## 13.5. Refinamento adaptativo de uma malha bidimensional de elementos finitos de equilíbrio

Neste exemplo, analisa-se a consola curta de secção variável, sujeita a uma pressão uniforme no lado superior, representada na figura 13.16.

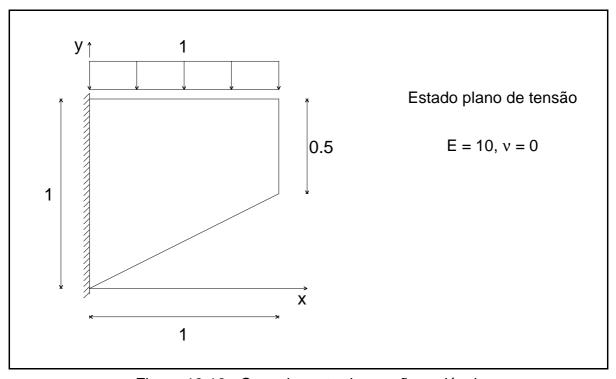


Figura 13.16 - Consola curta de secção variável.

Pretende-se analisar este problema utilizando elementos finitos de equilíbrio de grau dois.

Na figura 13.17, representa-se a malha inicial, quase uniforme, de 12 elementos.

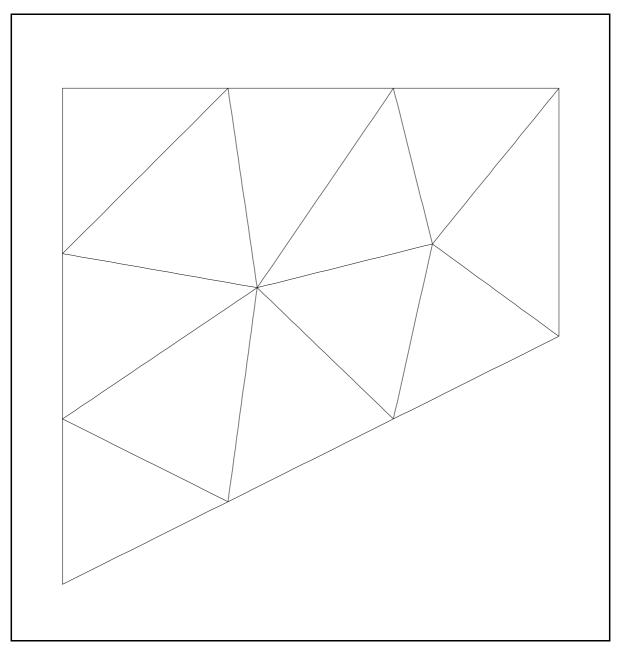


Figura 13.17 - Malha de 12 elementos.

A partir da solução correspondente a esta malha, de (9.27) e de (11.2), obtém-se  $\eta_h$  = 0.116627. Pretende-se obter  $\eta_h \leq \overline{\eta}$  = 0.01, utilizando a estratégia de refinamento descrita em 12.3.

A geometria do domínio e as condições de fronteira não apresentam qualquer complexidade. Devido à inclinação do lado inferior, existe apenas uma singularidade, no canto superior esquerdo. Estas circunstâncias facilitam a tarefa de refinamento adaptativo.

A estratégia de refinamento utilizada permitiu atingir a precisão pretendida em duas iterações. Na tabela 13.5, indicam-se, para cada malha: o número de elementos da malha, NE; o estimador do erro relativo,  $\eta_h$ ; o número de iterações

que se estimam necessárias, m; o erro relativo que se pretende obter na malha seguinte,  $k\overline{\eta}$ ; o número de elementos que se prevê serem necessários nessa malha, M.

| Malha | NE  | $\eta_{h}$ | m | $k\overline{\eta}$ | М   |
|-------|-----|------------|---|--------------------|-----|
| 1     | 12  | 0.116627   | 2 | 0.034151           | 41  |
| 2     | 30  | 0.036426   | 1 | 0.01               | 110 |
| 3     | 108 | 0.007494   | - | -                  | -   |

Tabela 13.5 - Refinamento adaptativo.

Na tabela 13.6, indicam-se os valores da energia de deformação correspondentes a cada uma das soluções.

| Malha | $U(\sigma_{_{\! \mathrm{e}}})$ |  |
|-------|--------------------------------|--|
| 1     | 0.101157                       |  |
| 2     | 0.100494                       |  |
| 3     | 0.100367                       |  |

Tabela 13.6 - Energia de deformação.

Nas figuras 13.18 e 13.19 representam-se, respectivamente, as malhas 2 e 3.

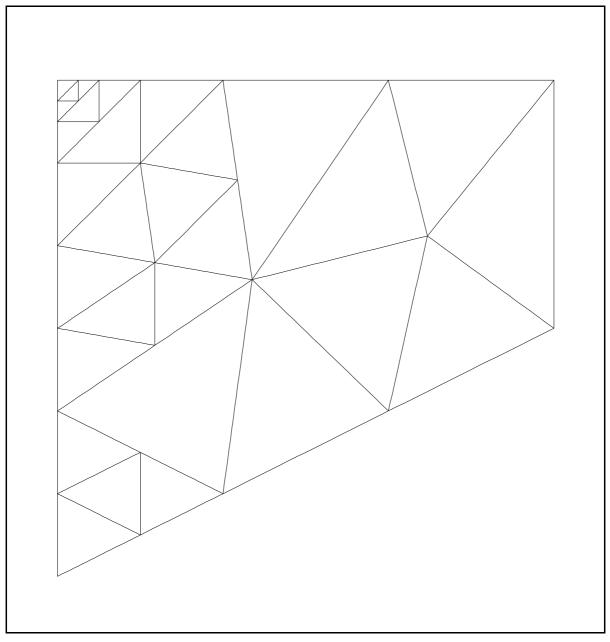


Figura 13.18 - Malha de 30 elementos.

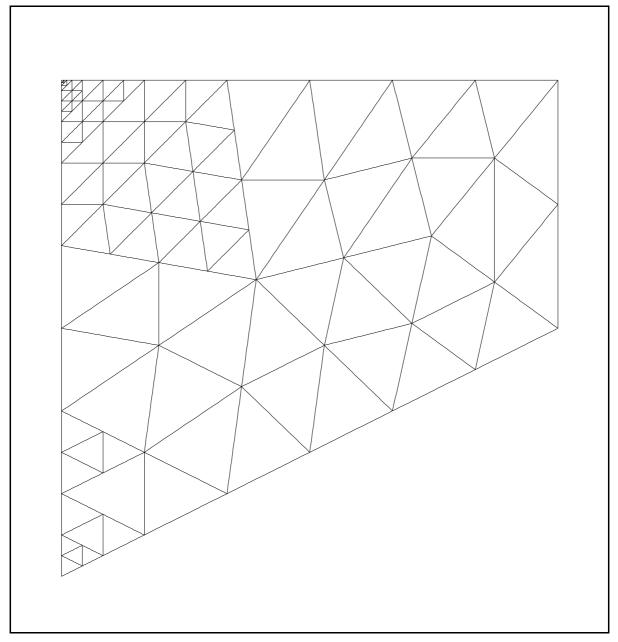


Figura 13.19 - Malha de 108 elementos.

Na figura 13.20, apresenta-se um gráfico da variação, com o número de elementos, do erro relativo real e do estimador do erro relativo. O valor "exacto" da energia de deformação, U = 0.100361948, foi estimado utilizando elementos de grau quatro, refinamento adaptativo de malhas duais e o método de extrapolação dual descrito em 7.5.