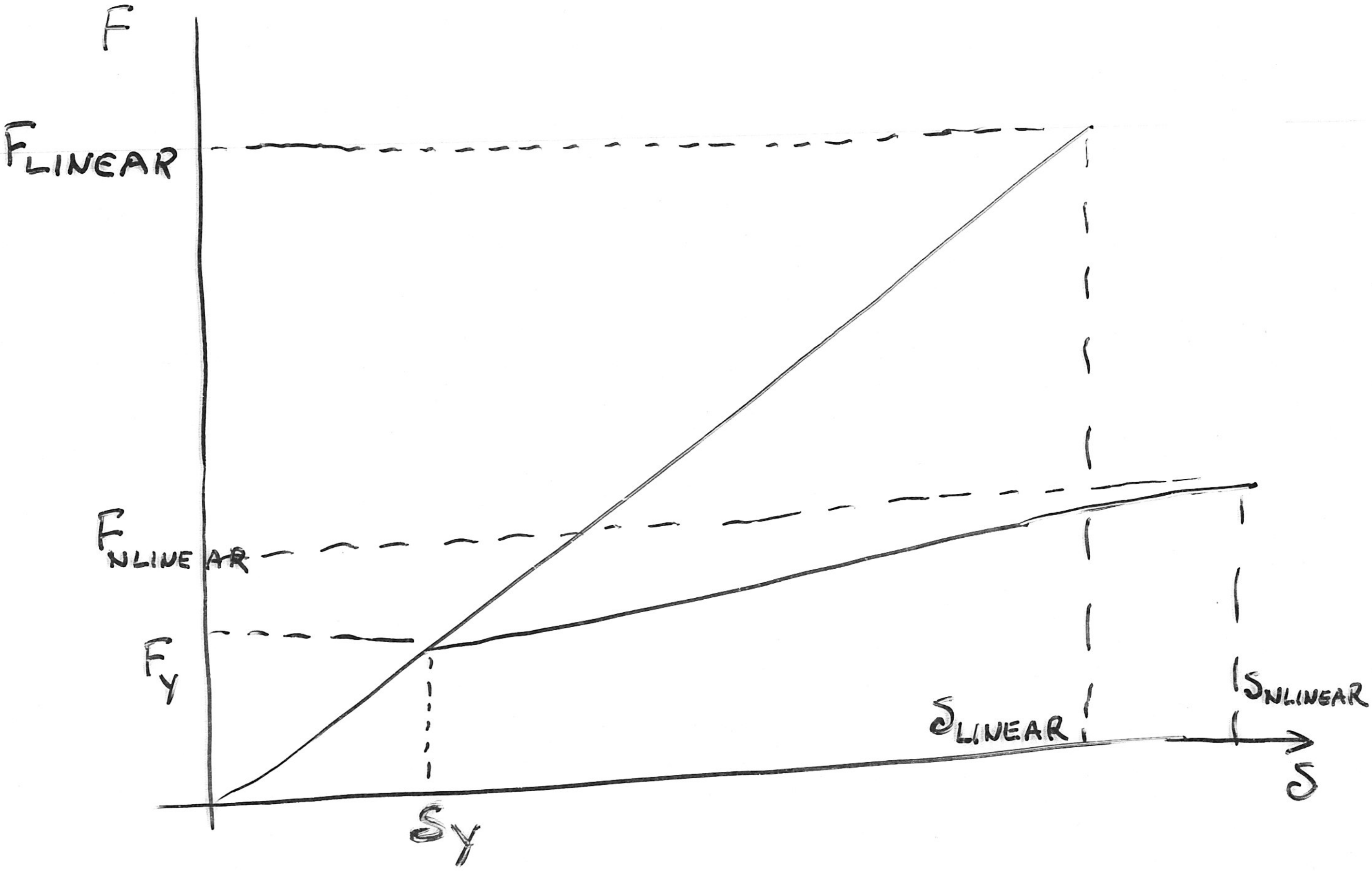
Comportamento Não Linear de Estruturas.
Aplicações Práticas.

Rita Bento e Mário Lopes

1 – Pressupostos das análises não lineares – breve introdução ao conceito de "Capacity Design" (que serve de base ao EC8).

