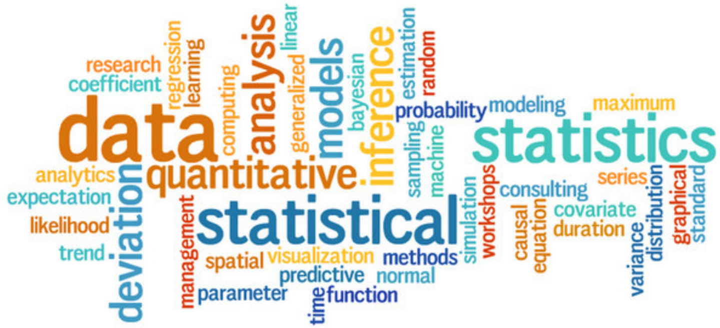
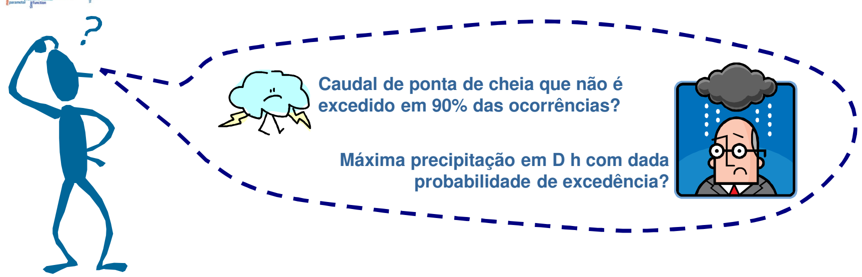
HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS

Análise estatística aplicada à hidrologia (cont.)

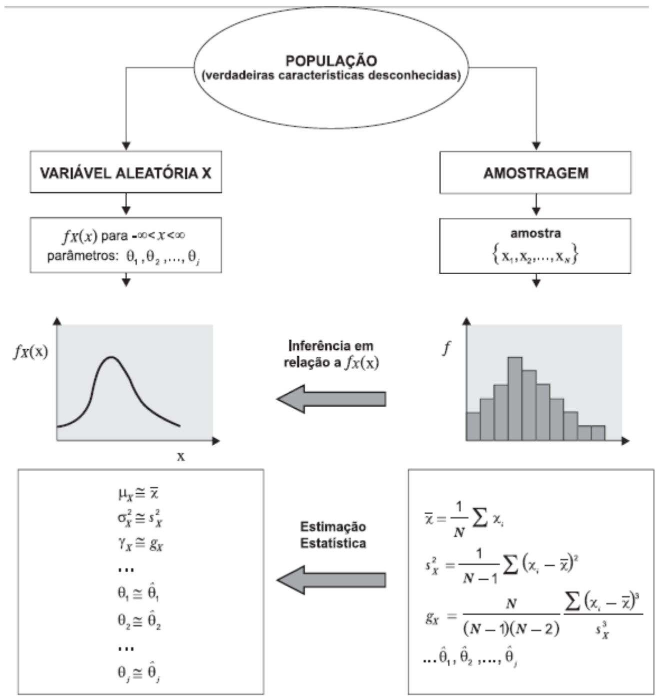


DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA



AJUSTE DE LEIS ESTATÍSTICAS A AMOSTRAS DE VARIÁVEIS HIDROLÓGICAS E ESTIMAÇÃO DOS VALORES DESSAS VARIÁVEIS EM FUNÇÃO DA PROBABILIDADE DE EXCEDÊNCIA OU DE NÃO-EXCEDÊNCIA

Variável aleatória: Precipitação ou escoamento anuais; precipitação ou escoamento num dado mês do ano.



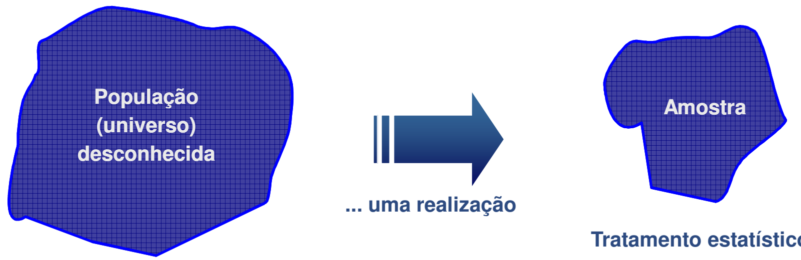
… em face de uma dada amostra, identificar a lei estatística com melhor ajuste de modo a estimar valores da variável aleatória para probabilidades de não-excedência, ou seja, para períodos de retorno adotados como critérios de projeto

INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

ETAPAS

1 – CONSTITUIÇÃO DA AMOSTRA
2 – CÁLCULO DAS ESTATÍSTICAS AMOSTRAIS
3 – ADOÇÃO DE LEIS ESTATÍSTICAS
4 – SELEÇÃO DA LEI COM MELHOR AJUSTE
5 – ESTIMATIVA DE VALORES DA VARIÁVEL HIDROLÓGICA

1 – CONSTITUIÇÃO DA AMOSTRA (técnica de amostragem adequada .. Fiável SISTEMA NACIONAL DE INFORMAÇÃO DE RECURSOS HÍDRICOS, SNIRH)



Tratamento probabilístico

2 – CÁLCULO DAS ESTATÍSTICAS AMOSTRAIS (extrair da amostra...)

Média

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_i + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Variância/desvio-padrão
(com correção do viés)

$$s'^2 = \frac{(x_1-\bar{X})^2 + (x_2-\bar{X})^2 + \cdots + (x_i-\bar{X})^2 + \cdots + (x_n-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^2}{n-1}$$

Coeficiente de variação

$$C_V = \frac{s'}{\bar{P}}$$

Coeficiente de assimetria
(com correção do viés)

$$C_a = \frac{n \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{X})^3}{(n-1)\,(n-2)\,s'^3}$$

3 – POSTULAR LEIS ESTATÍSTICAS que se esperam adequadas para representar a distribuição dos valores da amostra (... no âmbito dos fenómenos extremos ⇒ leis de extremos ...)

Leis log-normal ou de Galton; de Gumbel (Ca = 1,14); de Pearson III; log-Pearson III; de Goodrich ....

4 – SELEÇÃO DA LEI COM MELHOR AJUSTE, mediante ajuste visual ou por aplicação de outras técnicas, tais como testes não-paramétricos.

