



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Análises Estáticas Não Lineares (*Pushover*) para o Dimensionamento e Avaliação Sísmica de Estruturas

Parte 2 Método N2

Rita Bento

9 de Fevereiro de 2012



- Métodos pioneiros que recorrem a AENL e são preconizados em regulamentos:
 1. Método do Espectro de Capacidade Resistente
CSM, *Capacity Spectrum Method*, introduzido por Freeman e colaboradores (Freeman et al., 1975; Freeman, 1998) e preconizado no **ATC40** (1996). Posteriormente, o relatório **FEMA440** (2005) propôs uma versão actualizada do método que permitiu aumentar a precisão dos resultados obtidos.
 2. Método N2
Proposto por Fajfar (Fajfar e Fischinger, 1998; Fajfar, 2000) e incluído na versão do **EC8** (2004). As extensões deste método para ter em conta a irregularidade dos edifícios em planta e a contribuição dos modos superiores foram apresentadas posteriormente (Fajfar et al., 2005a e 2005b; Kreslin e Fajfar, 2011).

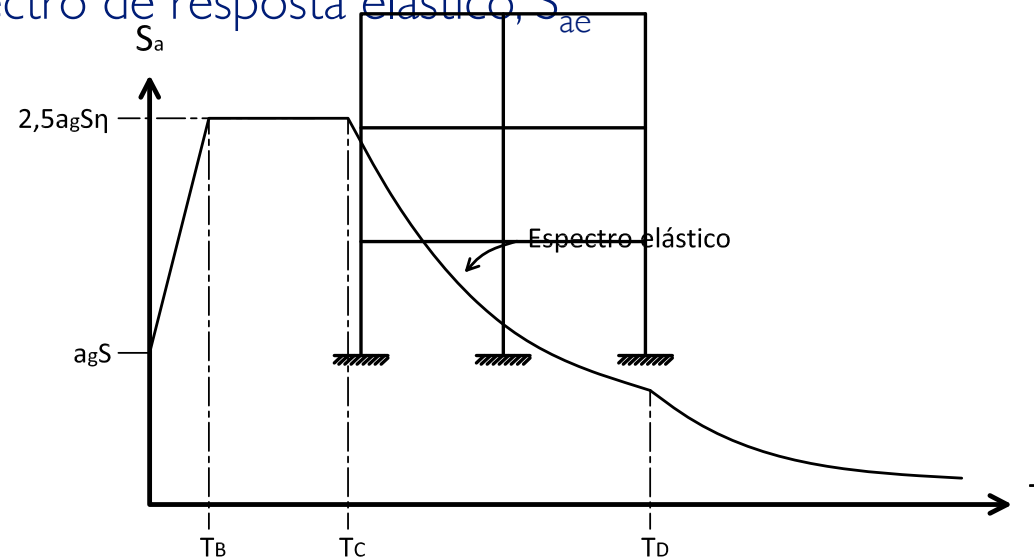


- Descrição do método passo-a-passo:

- Passo I – Dados

- a. Estrutura

- b. Espectro de resposta elástico, S_{ae}





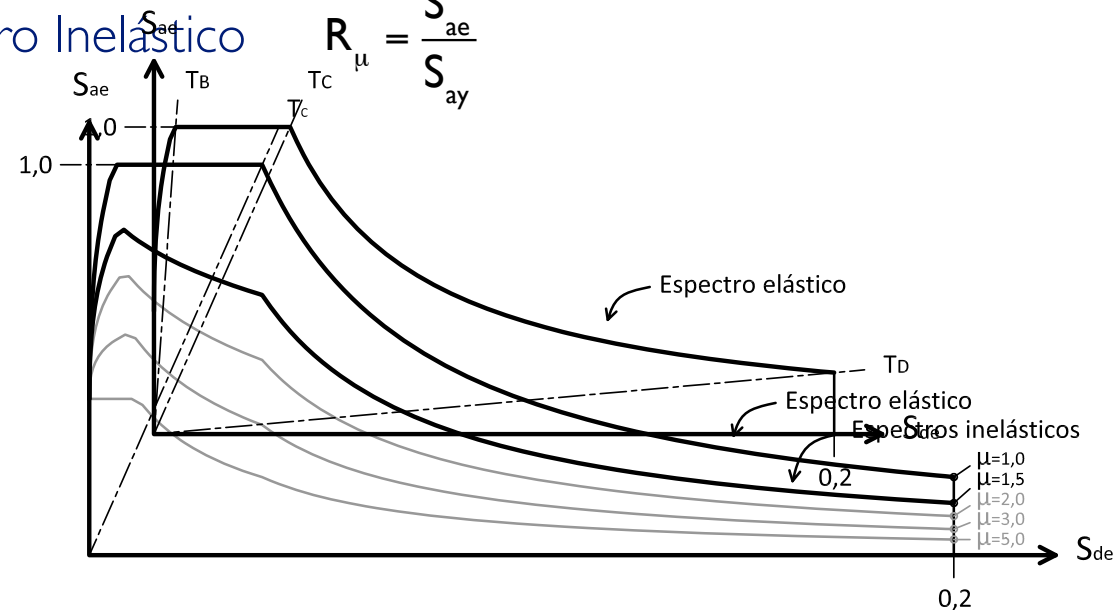
- Descrição do método passo-a-passo:
 - Passo2 – Espectro de Resposta no Formato Aceleração-Deslocamento espectral (ADRS)