2 – Input de análises não lineares – modelos de comportamento de estruturas e elementos de betão armado.



Coeficiente de comportamento em força

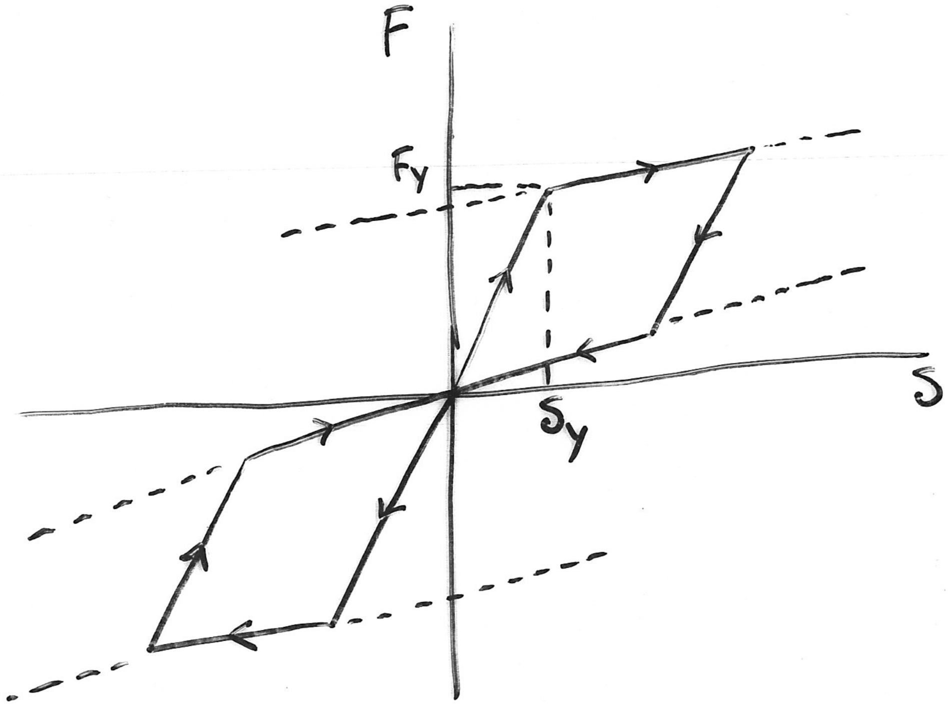
$$\eta_F = \frac{F_{LINEAR}}{F_{NLINEAR}}$$

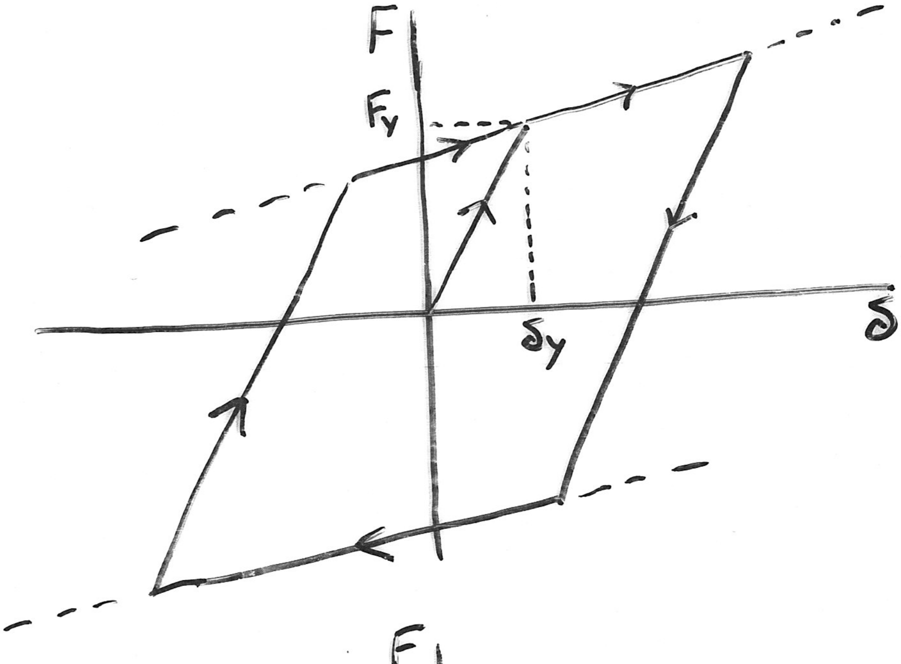
Coeficiente de comportamento em deslocamento