✓ Representação dos pontos da amostra (fazendo corresponder a cada ponto a respetiva probabilidade empírica, avaliada pela fórmula de Weibull ou por outra fórmula).

$$F = i/(N+1)$$

✓ Representação gráficas das leis teóricas em papel de probabilidade da lei normal (arbítrio de sucessivas probabilidades de não-excedência, F, cálculo dos valores da VA correspondentes a essas probabilidades de acordo com as diferentes leis postuladas)

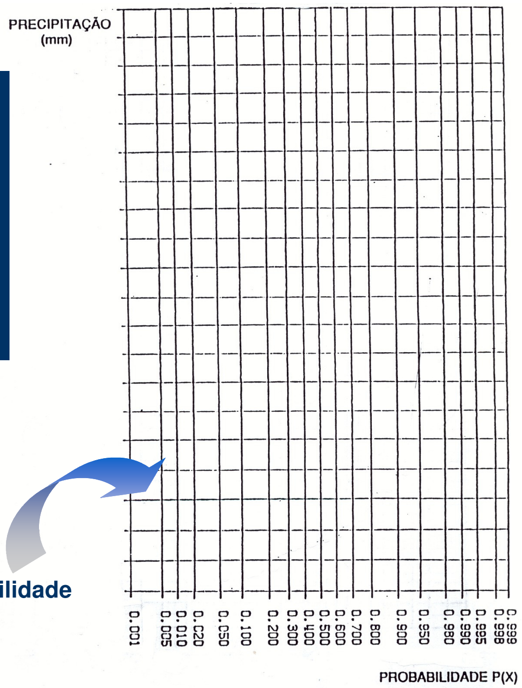
$$\hat{X} = \bar{X} + K\,s'$$

K – **fator de probabilidade** dependente da probabilidade de não-excedência de acordo com a lei postulada – K = f (Θ1, Θ2, F, ….)

✓ Seleção da lei que conduz ao melhor ajuste visual.

Seleção da lei com melhor ajuste, mediante apreciação visual do ajuste

Papel de probabilidade da lei normal

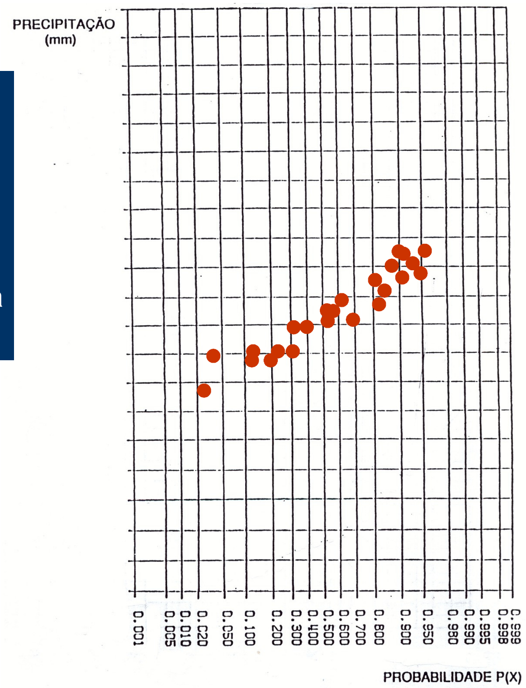


Papel de probabilidade

Seleção da lei com melhor ajuste, mediante apreciação visual do ajuste

Papel de probabilidade da lei normal

… marcação dos pontos da amostra atribuindo a cada ponto a respetiva probabilidade empírica de não-excedência, de acordo com a formula de Weibull - i/(N+1) - ou outra (...amostra previamente ordenada ..)

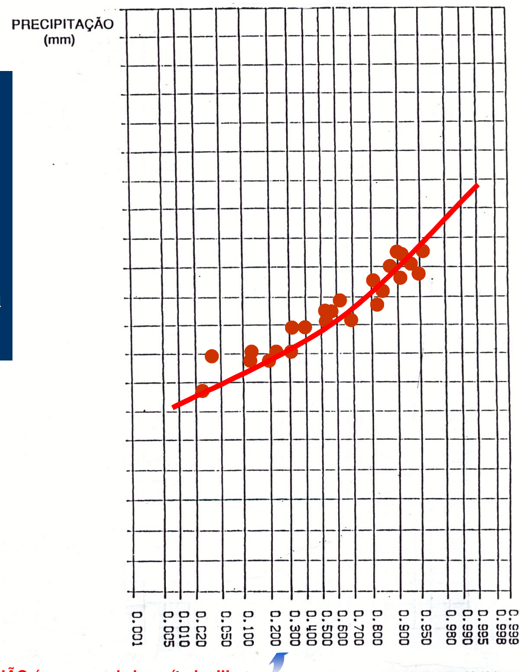


Seleção da lei com melhor ajuste, mediante apreciação visual do ajuste

Papel de probabilidade da lei normal

… traçado da curva representativa de cada uma das leis teóricas postuladas através dos pontos (F,$\hat{X}$) obtidos por aplicação de $\hat{X} = \bar{X} + K\,s'$

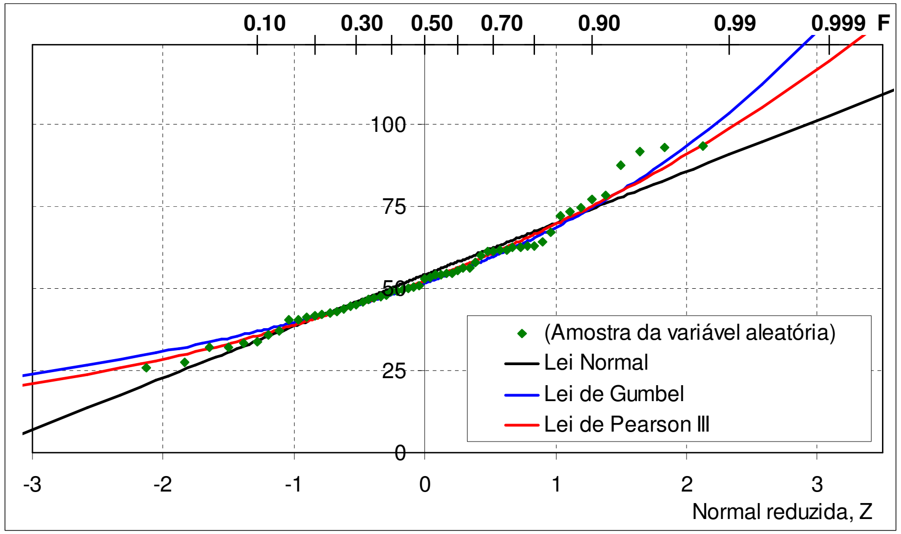
… papel de probabilidade ….



NÃO é uma escala logarítmica!!!

