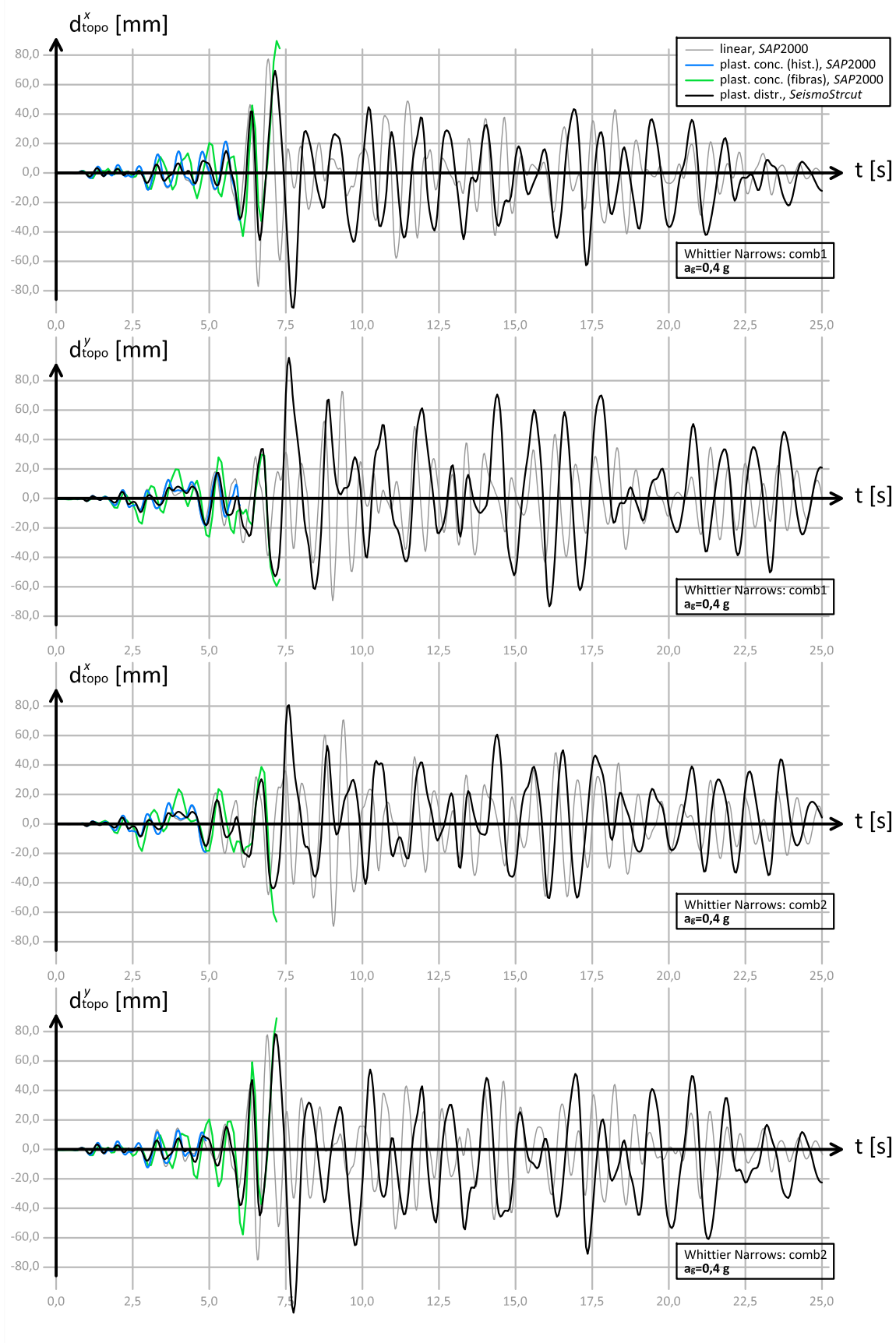


Figura D.12: Deslocamentos do último piso segundo x e y nas duas combinações do acelerograma de Whittier Narrows, com intensidade de 0,4 g, nos modelos lineares, de plasticidade distribuída e de plasticidade concentrada.

ANEXO E

Código Matlab

Apresenta-se neste anexo a programação em *Matlab* correspondente à rotina de cálculo da relação momento-curvatura duma secção, e subrotinas, utilizada no processamento das rótulas plásticas do edifício (ver Figuras 2.23 e 2.23). Da mesma forma, apresenta-se o código usado no cálculo do deslocamento-objectivo pelo método N2.