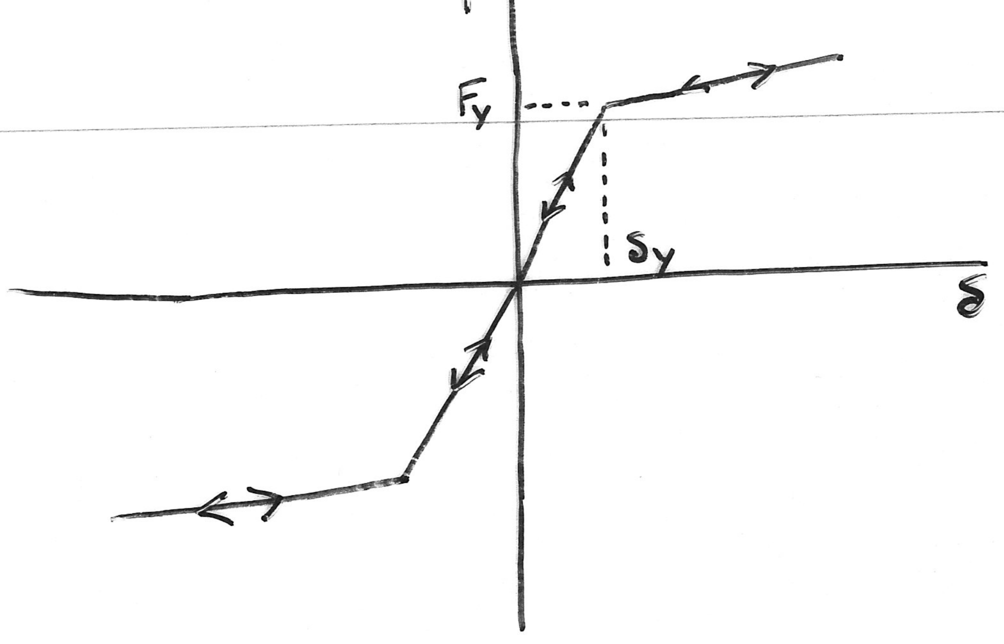
$$\eta_d = \frac{\delta_{LINEAR}}{\delta_{NLINEAR}}$$

Coeficiente de ductilidade em deslocamento

$$\mu_d = \frac{\delta_{NLINEAR}}{\delta_y}$$


F
F_y
δ
δ_y


F
F_y
δ
δ_y


F
F_y
δ_y
δ

Dimensionamento Directo

- análise elástica da estrutura.

- divisão pelo coeficiente de comportamento (RSA) ou através de espectro de projecto (EC8).

Os mecanismos previsto podem não se formar devido a:

- rotura por esforço transverso
- rotura ou deformabilidade excessiva das fundações

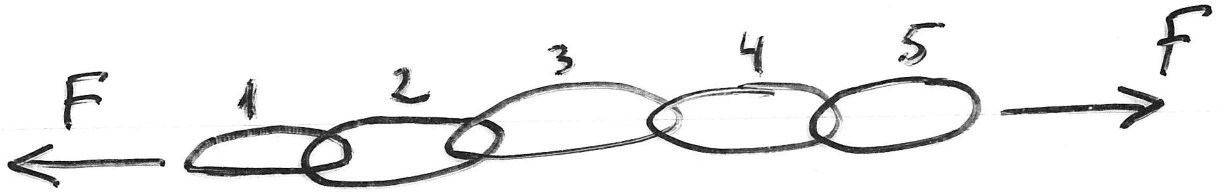
"Capacity Design"