a. Espectro Elástico

$$S_{ae} = \frac{4\pi^2}{T^2} S_{de}$$

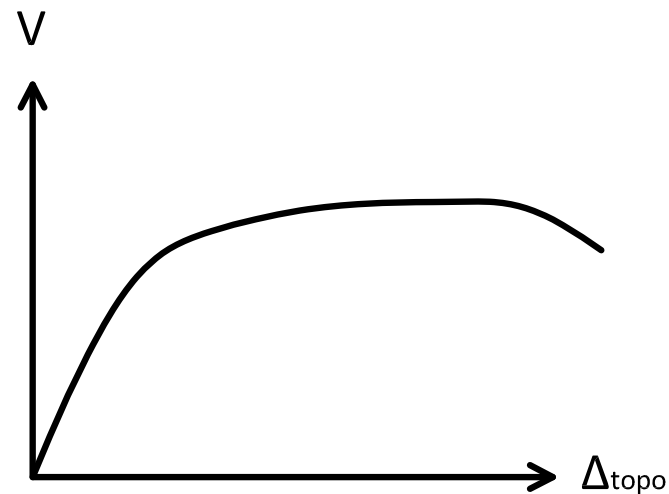
b. Espectro Inelástico

$$R_{\mu} = \frac{S_{ae}}{S_{ay}}$$





- Descrição do método passo-a-passo:
 - Passo 3 – Definição da curva de capacidade resistente
 - a. Definir uma distribuição de forças, onde a força lateral $P_i = p m_i \phi_i$
 - b. Determinar a relação não linear Corte basal (V) - deslocamento de topo (Δ_{topo})



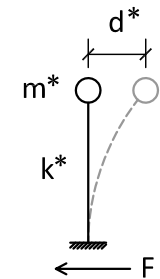


- Descrição do método passo-a-passo:

- Passo 4 – Sistema I GL equivalente

Conversão

- a. Determinar massa m^*
- b. Definir o factor de transformação Γ
- c. Determinar a força F^* e deslocamento d^*



$$m^* = \sum_i m_i \phi_i$$
$$\Gamma = \frac{1}{\sum_i m_i \phi_i^2} = \frac{m^*}{\sum_i m_i \phi_{i,4_{\text{topo}}}^2}$$
$$F^* = \frac{1}{\Gamma} \quad d^* = \frac{1}{\Gamma}$$

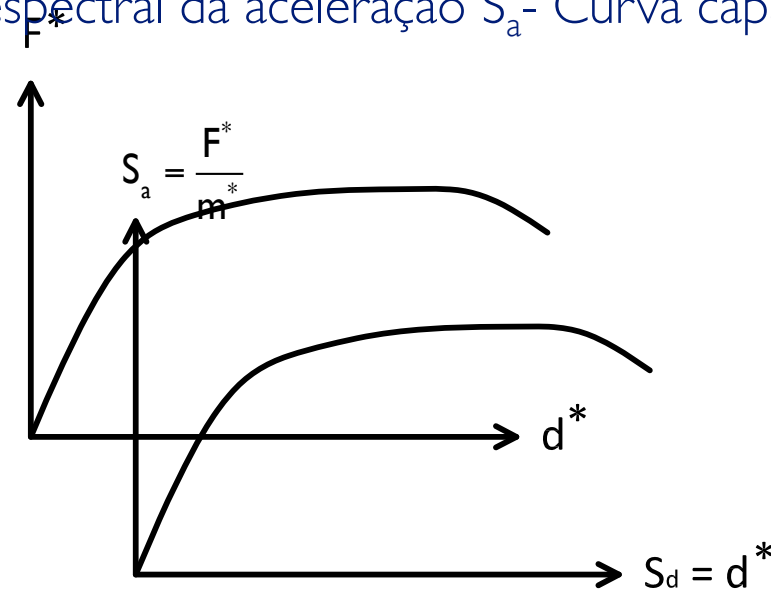
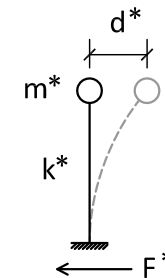


- Descrição do método passo-a-passo:

- Passo 4 – Sistema 1 GL equivalente

Conversão

- c. Determinar a força F^* e deslocamento d^*
- d. Calcular o valor espectral da aceleração S_a - Curva capacidade resistente 1 GL





- Descrição do método passo-a-passo:

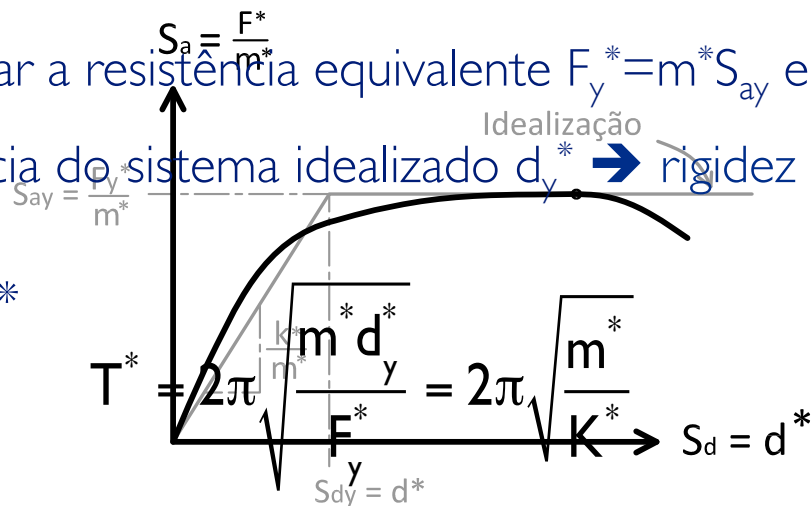
- Passo 4 – Sistema 1 GL equivalente

Caracterização

a. Definir uma relação bi-linear elasto-plástica equivalente

b. Determinar a resistência equivalente $F_y^* = m^* S_{ay}$ e o deslocamento de cedência do sistema idealizado $d_y^* \rightarrow$ rigidez inicial K^*

c. Calcular T^*





- Descrição do método passo-a-passo:

- Passo 5 – Desempenho sísmico do sistema | GL equivalente

a. Determinar o factor de redução R_μ

$$R_\mu = \frac{S_{ae}}{S_{ay}} = \begin{cases} (\mu - 1) \frac{T}{T_c} + 1 & T < T_c \\ \mu & T \geq T_c \end{cases}$$

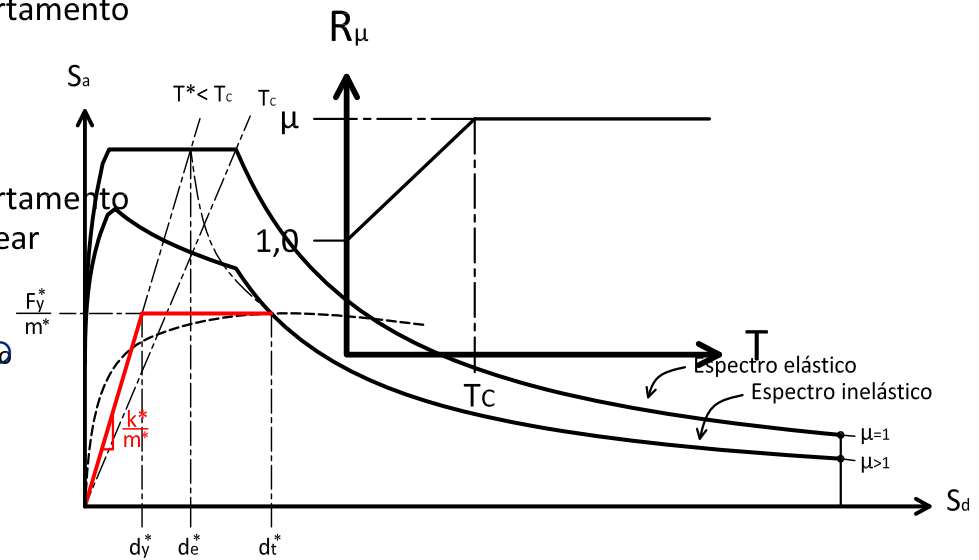
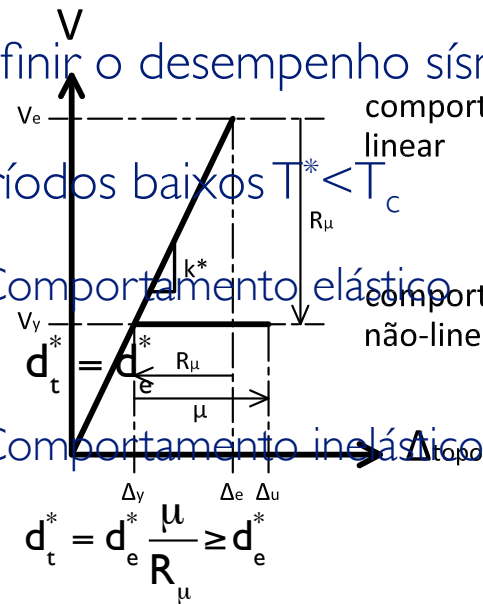
b. Definir o desempenho sísmico d_t^*