E.1 Traçado da relação momento-curvatura

```

1 function mc=MC( SecDef,Aco,Betao,N0,Incr )
2 %SecDef com 3 colunas: A[m2]; z[m] (origem no CM); Material
3 % o material aço é sempre 1 e os betões utilizados, 2,3,...
4 %Aco com 2 colunas: extensão[]; tensão[MPa]
5 %Betao com 2 ou mais colunas: extensão[]; tensão1[MPa]; tensão2[MPa];...
6 %N0 é um escalar: Esforço normal [kN] - sinal positivo(tracção)
7 %Incr é um escalar: Incrementos de curvatura - aconselhado: 0.0005
8
9 sec=SecDef;
10 erroAdm=0.00001;
11
12 Ext0=0;
13 i=0;
14 for curv=0:Incr:0.5
15     i=i+1;
16     Ext=Ext0+sec(:,2)*curv;
17     Tens=CalcTens(sec,Aco,Betao,Ext);
18     Nvec=Tens(:,1).*sec(:,1)*1000; %de MPa para kPa
19     N=sum(Nvec);
20     erro=N-N0;
21     inc=0.0002;
22     while abs(erro)>erroAdm
23         if erro>=0
24             Ext0=Ext0-inc;
25         else
26             Ext0=Ext0+inc;
27         end
28         Ext=Ext0+sec(:,2)*curv;
29         Tens=CalcTens(sec,Aco,Betao,Ext);
30         Nvec=Tens(:,1).*sec(:,1)*1000; %de MPa para kPa
31         N=sum(Nvec);
32         if erro*(N-N0)<0
33             inc=inc/2;
34         end
35         if Ext0>1 || Ext0<-1
36             Nvec=Nvec*0;
37             break;
38         end
39         erro=N-N0;
40     end
41     if sum( (Ext(:,1)<min(Betao(:,1))) & sec(:,3)>1 )~=0
42         msgbox 'Rotura pelo betão';
43         break; %Rotura pelo betão
44     end
45     if sum( (Ext(:,1)>max(Aco(:,1))) & sec(:,3)==1 )~=0
46         msgbox 'Rotura pelo aço';
47         break; %Rotura pelo aço
48     end

```

```

49     Curv(i,1)=curv;
50     Mvec=sum(Nvec(:,1).*sec(:,2));
51 end
52 mc=[Curv M];
53 plot(Curv,M);
54 end
55
56 function Vec = CalcTens(SecDef,Aco,Betao,Ext) %Calcular tensões
57 nFibers=size(SecDef,1);
58 Vec=zeros(nFibers,1);
59 for i=1:nFibers
60     if SecDef(i,3)==1
61         Vec(i,1)=Interpol(Aco,Ext(i,1),1);
62     else
63         Vec(i,1)=Interpol(Betao,Ext(i,1),SecDef(i,3)-1);
64     end
65 end
66 end
67
68 function y = Interpol(funcoes,x,nf) %Interpolador de funções
69 %funcoes: pelo menos 2 colunas - x,y1,y2,y3,...
70 %os valores de x tem que estar por ordem crescente
71 %os valores fora do domínio das funções são nulos
72 %nf é o número da função que se quer interpolar: 1,2,3,...
73 dim=size(funcoes,1);
74 if x<funcoes(1,1) || x>funcoes(dim,1)
75     y=0;
76 elseif x==funcoes(dim,1)
77     y=funcoes(dim,nf+1);
78 else
79     for i=1:dim
80         if x>=funcoes(i,1)
81             y=funcoes(i,nf+1)+(funcoes(i+1,nf+1)-funcoes(i,nf+1))/(funcoes(i+1,1)-funcoes(i,1))* (x-funcoes(i,1));
82         end
83     end
84 end
85 end