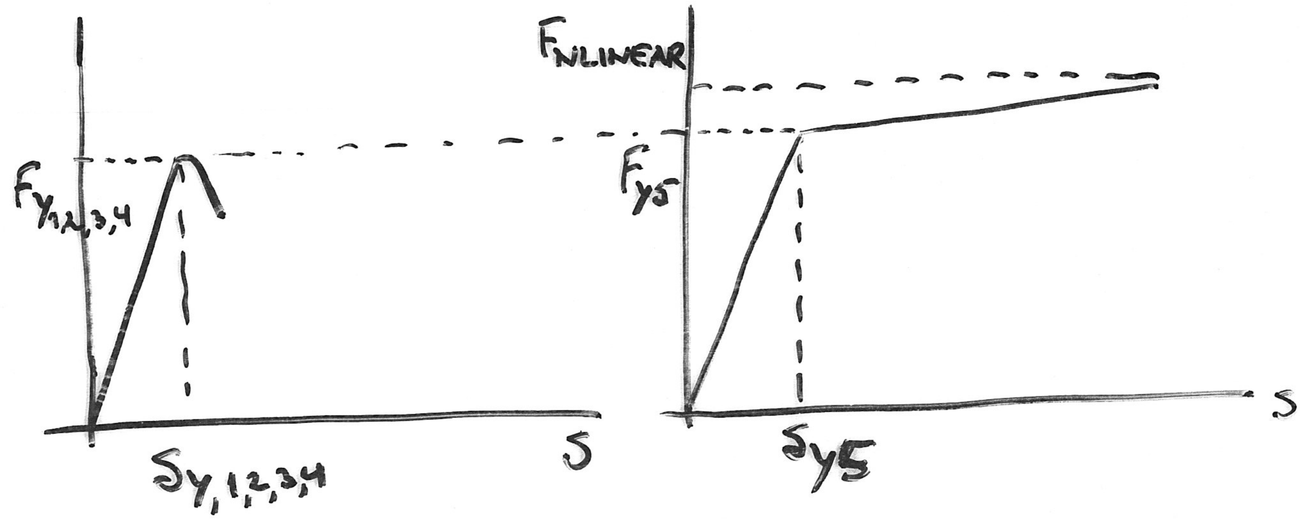
Objectivos:

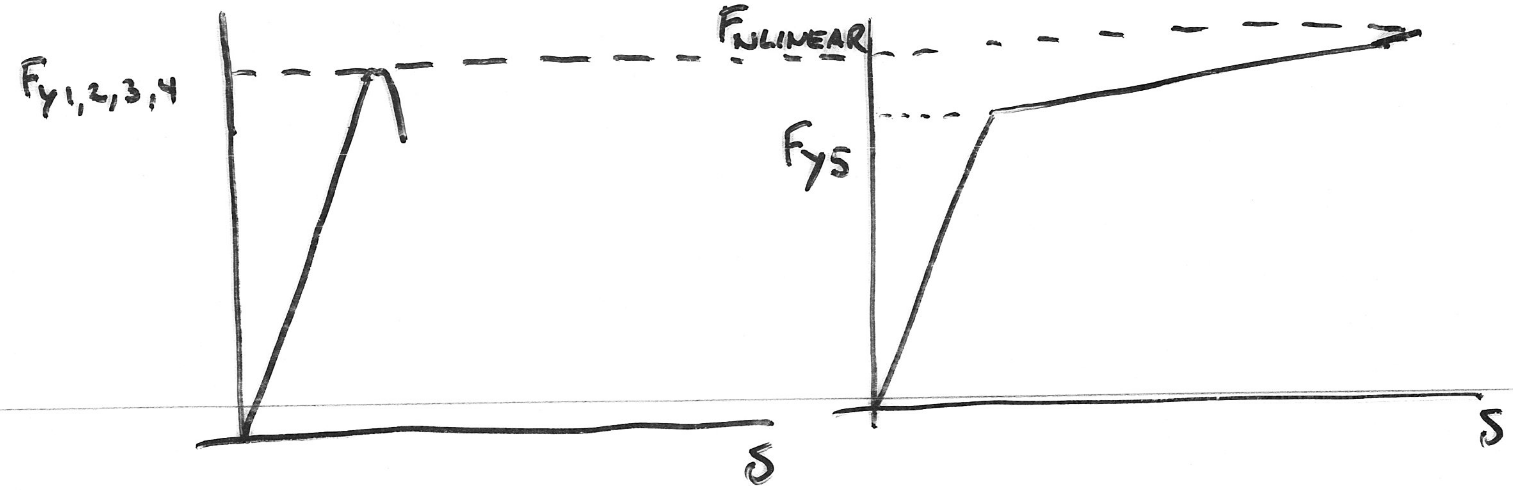
- melhor controle de danos.
- conhecimento à priori das zonas onde os danos vão ocorrer.
- melhores estimativas das exigências de ductilidade a impor às estruturas.
- comportamento dúctil evitando as roturas frágeis ou a formação de mecanismos de colapso indesejáveis.