- Períodos baixos $T^* < T_c$

– Comportamento elástico

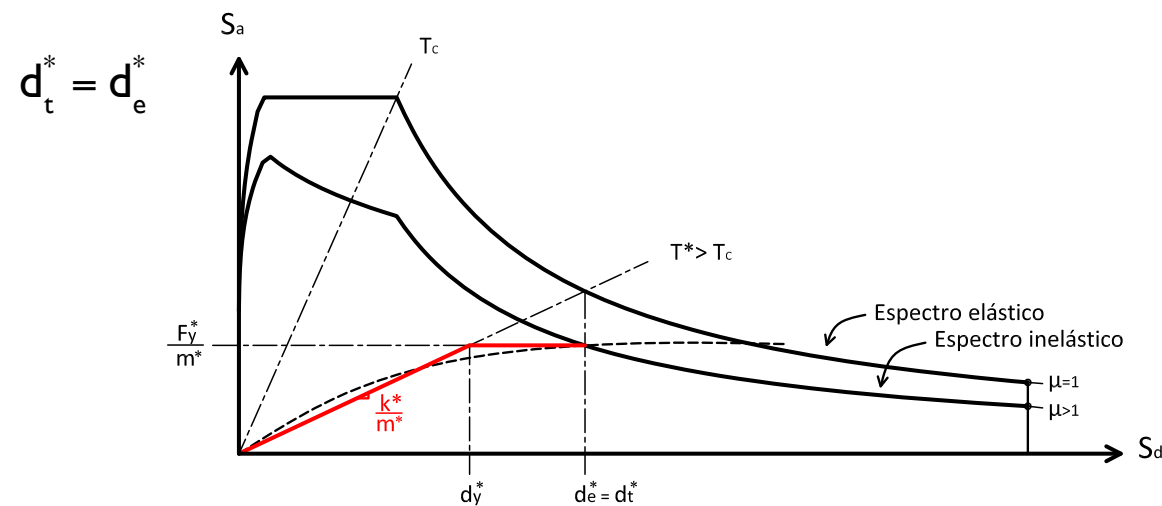
– Comportamento não-linear

– Comportamento inelástico



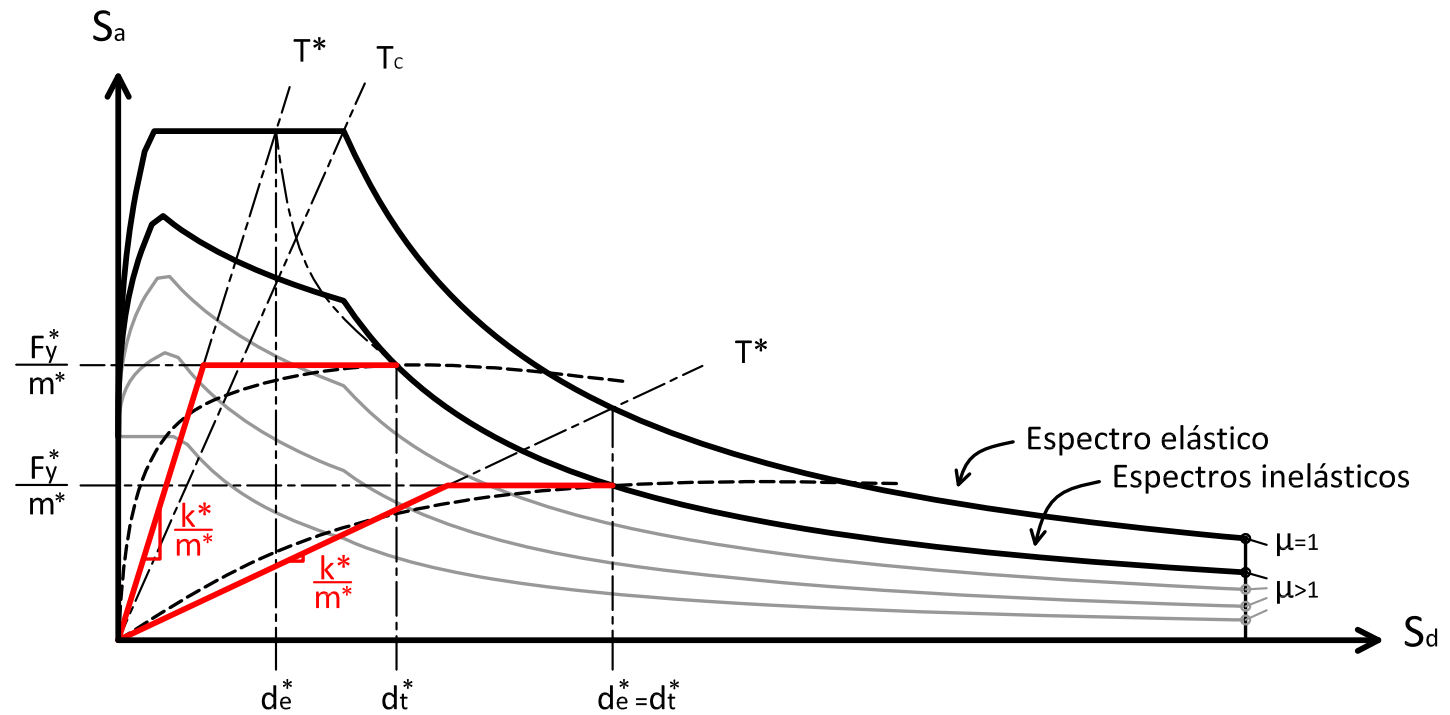


- Descrição do método passo-a-passo:
 - Passo 5 – Desempenho sísmico do sistema | GL equivalente
 - a. Determinar o factor de redução R_{μ}
 - b. Definir o desempenho sísmico d_t^*
 - Períodos médios e longos $T^* > T_c$





- Descrição do método passo-a-passo:
 - Passo 5 – Desempenho sísmico do sistema | GL equivalente

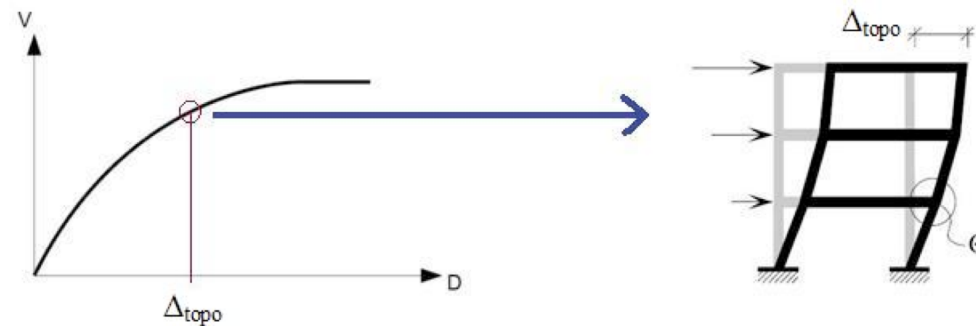




- Descrição do método passo-a-passo:
 - Passo 6 – Desempenho sísmico da estrutura

Deslocamento de topo

$$\Delta_{\text{topo}} = \Gamma d_t^*$$





NP
EN 1998-1
2010

p. 192 de 230

Anexo B

(informativo)

Determinação do deslocamento-alvo para a análise estática não linear (*pushover*)

B.1 Generalidades

O deslocamento-alvo é determinado a partir do espectro de resposta elástica (ver 3.2.2.2). A curva de capacidade, que representa a relação entre a força de corte na base e o deslocamento do nó de controlo, é determinada de acordo com 4.3.3.4.2.3.

Admite-se a seguinte relação entre as forças laterais normalizadas \bar{F}_i e os deslocamentos normalizados Φ_i :

$$\bar{F}_i = m_i \Phi_i \quad (\text{B.1})$$

em que m_i é a massa do piso i .

Os deslocamentos são normalizados de tal forma que $\Phi_n = 1$, em que n é o nó de controlo (normalmente n representa o nível da cobertura). Em consequência, é $\bar{F}_n = m_n$.