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

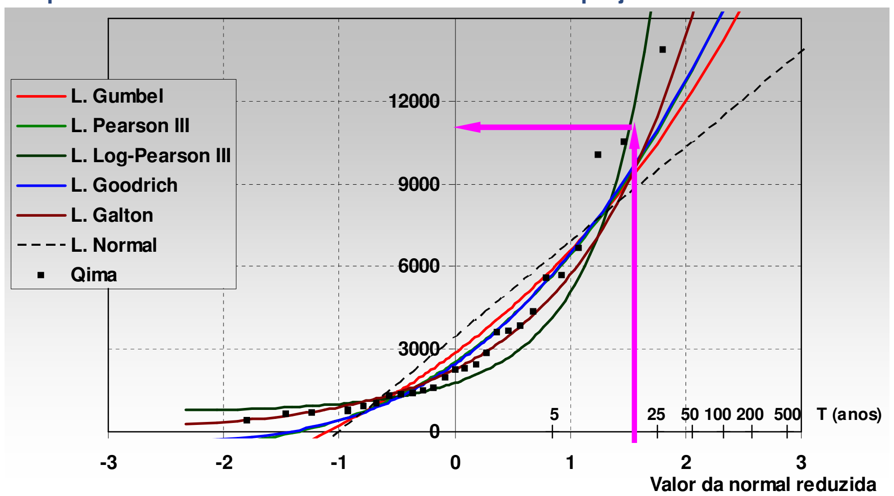
Papel de probabilidade da lei normal



DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

5 – ESTIMATIVA DE VALORES DA VARIÁVEL HIDROLÓGICA –

para as probabilidades de não-excedência pretendidas, ou seja, para os períodos de retorno adotados como critérios de projeto.



Tanto o ajuste visual de leis teóricas como a **estimação dos valores variável hidrológica** para as probabilidades de não-excedência/períodos de retorno adotados como critério de projeto requerem a estimação de valores da variável aleatória de acordo com dadas funções de distribuição.

✓**Estimativa,** $\hat{X}$ **, do valor da variável aleatória, X,** para o período de retorno, T, de acordo com uma dada função de distribuição de probabilidades postulada, obtida pelo **método dos momentos**:

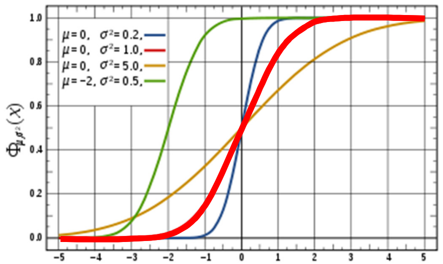
$$\hat{X} = \overline{X} + K\,s'$$

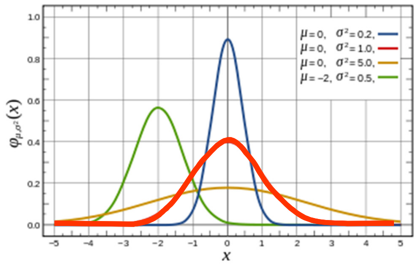
- $\overline{X}$ **média da amostra,**
- s' **desvio-padrão** (com correção do viés),
- K **fator de probabilidade**, função do período de retorno, T, ou seja, da probabilidade de não excedência, F, consoante a lei postulada.

Lei Normal (ca=0)

$$K_N = Z = W - \frac{2.515517 + 0.802853\ W + 0.01032\ W^2}{1 + 1.432788\ W + 0.189269\ W^2 + 0.001308\ W^3} \qquad W = \sqrt{\ln T^2}$$

$K_N = z$ OU DIRETAMENTE A PARTIR DE UM FUNÇÃO DO EXCEL





… o fator de probabilidade é o valor da normal reduzida para a probabilidade de não-excedência em consideração

Análise estatística aplicada à Hidrologia

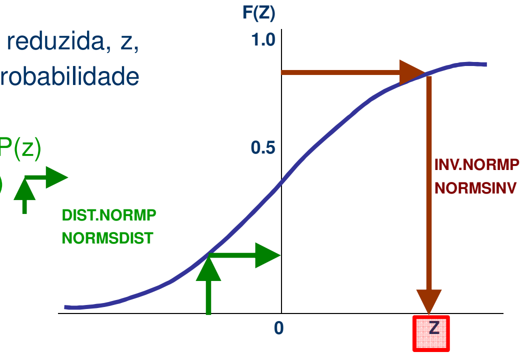
✓ FUNÇÕES DO EXCEL

✓ Conhecida a probabilidade de não-excedência, F(z), fornece o valor da normal reduzida, z, com essa probabilidade:

Português – INV.NORMP(F)
Inglês – NORMSINV(F)

✓ Conhecido o valor da normal reduzida, z, fornece a correspondente probabilidade de não excedência, F(z):

Português – DIST.NORMP(z)
Inglês – NORMSDIST(z)



Fator de probabilidade da lei normal = z (normal reduzida)

Análise estatística aplicada à Hidrologia

Lei Normal (ca=0)

$$K_N = Z = W - \frac{2.515517 + 0.802853\ W + 0.01032\ W^2}{1 + 1.432788\ W + 0.189269\ W^2 + 0.001308\ W^3} \qquad W = \sqrt{\ln T^2}$$

$K_N = z$ Diretamente a partir de uma função implementada no Excel

Lei de Gumbel (ca=1.1396)

$$K_G = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{1}{F}\right)\right]\right\}$$

Análise estatística aplicada à Hidrologia

Lei Normal (ca=0)

$$K_N = Z = W - \frac{2.515517 + 0.802853\ W + 0.01032\ W^2}{1 + 1.432788\ W + 0.189269\ W^2 + 0.001308\ W^3} \qquad W = \sqrt{\ln T^2}$$

$K_N = z$ Diretamente a partir de uma função implementada no Excel

Lei de Gumbel (ca=1.1396)