Critérios de projecto diferentes em zonas elásticas e em rótulas plásticas:

- "sobredimensionamento das zonas elásticas.
- garantia de ductilidade e redução da resistência ao esforço transverso nas zonas das rótulas plásticas.

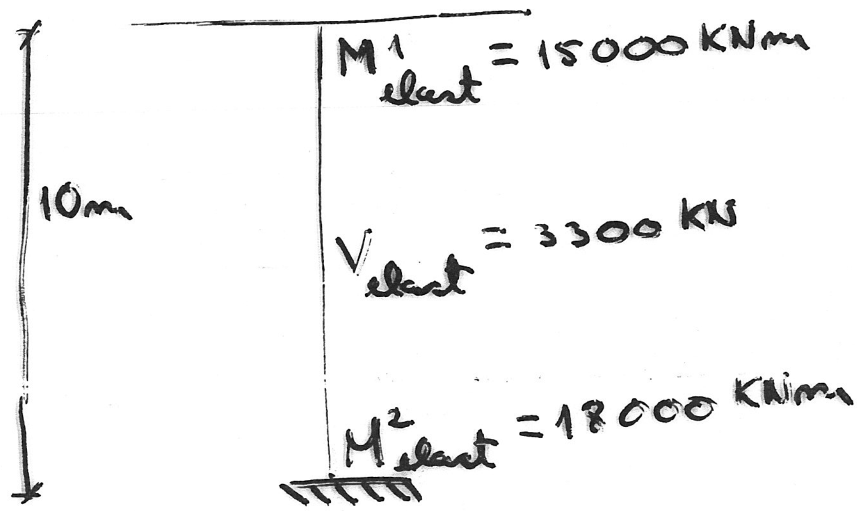