B.2 Transformação num sistema equivalente de um só grau de liberdade

A massa de um sistema equivalente com um só grau de liberdade, m^* , é calculada como:

$$m^* = \sum m_i \Phi_i = \sum \bar{F}_i \quad (\text{B.2})$$

e o coeficiente de transformação é obtido por:

$$\Gamma = \frac{m^*}{\sum m_i \Phi_i^2} = \frac{\sum \bar{F}_i}{\sum \left(\frac{\bar{F}_i^2}{m_i} \right)} \quad (\text{B.3})$$

A força F^* e o deslocamento d^* do sistema equivalente com um só grau de liberdade são calculados por:

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \quad (\text{B.4})$$

$$d^* = \frac{d_n}{\Gamma} \quad (\text{B.5})$$

em que F_b e d_n são, respectivamente, a força de corte na base e o deslocamento do nó de controlo do sistema com vários graus de liberdade.



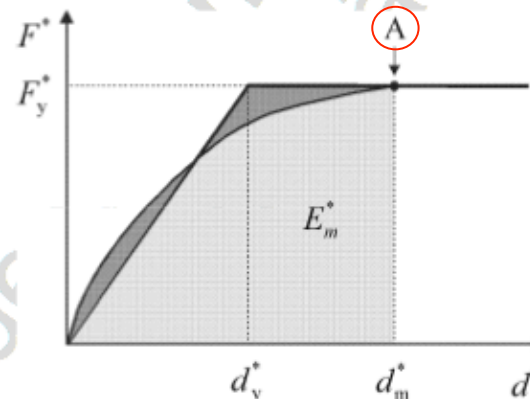
B.3 Determinação da relação idealizada força/deslocamento elasto-perfeitamente plástica

A força de cedência F_y^* , que representa, também, a resistência última do sistema idealizado, é igual à força de corte na base para formação do mecanismo plástico. A rigidez inicial do sistema idealizado é determinada de tal forma que sejam iguais as áreas sob as curvas força/deformação reais e idealizadas (ver a Figura B.1).

Com base nesta hipótese, o deslocamento no limite de plasticidade do sistema idealizado com um só grau de liberdade d_y^* é obtido por:

$$d_y^* = 2 \left(d_m^* - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right) \quad (\text{B.6})$$

em que E_m^* é a energia de deformação real até à formação do mecanismo plástico.



Legenda:

(A) mecanismo plástico

Figura B.1 – Determinação da relação idealizada força/deslocamento elasto-perfeitamente plástica



B.4 Determinação do período do sistema idealizado equivalente com um só grau de liberdade

O período T^* do sistema idealizado equivalente com um só grau de liberdade é determinado por:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* d_y^*}{F_y^*}} \quad (\text{B.7})$$

B.5 Determinação do deslocamento-alvo para o sistema equivalente com um só grau de liberdade

O deslocamento-alvo da estrutura com um período T^* e um comportamento elástico ilimitado é obtido por:

$$d_{et}^* = S_e(T^*) \left[\frac{T^*}{2\pi} \right]^2 \quad (\text{B.8})$$

em que $S_e(T^*)$ é o valor do espectro de resposta elástica de aceleração para o período T^* .

Para a determinação do deslocamento-alvo, d_t^* , para as estruturas de baixo período e para estruturas com períodos médios ou longos, deverão utilizar-se diferentes expressões, como se indica a seguir. O período de transição entre os domínios dos períodos curtos e médios é T_C (ver a Figura 3.1 e os Quadros 3.2 e 3.3).



a) $T^* < T_C$ (períodos curtos)

Se $F_y^* / m^* \geq S_e(T^*)$, a resposta é elástica e, portanto:

$$d_t^* = d_{et}^* \quad (B.9)$$

Se $F_y^* / m^* < S_e(T^*)$, a resposta é não linear e:

$$d_t^* = \frac{d_{et}^*}{q_u} \left(1 + (q_u - 1) \frac{T_C}{T^*} \right) \geq d_{et}^* \quad (B.10)$$

em que q_u é a relação entre a aceleração na estrutura com comportamento elástico ilimitado $S_e(T^*)$ e na estrutura com resistência limitada F_y^* / m^* .

$$q_u = \frac{S_e(T^*) m^*}{F_y^*} \quad (B.11)$$

Não é necessário tomar d_t^* com valor superior a $3 d_{et}^*$.

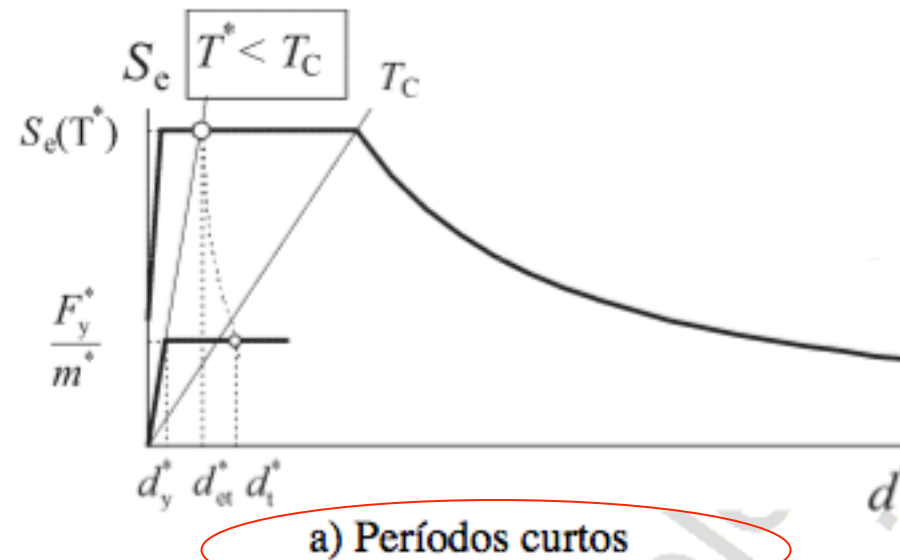


Figura B.2 – Determinação do deslocamento-alvo para o sistema equivalente com um só grau de liberdade



b) $T^* \geq T_C$ (períodos médios e longos)