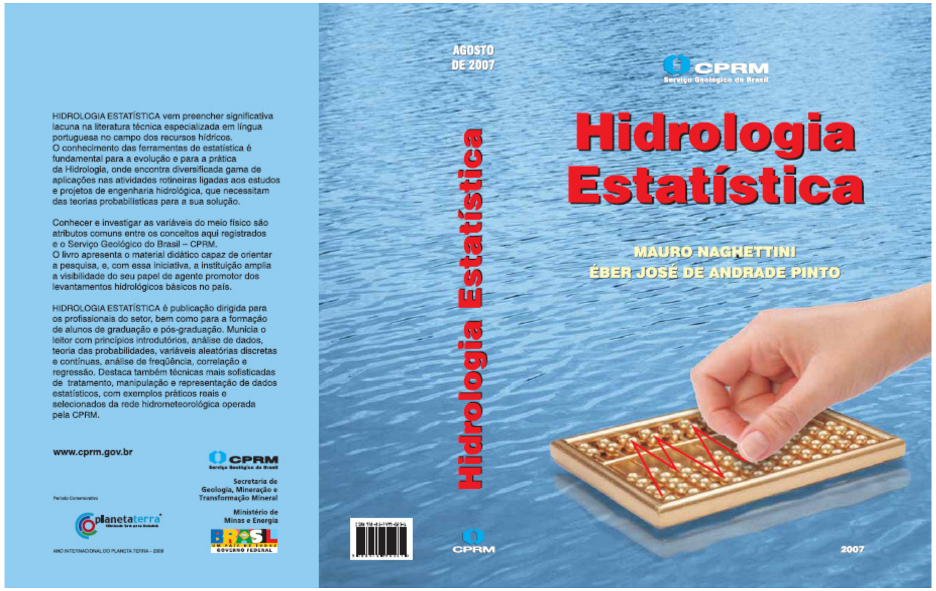
$$K_G = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{1}{F}\right)\right]\right\}$$

Lei de Pearson III (ca variável)

$$K_P = Z + (Z^2 - 1)\,k + \frac{1}{3}(Z^3 - 6\,Z)\,k^2 - (Z^2 - 1)\,k^3 + Z\,k^4 + \frac{1}{3}k^5 \qquad k = \frac{C_s}{6}$$

$$K_P \cong \frac{2}{C_s}\left\{\left[\left(z - \frac{C_s}{6}\right)\frac{C_s}{6} + 1\right]^3 - 1\right\}$$

Transformação de Wilson-Hilferty na qual $g=C_s$, ou seja, representa o coeficiente de assimetria



Naghettini. M.; Andrade Pinto, E.J., 2007, *Hidrologia estatística*. Belo Horizonte: CPRM, 2007 (disponível na internet)

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA APLICADAS À HIDROLOGIA

Mauro Naghettini

Maria Manuela Portela

DECivil, IST, 2011

Expressões de cálculo dos fatores de probabilidade,

Distribuição (DIST)	Factor de probabilidade (K^F_{DIST})	Equação de quantis (x_F)	Observação
Normal	$K^F_{Normal} = z(F)$	$x_F = \overline{X} + K^F_{Normal}\, s_X$	Z(F) – normal reduzida
log-Normal ou de Galton	K^F_{DIST}	$x_F = \exp\left(\overline{Y} + K^F_{Normal}\, s_Y\right)$ com $Y = \ln(X)$	Z(F) – normal reduzida
Gumbel	$K^F_{Gumbel} \cong -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\{0.577216 + \ln[\ln(1/F)]\}$ [rigorosamente, K^F_{Gumbel} depende da dimensão da amostra, N, Kite (1988)]	$x_F = \overline{X} + K^F_{Gumbel}\, s_X$	-------
GEV	$K^F_{GEV} = \left(\frac{\kappa}{\lvert\kappa\rvert}\right)\frac{\{\Gamma(1+\kappa) - [-\ln(F)]^{\kappa}\}}{\sqrt{\Gamma(1+2\kappa) - \Gamma^2(1+\kappa)}}$	$x_F = \overline{X} + K^F_{GEV}\, s_X$	-------

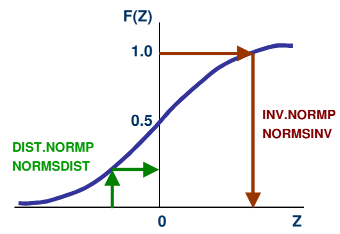
Expressões de cálculo dos fatores de probabilidade,

Pearson-III	Transformação de Wilson-Hilferty $K^F_{Pearson} \cong \frac{2}{g_X}\left\{\left[\left(K^F_{Normal} - \frac{g_X}{6}\right)\frac{g_X}{6} + 1\right]^3 - 1\right\}$ Alternativa $K^F_{Pearson} \cong K^T_{Normal} + ({K^T_{Normal}}^2 - 1)\,k + \frac{1}{3}({K^T_{Normal}}^3 - 6K^T_{Normal})\,k^2 - ({K^T_{Normal}}^2 - 1)\,k^3 + K^T_{Normal}\,k^4 + \frac{1}{3}k^5$	$x_F = \overline{X} + K^F_{Pearson}\, s_X$	Z(F) – normal reduzida. Na transformação de Wilson-Hilferty $\lvert g_X\rvert < 2$. Para outras assimetrias consultar Rao e Hamed (2000). Na equação alternativa $k = \frac{g_x}{6}$
log-Pearson III	Transformação de Wilson-Hilferty $K^F_{Pearson} \cong \frac{2}{g_Y}\left\{\left[\left(K^F_{Normal} - \frac{g_Y}{6}\right)\frac{g_Y}{6} + 1\right]^3 - 1\right\}$ Alternativa $K^F_{Pearson} \cong K^T_{Normal} + ({K^T_{Normal}}^2 - 1)\,k + \frac{1}{3}({K^T_{Normal}}^3 - 6K^T_{Normal})\,k^2 - ({K^T_{Normal}}^2 - 1)\,k^3 + K^T_{Normal}\,k^4 + \frac{1}{3}k^5$	$x_F = \exp\left(\overline{Y} + K^F_{Pearson}\, s_Y\right)$ com $Y = \ln(X)$	Z(F) – normal reduzida. Na transformação de Wilson-Hilferty $\lvert g_Y\rvert < 2$ Para outras assimetrias consultar Rao e Hamed (2000). Na equação alternativa $k = \frac{g_y}{6}$