$$\frac{F_{NLINEAR}}{F_y} = \gamma_0$$

APLICAÇÃO DOS PRINCÍPIOS DE CAPACITY DESIGN



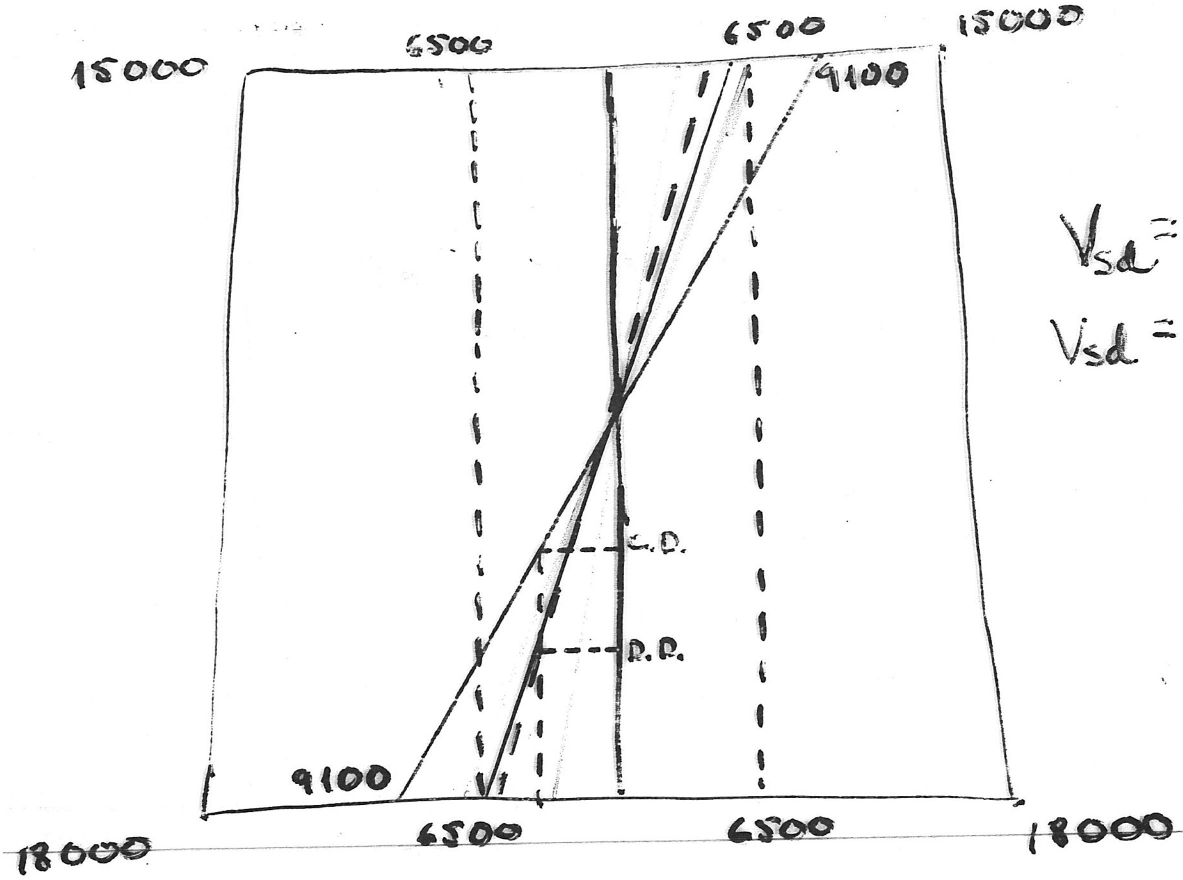
$\boxed{\eta = 3}$

$M^1_{sd} = 5000$ KNm

$V_{sd} = 1100$ KN

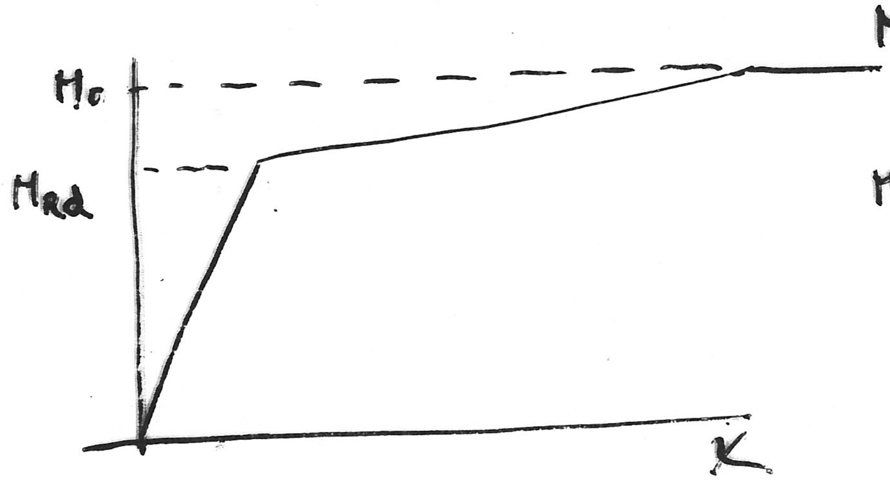
$M^2_{sd} = 6000$ KNm

$M^1_{Rd} = M^2_{Rd} = 6500$ KNm