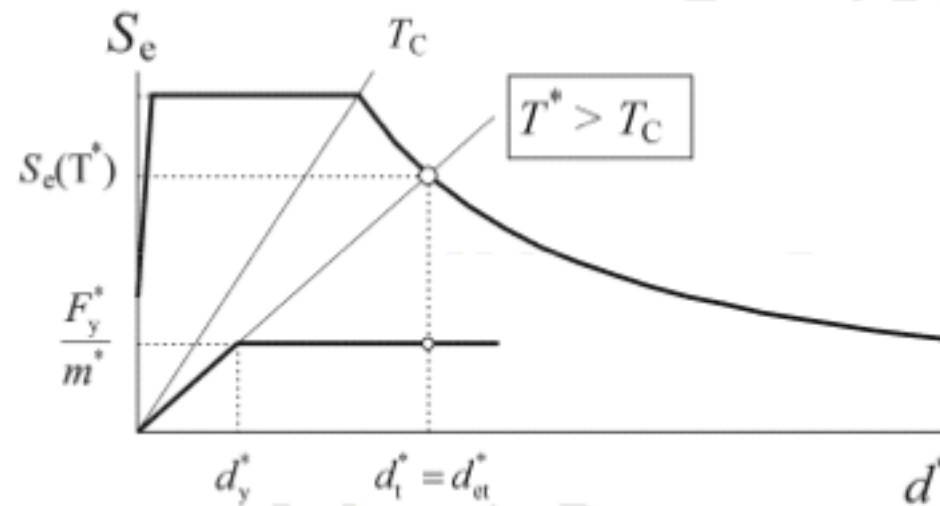
$$d_t^* = d_{et}^*$$

(B.12)

A relação entre as diferentes grandezas pode ser visualizada nas Figuras B.2 a) e b). As figuras são representadas no sistema de eixos aceleração – deslocamento. O período T^* é representado pela linha radial desde a origem do sistema de coordenadas até ao ponto do espectro de resposta elástica definido pelas coordenadas $d_{et}^* = S_e(T^*)(T^*/2\pi)^2$ e $S_e(T^*)$.

Procedimento iterativo (facultativo)

Se o deslocamento-alvo d_t^* determinado no 4º passo (ver B.5) for muito diferente do deslocamento d_m^* (ver a Figura B.1) utilizado para a determinação da relação idealizada força/deslocamento elasto-perfeitamente plástica no 2º passo (ver B.3), poderá aplicar-se um processo iterativo, no qual os passos 2 a 4 são repetidos utilizando no 2º passo d_t^* (e o correspondente valor de F_y^*) em vez de d_m^* .



b) Períodos médios e longos

Figura B.2 – Determinação do deslocamento-alvo para o sistema equivalente com um só grau de liberdade



B.6 Determinação do deslocamento-alvo para o sistema com vários graus de liberdade

O deslocamento-alvo do sistema com vários graus de liberdade é obtido por:

$$d_t = \Gamma d_t^*$$

(B.13)

O deslocamento-alvo corresponde ao nó de controlo.



4.3.3.4.2 Análise estática não linear (*pushover*)

4.3.3.4.2.1 Generalidades

(1) A análise em *pushover* é uma análise estática não linear sob forças gravíticas constantes e cargas horizontais de crescimento monotónico. Poderá ser aplicada para a verificação do desempenho estrutural de edifícios novos e de edifícios existentes para os seguintes efeitos:

- a) verificar ou rever os valores do coeficiente de sobrerresistência α_u/α_1 (ver 5.2.2.2, 6.3.2, 7.3.2);
- b) avaliar os mecanismos plásticos previstos e a distribuição de danos;
- c) avaliar o desempenho estrutural de edifícios existentes ou reabilitados, para efeitos da EN 1998-3;
- d) como alternativa ao cálculo baseado numa análise elástica linear utilizando o coeficiente de comportamento q . Neste caso, deverá utilizar-se como base de cálculo o deslocamento-alvo indicado em 4.3.3.4.2.6(1)P.

(2) P Os edifícios que não cumpram os critérios de regularidade de 4.2.3.2 ou os critérios de 4.3.3.1(8)a-e), devem ser analisados utilizando um modelo espacial. Poderão efectuar-se duas análises independentes, cada uma com cargas laterais aplicadas numa só direcção.

(3) Para os edifícios que cumpram os critérios de regularidade de 4.2.3.2 ou os critérios de 4.3.3.1(8)a-d), a análise poderá ser efectuada utilizando dois modelos planos, um para cada direcção horizontal principal.

(4) Para os edifícios de alvenaria de pequena altura, nos quais o comportamento estrutural das paredes é condicionado pelo esforço de corte, cada piso poderá ser analisado separadamente.

(5) Consideram-se satisfeitos os requisitos indicados em (4) se o número de pisos for igual ou inferior a 3 e se a esbelteza média (altura/largura) das paredes estruturais for inferior a 1,0.



4.3.3.4.2.2 Cargas laterais

(1) Deverão aplicar-se pelo menos duas distribuições verticais de cargas laterais:

- uma distribuição “uniforme”, baseada em forças laterais proporcionais à massa independentemente da altura (aceleração de resposta uniforme);
- uma distribuição “modal”, proporcional às forças laterais correspondentes à distribuição das forças laterais na direcção considerada, determinada na análise elástica (de acordo com 4.3.3.2 ou 4.3.3.3).

(2)P As cargas laterais devem ser aplicadas nos locais de modelação das massas. Deve considerar-se a excentricidade accidental de acordo com 4.3.2(1)P.

4.3.3.4.2.3 Curva de capacidade

(1) A relação entre a força de corte na base e o deslocamento de controlo (a “curva de capacidade”) deverá ser determinada por meio da análise *pushover* para valores do deslocamento de controlo entre zero e o valor correspondente a 150 % do deslocamento-alvo, definido em 4.3.3.4.2.6.