Função	Densidade de Probabilidade	Domínio	Parâmetros / Outros momentos	Factor de Probabilidade
Normal (Gauss)	$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$	$-\infty<x<\infty$	$\mu=\bar{x}$ $\sigma=s_x$ $C_a=0$	$T\geq 2$ $w=\left[\ln\left(T^2\right)\right]^{1/2}$ $K_N=w-\frac{2.515517+0.802853w+0.010328w^2}{1+1.432788w+0.189269w^2+0.001308w^3}$
Log-normal (Galton)	$f(x)=\frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)$ $y=\ln(x)$	$x>0$	$\mu_y=\bar{y}$ $\sigma_y=s_y$ $\mu_x=\exp\left(\mu_y+\frac{\sigma_y^2}{2}\right)$ $\sigma_x^2=\mu_x^2\left[\exp\left(\sigma_y^2\right)-1\right]$ $C_a=3\,C_v+C_v^3$	Aplica-se K_N a y
Gumbel (Tipo I de extremos)	$f(x)=\frac{1}{\alpha}\exp\left[-\frac{x-u}{\alpha}-\exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]$	$-\infty<x<\infty$	$\alpha=\frac{\sqrt{6}s_x}{\pi}$ $u=\bar{x}-0.5772\alpha$ $C_a=1.1396$	$K_G=-\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.5772+\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\}$
Goodrich (Tipo III de extremos) (Weibull)	$f(x)=\frac{1}{N}A(x-x_1)^{\frac{1}{N}-1}e^{-A(x-x_1)^{\frac{1}{N}}}$	$x>x_1$	$C_a=\frac{\Gamma(3N+1)-3\,\Gamma(2N+1)\,\Gamma(N+1)+2\,\Gamma^3(N+1)}{\left[\Gamma(2N+1)-\Gamma^2(N+1)\right]^{\frac{3}{2}}}$ $A=\left[\frac{\Gamma(2N+1)-\Gamma^2(N+1)}{s_x^2}\right]^{\frac{1}{2N}}$ $x_1=\bar{x}-\frac{1}{A^N}\Gamma(N+1)$	$B_K=\left[\Gamma(2N+1)-\Gamma^2(N+1)\right]^{-\frac{1}{2}}$ $A_K=\left[1-\Gamma(N+1)\right]B_K$ $K_W=A_K+B_K\left\{\left[-\ln\left(\frac{1}{T}\right)\right]^N-1\right\}$
Pearson III (Gama)	$f(x)=\frac{1}{\beta\,\Gamma(\alpha)}\left(\frac{x-\varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha-1}e^{-\frac{x-\varepsilon}{\beta}}$	$x>\varepsilon$	$\alpha=\left(\frac{2}{C_a}\right)^2$ $\beta=\frac{s_x}{\sqrt{\alpha}}$ $\varepsilon=\bar{x}-s_x\sqrt{\alpha}=\bar{x}-\alpha\beta$	z = var. normal reduzida = K_N $k=\frac{C_a}{6}$ $K_P=z+\left(z^2-1\right)k+\frac{1}{3}\left(z^3-6z\right)k^2-\left(z^2-1\right)k^3+z\,k^4+\frac{1}{3}k^5$

Funções do Excel

Média		**MÉDIA**	**AVERAGE**
Desvio-padrão	**Sem correcção do viés (… população …)**	**DESVPADP**	**STDEVP**
	Com correcção do viés (… amostra …)	**DESVPAD**	**STDEV**
Coeficiente de assimetria (… com correcção do viés)		**DISTORÇÃO**	**SKEW**
Correlação (… entre duas variáveis …)		**CORREL**	**CORREL**
Covariância (… entre duas variáveis …)		**COVAR**	**COVAR**



Ajuste de leis estatísticas. Exemplo de organização dos procedimentos da análise estatística a uma amostra de uma variável aleatória com 30 elementos…. ex.: precipitação diária máxima anual

1 – Organização da amostra e cálculo das correspondentes estatísticas amostrais. Obtenção dos logaritmos dos valores da amostra tendo em vista a aplicação de leis log (log-Normal ou Galton e log-Pearson III).

Ano hidrológico	Pi (mm)	ln P
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
Média (mm)		
Desvio-padrão (mm)		
Coeficiente de variação		
Assimetria		
Assimetri/6		

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Valores da normal reduzida relativos aos registos de precipitações diárias máximas anuais

1 – Ordenação dos valores da amostra.

N. ordem i	Pi mm	Probabilidade de não excedência, F	Período de retorno anos	Z
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

Valores da variável hidrológica ordenadas por ordem crescentes

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Valores da normal reduzida relativos aos registos de precipitações diárias máximas anuais

1 – Ordenação dos valores da amostra.

2 – Atribuição a cada valor da amostra da correspondente probabilidade empírica de não excedência (fórmula de Weibull, F = i/(N+1), ou outra) e do respetivo período de retorno – T = 1/(1-F).

N. ordem i	Pi mm	Probabilidade de não excedência, F	Período de retorno anos	Z
1	Valores da variável hidrológica ordenadas por ordem crescentes	0.0323	1.0	
2		0.0645	1.1	
3		0.0968	1.1	
4		0.1290	1.1	
5		0.1613	1.2	
6		0.1935	1.2	
7		0.2258	1.3	
8		0.2581	1.3	
9		0.2903	1.4	
10		0.3226	1.5	
11		0.3548	1.6	
12		0.3871	1.6	
13		0.4194	1.7	
14		0.4516	1.8	
15		0.4839	1.9	
16		0.5161	2.1	
17		0.5484	2.2	
18		0.5806	2.4	
19		0.6129	2.6	
20		0.6452	2.8	
21		0.6774	3.1	
22		0.7097	3.4	
23		0.7419	3.9	
24		0.7742	4.4	
25		0.8065	5.2	
26		0.8387	6.2	
27		0.8710	7.8	
28		0.9032	10.3	
29		0.9355	15.5	
30		0.9677	31.0	

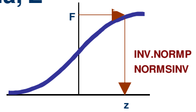
DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Valores da normal reduzida relativos aos registos de precipitações diárias máximas anuais

1 – Ordenação dos valores da amostra.

2 – Atribuição a cada valor da amostra da correspondente probabilidade empírica de não excedência (fórmula de Weibull, F = i/(N+1), ou outra) e do respetivo período de retorno – T = 1/(1-F).

3 – Por inversão da lei normal, conhecido F, cálculo do correspondente valor da normal reduzida, Z



N. ordem i	Pi mm	Probabilidade de não excedência, F	Período de retorno anos	Z
1	Valores da variável hidrológica ordenadas por ordem crescentes	0.0323	1.0	-1.8486
2		0.0645	1.1	-1.5179
3		0.0968	1.1	-1.3002
4		0.1290	1.1	-1.1310
5		0.1613	1.2	-0.9892
6		0.1935	1.2	-0.8649
7		0.2258	1.3	-0.7527
8		0.2581	1.3	-0.6493
9		0.2903	1.4	-0.5524
10		0.3226	1.5	-0.4605
11		0.3548	1.6	-0.3723
12		0.3871	1.6	-0.2869
13		0.4194	1.7	-0.2035
14		0.4516	1.8	-0.1216
15		0.4839	1.9	-0.0404
16		0.5161	2.1	0.0404
17		0.5484	2.2	0.1216
18		0.5806	2.4	0.2035
19		0.6129	2.6	0.2869
20		0.6452	2.8	0.3723
21		0.6774	3.1	0.4605
22		0.7097	3.4	0.5524
23		0.7419	3.9	0.6493
24		0.7742	4.4	0.7527
25		0.8065	5.2	0.8649
26		0.8387	6.2	0.9892
27		0.8710	7.8	1.1310
28		0.9032	10.3	1.3002
29		0.9355	15.5	1.5179
30		0.9677	31.0	1.8486