$$V_{sd} = \frac{2 \times 9100}{10}$$

$V_{sd} = 1820$ KN

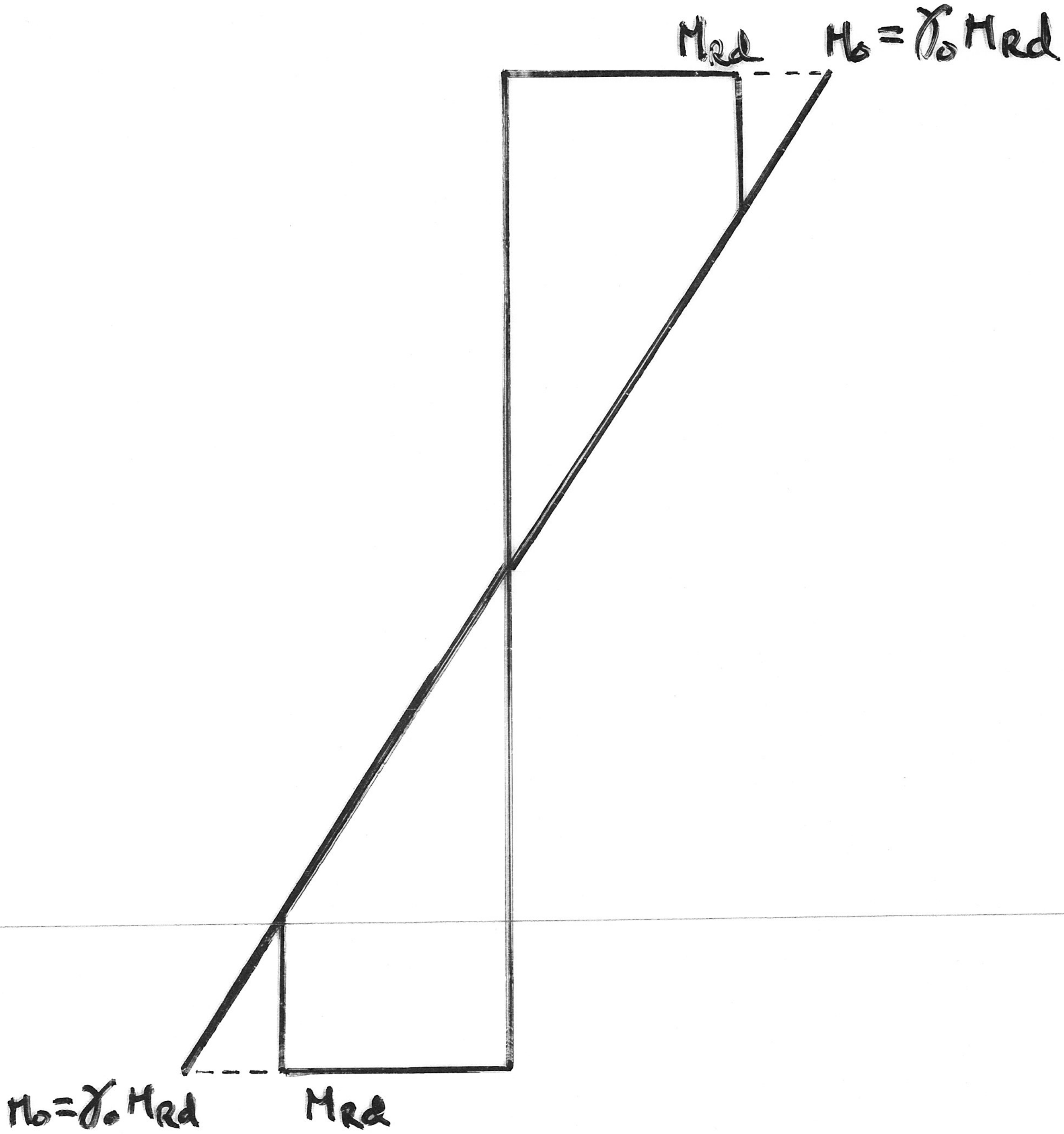


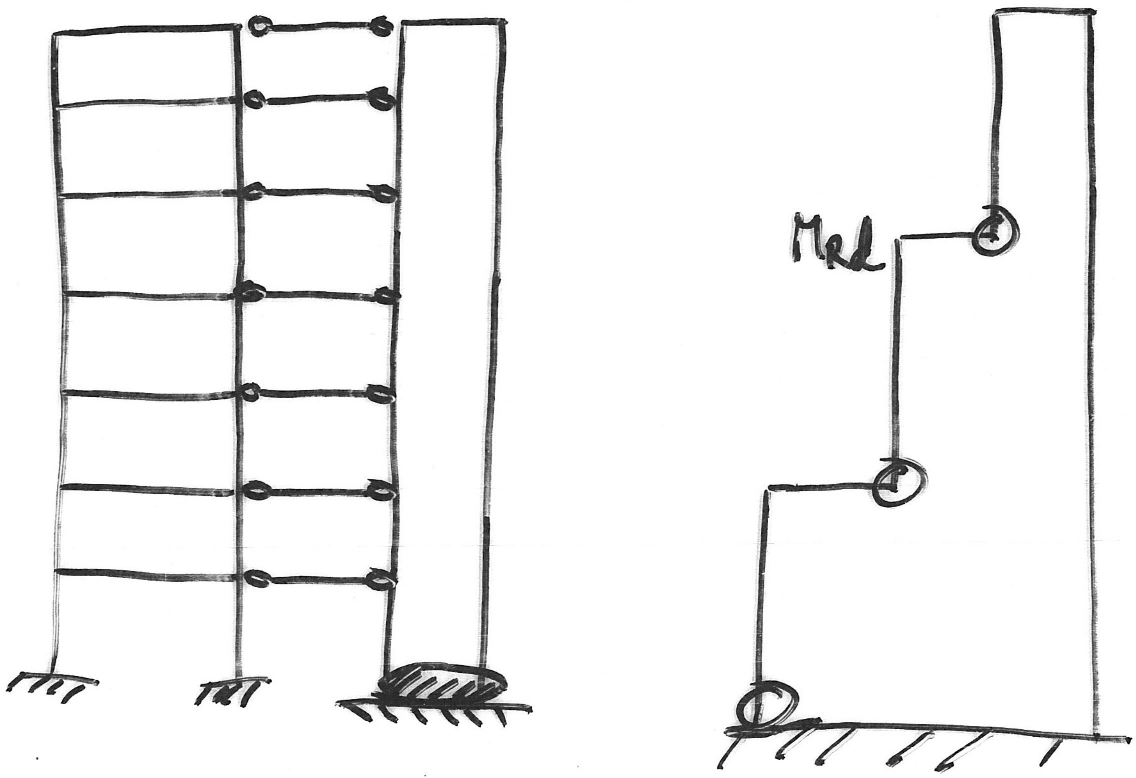
$M_0 = \gamma_0 M_{Rd}$

$= 1.4 \times 6500$

$M_0 = 9100$ KNm

?


M_{Rd}
$M_b = \gamma_0 M_{Rd}$
$M_b = \gamma_0 M_{Rd}$
M_{Rd}


MRd