(2) O deslocamento de controlo poderá ser considerado no centro de gravidade da cobertura do edifício. O topo de um piso parcial (*penthouse*) não deverá ser considerado como ponto de controlo.

4.3.3.4.2.4 Coeficiente de sobrerresistência

(1) Quando o coeficiente de sobrerresistência (α_w/α_1) é determinado pela análise *pushover*, deverá utilizar-se o menor dos valores do coeficiente de sobrerresistência obtidos para as duas distribuições de carga lateral.



4.3.3.4.2.5 Mecanismo plástico

(1)P Deve determinar-se o mecanismo plástico para as duas distribuições de carga lateral aplicadas. Os mecanismos plásticos devem ser conformes com os mecanismos nos quais se baseia o coeficiente de comportamento q utilizado no projecto.

4.3.3.4.2.6 Deslocamento-alvo

(1)P Define-se como deslocamento-alvo a exigência sísmica determinada a partir do espectro de resposta elástica de 3.2.2.2 em termos do deslocamento de um sistema equivalente com um grau de liberdade.

NOTA: O Anexo B informativo indica um método para a determinação do deslocamento-alvo a partir do espectro de resposta elástica.

4.3.3.4.2.7 Método de cálculo dos efeitos de torção

(1)P A análise *pushover* efectuada com as distribuições de forças especificadas em 4.3.3.4.2.2 poderá subestimar significativamente as deformações do lado rígido/mais resistente de uma estrutura torsionalmente flexível, ou seja, uma estrutura cujo primeiro modo de vibração é predominantemente de torção. O mesmo aplica-se às deformações numa direcção do lado rígido/mais resistente de uma estrutura cujo segundo modo de vibração é predominantemente de torção. Para estas estruturas, os deslocamentos do lado rígido/mais resistente devem ser aumentados em relação aos da estrutura correspondente torsionalmente equilibrada.

NOTA: O lado rígido/mais resistente em planta é o que sofre deslocamentos horizontais menores do que os do lado oposto, sob a acção de forças horizontais estáticas paralelas a este lado. Nas estruturas torsionalmente flexíveis, os deslocamentos dinâmicos no lado rígido/mais resistente poderão aumentar consideravelmente devido à influência de um modo predominante de torção.

(2) Considera-se satisfeito o requisito especificado em (1) da presente secção se o coeficiente de amplificação a aplicar aos deslocamentos do lado rígido/mais resistente for baseado nos resultados de uma análise elástica modal do modelo espacial.

(3) Se a análise de estruturas regulares em planta for realizada com dois modelos planos, os efeitos da torção poderão ser calculados de acordo com 4.3.3.2.4 ou 4.3.3.3.3.



- Definição das características de 1 GL equivalente

- Equação de movimento de um sistema n GL

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{R} = -\mathbf{M}\mathbf{l}a$$

- O vector de deslocamentos

$$\mathbf{U} = \boldsymbol{\phi}\Delta_{\text{topo}}$$

- As forças externas aplicadas \mathbf{P} são iguais aos esforços internos \mathbf{R} e as forças laterais aplicadas são função da forma da deformada $\boldsymbol{\phi}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}$$

$$\mathbf{P} = \rho \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}$$

- Utilizando a equação de movimento, introduzindo as igualdades anteriores e multiplicando à esquerda por $\boldsymbol{\phi}^T$

$$\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \ddot{\Delta}_{\text{Topo}} + \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \rho = -\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \mathbf{l} a$$



Fundamentos Teóricos do método N2

- Definição das características de 1 GL equivalente

- Se se multiplicar e dividir o lado esquerdo da equação anterior por $\phi^T M I$, define-se a equação de movimento do sistema de um grau de liberdade equivalente (1GL)_{eq}

$$m^* \ddot{d}_t^* + F^* = -m^* a$$

- Em que m^* , d_t^* e F^* representam a massa, o deslocamento e a força do sistema de um grau de liberdade equivalente (1GL)_{eq}

$$m^* = \phi^T M I = \sum m_i \phi_i \quad d_t^* = \frac{\Delta_{\text{topo}}}{\Gamma} \quad F^* = \frac{V_{\Gamma}}{\Gamma}$$

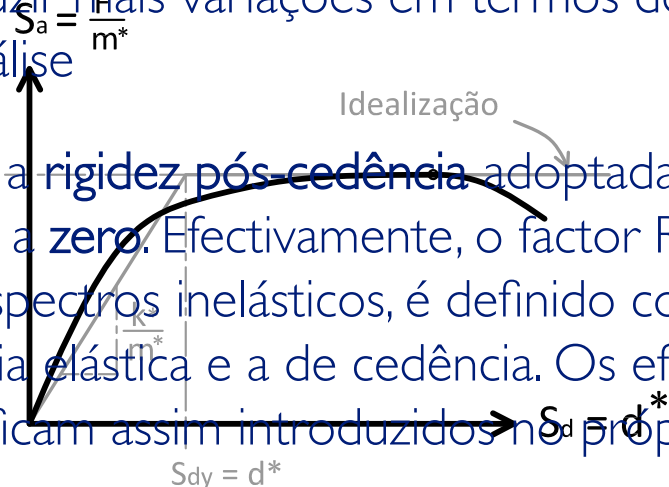
- O coeficiente Γ , permite a conversão do sistema de múltiplos graus de liberdade (n GL) para o sistema de um grau de liberdade equivalente (1GL)_{eq}:

$$\Gamma = \frac{\phi^T M I}{\phi^T M \phi} = \frac{\sum m_i \phi_i}{\sum m_i \phi_i^2} = \frac{m^*}{\sum m_i \phi_i^2}$$