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Leis Normal, de Gumbel e de Pearson III

1 – Arbítrio de probabilidades de não excedência, F, e cálculo dos correspondentes períodos de retorno, T (anos) – T=1/(1-F)

F	T (anos)	Lei Normal KN	 P (mm)	Lei log-Normal ou de Galton ln P	 P (mm)	Lei de Gumbel KG	 P (mm)	Lei de Pearson III KP	 P (mm)
0.0100	1.010								
0.0200	1.020								
0.0300	1.031								
0.0400	1.042								
0.0500	1.053								
0.0600	1.064								
0.0700	1.075								
0.0800	1.087								
0.0900	1.099								
0.1000	1.111								
0.1100	1.124								
	1.136								
	1.149								
	1.163								
	1.176								
	1.190								
	1.205								
	1.220								
	1.235								
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.8200	5.556								
0.8300	5.882								
0.8400	6.250								
0.8500	6.667								
0.8600	7.143								
0.8700	7.692								
0.8800	8.333								
0.8900	9.091								
0.9000	10.000								
0.9100	11.111								
0.9200	12.500								
0.9300	14.286								
0.9400	16.667								
0.9500	20.000								
0.9600	25.000								
0.9700	33.333								
0.9800	50.000								
0.9900	100.000								
0.9990	1000.000								
0.9999	10000.000								

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Leis Normal, de Gumbel e de Pearson III

1 – Arbítrio de probabilidades de não excedência, F, e cálculo dos correspondentes períodos de retorno, T (anos) – T=1/(1-F)

3 – Cálculo dos fatores de probabilidade, K, em função das probabilidade de não-excedência e, no caso das Leis Pearson III e log-Pearson III, também dos coeficientes de assimetria.

F	T (anos)	Lei Normal KN	 P (mm)	Lei log-Normal ou de Galton ln P	 P (mm)	Lei de Gumbel KG	 P (mm)	Lei de Pearson III KP	 P (mm)
0.0100	1.010								
0.0200	1.020								
0.0300	1.031								
0.0400	1.042								
0.0500	1.053								
0.0600	1.064								
0.0700	1.075								
0.0800	1.087								
0.0900	1.099								
0.1000	1.111								
0.1100	1.124								
	1.136								
	1.149								
	1.163								
	1.176								
	1.190								
	1.205								
	1.220								
	1.235								
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	5.556								
	5.882								
	6.250								
	6.667								
	7.143								
	7.692								
	8.333								
	9.091								
	10.000								
0.9100	11.111								
0.9200	12.500								
0.9300	14.286								
0.9400	16.667								
0.9500	20.000								
0.9600	25.000								
0.9700	33.333								
0.9800	50.000								
0.9900	100.000								
0.9990	1000.000								
0.9999	10000.000								

DECIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E GEORRECURSOS
TÉCNICO LISBOA

Ajuste de leis estatísticas. Leis Normal, de Gumbel e de Pearson III

FATORES DE PROBABILIDADE DAS LEIS DE GUMBEL E DE PEARSON III (lei Normal …. função EXCEL)

F	T	Lei Normal		Lei log-Normal ou de Galton		Lei de Gumbel		Lei de Pearson III	
	(anos)	KN	P (mm)	ln P	P (mm)	KG	P (mm)	KP	P (mm)
0.0100	1.010								
0.0200	1.020								
0.0300	1.031								
0.0400	1.042								
0.0500	1.053								
0.0600	1.064								
0.0700	1.075								
0.0800	1.087								
0.0900	1.099								
0.1000	1.111								
0.1100	1.124								
0.1200	1.136								
0.1300	1.149								
0.1400	1.163								
0.1500	1.176								
0.1600	1.190								
0.1700	1.205								
0.1800	1.220								
0.1900	1.235								
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
....	...	...	...	...	...	...	...	...	...
0.8200	5.556								
0.8300	5.882								
0.8400	6.250								
0.8500	6.667								
0.8600	7.143								
0.8700	7.692								
0.8800	8.333								
0.8900	9.091								
0.9000	10.000								
0.9100	11.111								
0.9200	12.500								
0.9300	14.286								
0.9400	16.667								
0.9500	20.000								
0.9600	25.000								
0.9700	33.333								
0.9800	50.000								
0.9900	100.000								
0.9990	1000.000								
0.9999	10000.000								

Lei de Gumbel: FUNÇÃO DO PERÍODO DE RETORNO T pois C_s fixo e aprox. 1.1396 ≈1.14

$$K_G = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\} = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0.577216 + \ln\left[\ln\left(\frac{1}{F}\right)\right]\right\}$$

$$K_P \cong \frac{2}{C_s}\left\{\left[\left(z - \frac{C_s}{6}\right)\frac{C_s}{6} + 1\right]^3 - 1\right\}$$

Lei de Pearson III (log Pearson III): FUNÇÃO DO PERÍODO DE RETORNO T, através da normal reduzida, K_N=z, E DO COEFICIENTE DE ASSIMETRIA, através de g (no caso da Lei log-Pearson III, coeficiente de assimetria dos logaritmos da amostra)