```

E.2 Resolução do método N2

```

1 function res=N2(Spec,Tc,Capac,m,fi)
2 %Spec: T[s],Sae[g] espectro de resposta elástico
3 %Tc: Tc[s]
4 %Capac: Vb[kN],d[m] curva de capacidade
5 %m: mi[ton] massa de cada piso
6 %fi: fii configuração modal (qualquer normalização)
7 %NOTA: m e fi por ordem crescente de piso
8
9 g=9.81;
10 erroAdm=0.001;
11
12 fi=fi/fi(size(fi,1),1); %normalizar fi
13 M=sum(m.*fi); %massa equivalente
14 gamma=M/sum(m.*fi.*fi); %factor de participação
15
16 erro(1,1)=2*erroAdm;
17 [Fmax,n]=max(Capac(:,2));
18
19 Dnl(1,1)=0.6*Capac(n,1);
20 i=0;
21 while abs(erro(i+(i==0),1))>erroAdm
22     i=i+1;

```

```

23     Fy=interpolar(Capac,Dnl(i,1));
24     A=integrar(Capac,0,Dnl(i,1));
25     K=Fy^2/(2*(-A+Fy*Dnl(i,1)));
26     T=2*pi*(M/K)^0.5;
27     Fae=M*gamma*interpolar(Spec,T)*g;
28     Rmu=Fae/Fy;
29     if T<Tc
30         mu=1+(Rmu-1)*Tc/T;
31     else
32         mu=Rmu;
33     end
34     Del0=Fae/K;
35     Dnl0=Del0*mu/Rmu;
36     erro(i,1)=Dnl0-Dnl(i,1);
37     if i==1
38         Dnl(i+1,1)=0.65*Capac(n,1);
39     else
40         Dnl(i+1,1)=Dnl(i,1)-erro(i,1)*(Dnl(i,1)-Dnl(i-1,1))/(erro(i,1)-erro(i-1,1));
41     end
42 end
43 d=Dnl(i,1);
44
45 Sae=Spec(:,2); Sde=Spec(:,1).^2/(4*pi^2).*Sae*g;
46 RRmu=(Spec(:,1)/Tc).^(Spec(:,1)<Tc)*(mu-1)+1;
47 Sad=Sae./RRmu; Sdd=Sde*mu./RRmu;
48 Fi=[0;Fy/(g*M*gamma);Fy/(g*M*gamma)]; Di=[0;Fy/(K*gamma);d/gamma];
49 F=Capac(:,2)/(gamma*M*g); D=Capac(:,1)/gamma;
50 clf reset; hold on;
51 plot(Sde,Sae,'k','LineWidth',2);
52 plot(Sdd,Sad,'k','LineWidth',1);
53 plot(Di,Fi,'r','LineWidth',2);
54 plot(D,F,'--k','LineWidth',1);
55 xlim([0 max(Sde)]);
56
57
58
59 res=[ Di*gamma  Fi*M*gamma*g ];
60 %como resultados indica-se o deslocamento e a força última
61 end
62
63 function y = interpolar(f,x) %Interpolador de funções
64 %f: x,y (os valores de x tem que estar por ordem crescente)
65 %os valores de x tem que estar por ordem crescente
66 %os valores fora do domínio de f são nulos
67
68 dim=size(f,1);
69 if x<f(1,1) || x>f(dim,1)
70     y=0;
71 elseif x==f(dim,1)
72     y=f(dim,2);
73 else
74     for i=1:dim
75         if x>=f(i,1)
76             y=f(i,2)+(f(i+1,2)-f(i,2))/(f(i+1,1)-f(i,1))*(x-f(i,1));
77         end
78     end
79 end
80 end
81
82 function I = integrar( f,x1,x2 )
83 %f: x,y (os valores de x tem que estar por ordem crescente)
84 %x1: ponto de integração inicial
85 %x2: ponto de integração final
86

```

```
87 dim=size(f,1);
88 I=0;
89 for i=1:dim-1
90     if f(i,1)<=x1 && f(i+1,1)>x2
91         I=I+0.5*(interpolar(f,x1)+interpolar(f,x2))*(x2-x1);
92     elseif f(i,1)<=x1 && f(i+1,1)>x1
93         I=I+0.5*(interpolar(f,x1)+f(i+1,2))*(f(i+1,1)-x1);
94     elseif f(i,1)<x2 && f(i+1,1)>=x2
95         I=I+0.5*(f(i,2)+interpolar(f,x2))*(x2-f(i,1));
96     elseif f(i,1)>x1 && f(i,1)<x2
97         I=I+0.5*(f(i,2)+f(i+1,2))*(f(i+1,1)-f(i,1));
98     end
99 end
100
101 end
102
103
104
```