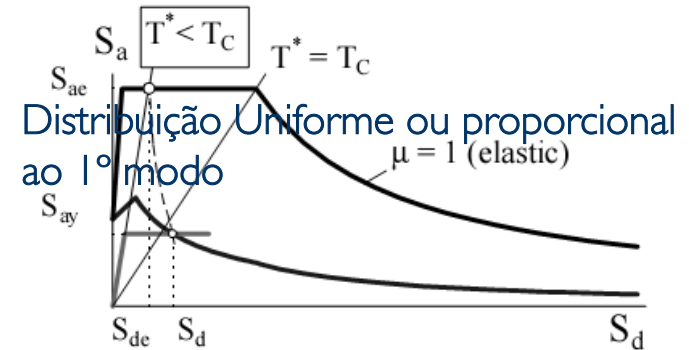
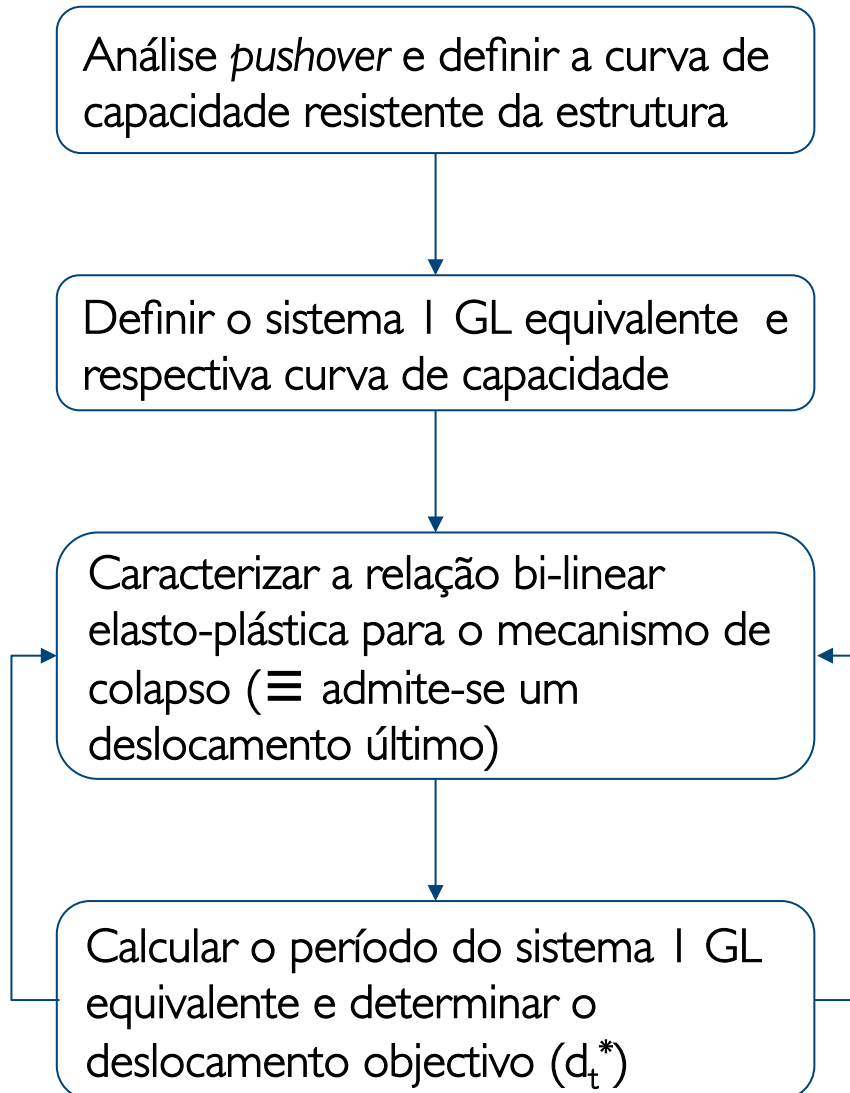


Fundamentos Teóricos do método N2

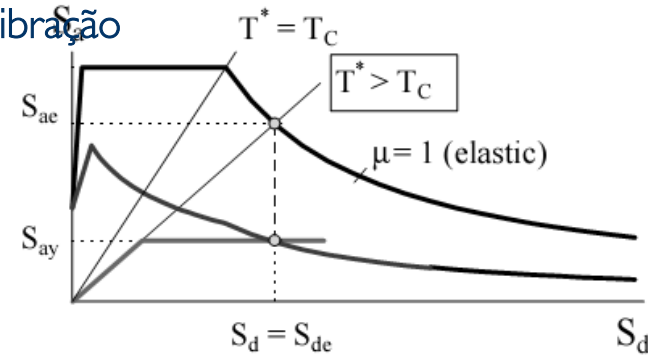
- Qualquer deformada ϕ que se julgue adequada pode ser usada. Para estruturas regulares e não muito altas, a configuração do primeiro modo de vibração é habitualmente a adoptada
- Curva de capacidade resistente do sistema de $(I GL)_{eq} \rightarrow$ idealizar uma **curva bi-linear** equivalente adequada
- A definição da **relação bi-linear** é um dos **passos críticos** deste método, podendo introduzir mais variações em termos de resposta final da estrutura em análise
- No método N2, a **rigidez pós-cedência** adoptada na curva bi-linear idealizada é igual a **zero**. Efectivamente, o factor R_u , que permite determinar os espectros inelásticos, é definido como o quociente entre a resistência elástica e a de cedência. Os efeitos de endurecimento ficam assim introduzidos no próprio espectro de resposta.



Método N2



Parâmetros função do 1º Modo
vibração



(EC8, 2004)

Procedimento iterativo opcional

se d_t^* é muito diferente do valor admitido na bi-linearização



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Análises Estáticas Não Lineares (*Pushover*) para o Dimensionamento e Avaliação Sísmica de Estruturas

Método N2

Rita Bento

9 de Fevereiro de 2012