Ajuste de leis estatísticas. Leis Normal, de Gumbel e de Pearson III

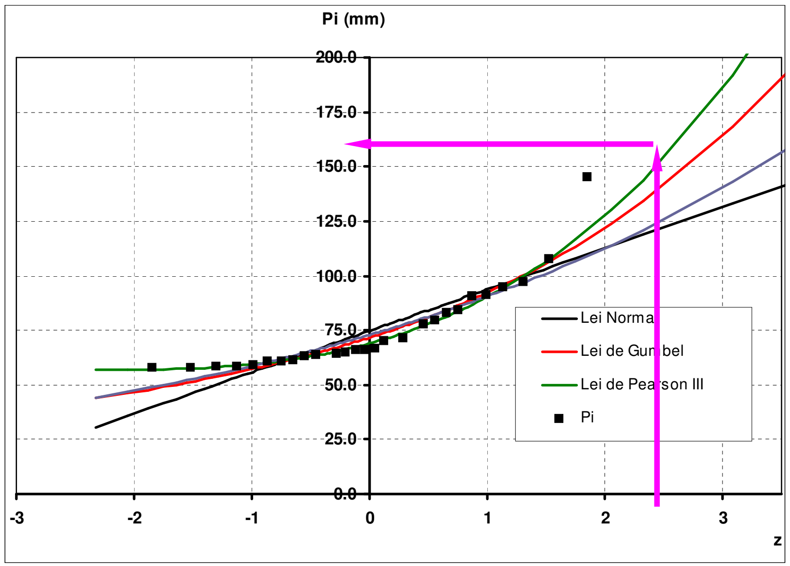
F	T	Lei Normal		Lei log-Normal ou de Galton		Lei de Gumbel		Lei de Pearson III	
	(anos)	KN	P (mm)	ln P	P (mm)	KG	P (mm)	KP	P (mm)
0.0100	1.010								
0.0200	1.020								
0.0300	1.031								
0.0400	1.042								
0.0500	1.053								
0.0600	1.064								
0.0700	1.075								
0.0800	1.087								
0.0900	1.099								
0.1000	1.111								
0.1100	1.124								
	1.136								
	1.149								
	1.163								
	1.176								
	1.190								
	1.205								
	1.220								
	1.235								
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	5.556								
	5.882								
	6.250								
	6.667								
	7.143								
	7.692								
	8.333								
	9.091								
	10.000								
	11.111								
	12.500								
	14.286								
	16.667								
	20.000								
	25.000								
	33.333								
	50.000								
	100.000								
0.9990	1000.000								
0.9999	10000.000								

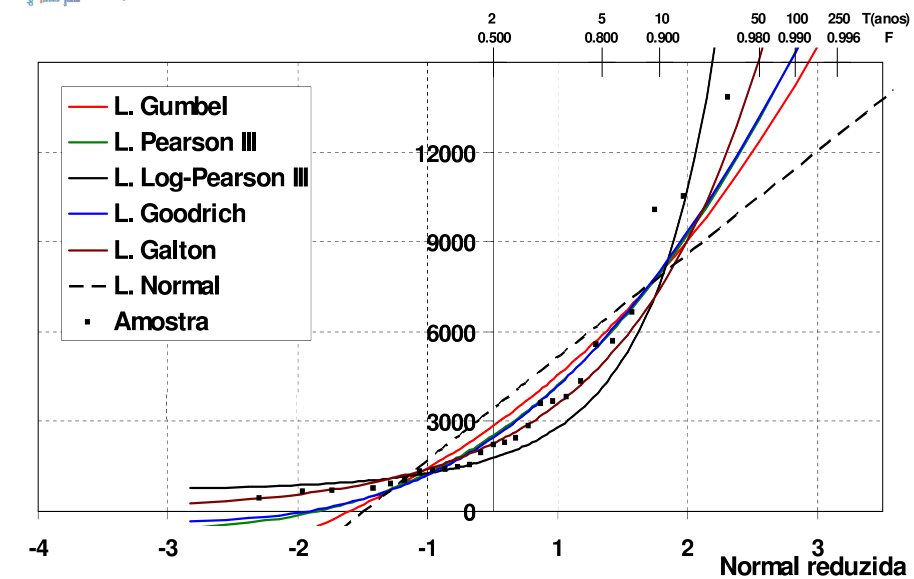
1 – Arbítrio de probabilidades de não excedência, F, e cálculo dos correspondentes períodos de retorno, T (anos) – T=1/(1-F)

3 – Cálculo dos fatores de probabilidade, K, em função das probabilidade de não-excedência e, no caso das Leis Pearson III e log-Pearson III, também dos coeficientes de assimetria.

4 – Cálculo dos valores da variável hidrológica (ou dos respetivos logaritmos, no caso das leis Log-Normal ou de Galton e Log-Pearson III) $\hat{X} = \overline{X} + K\,s'$

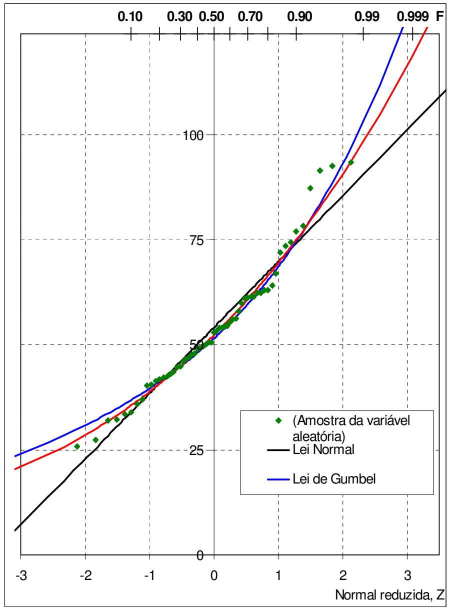
Representação da amostra e das leis teóricas e seleção da lei com melhor ajuste (a utilizar na sequente estimação de valores da variável hidrológica)

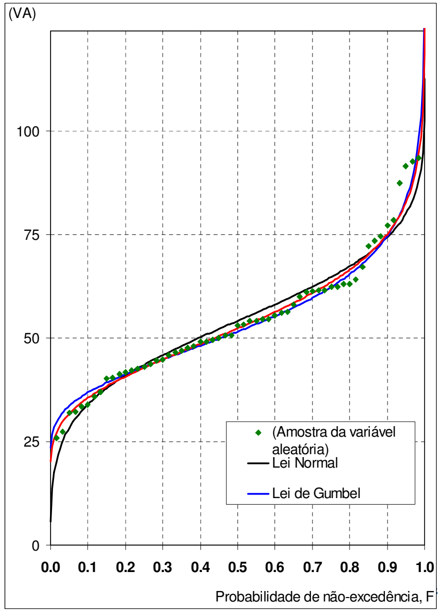




Papel de probabilidade da lei normal – escala linear de valores da normal reduzida

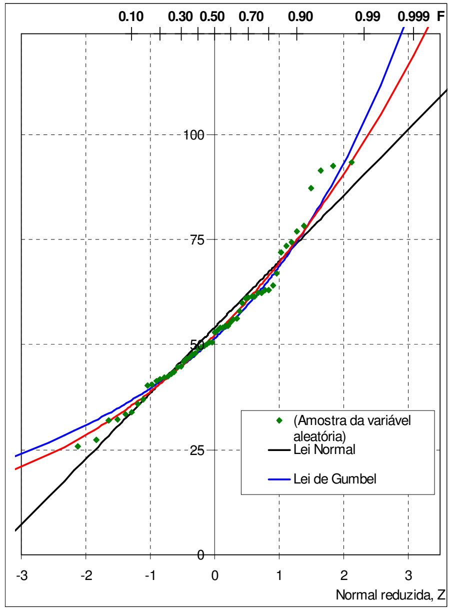
Escala linear de probabilidades de não-excedência, F

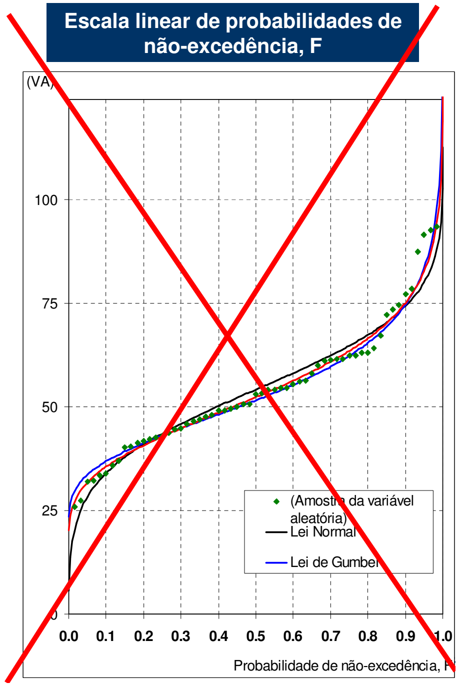


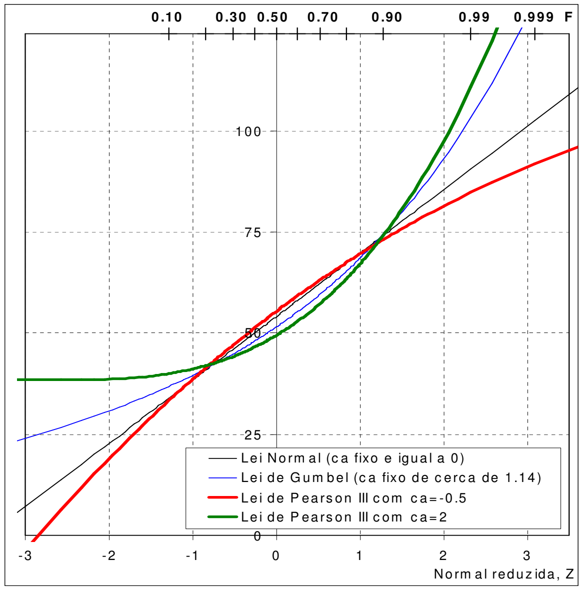


Papel de probabilidade da lei normal – escala linear de valores da normal reduzida

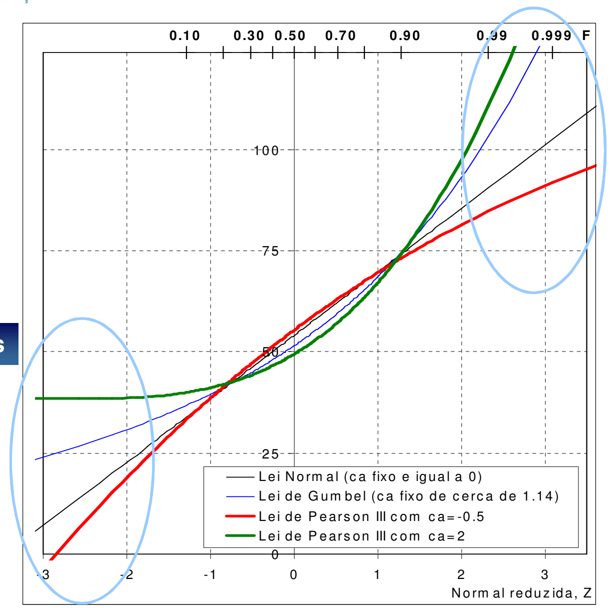
Escala linear de probabilidades de não-excedência, F





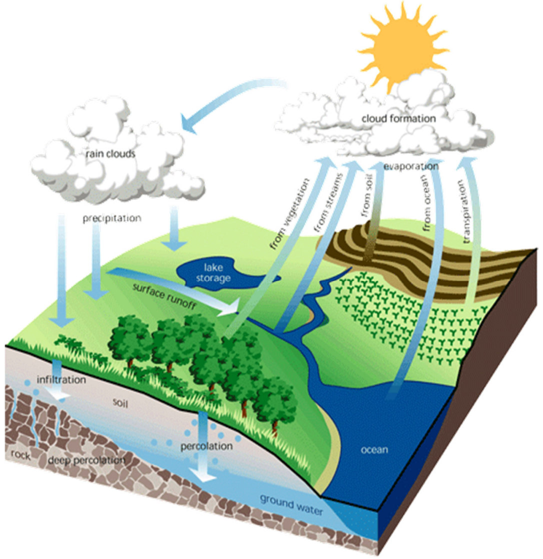


Secas



Cheias (T superior ou igual a 100 anos)

EXERCÍCIOS 15 E 16



15 - Na figura representa-se em papel de probabilidade Normal uma série de máximos anuais da precipitação diária e a lei Normal que lhe foi ajustada pelo método dos momentos.

a) Estime a média e o desvio-padrão da série amostral.

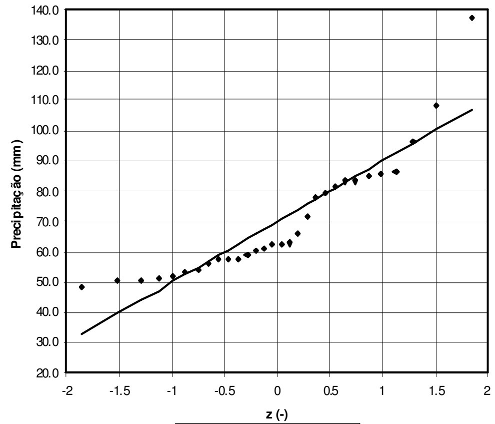
b) A série amostral tem um coeficiente de assimetria positivo ou negativo ? Justifique.

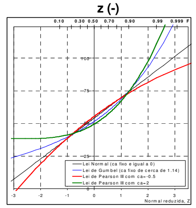
c) Sabendo que o fator de probabilidade da lei de Gumbel é

$$K_G = -\frac{\sqrt{6}}{\pi}\left\{0{,}5772 + \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\}$$

estime a precipitação máxima diária com um período de retorno de 100 a.

(R: 70 mm, 20 mmm, aprox. 133 mm)





16. Para determinada bacia hidrográfica estimou-se um escoamento médio anual de 200 mm. Sabendo que o coeficiente de variação do escoamento anual é

$$CV_H = 2.74\,\overline{H}^{-0.27}$$

e que para a lei normal se tem

F(x)	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99	0.999
KN	0.000	0.253	0.524	0.842	1.282	2.326	3.090

determine o escoamento anual que, segundo tal lei, tem a probabilidade de 90 % de ser excedido.

(R: 32.23 mm).