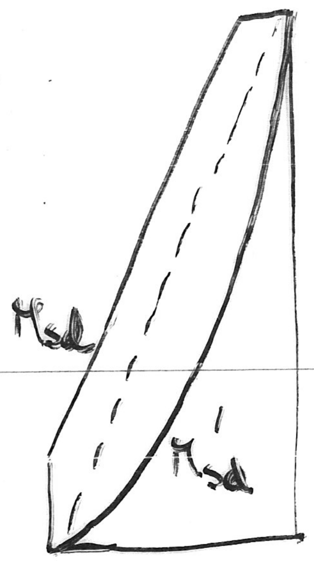
É vantajoso que só haja rótula plástica no piso térreo para obter:

- melhor controle de deslocamentos.

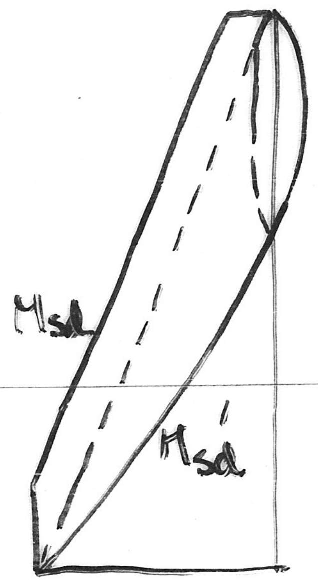
- absorção de modos superiores.

- melhor controle de danos em elementos não estruturais e de efeitos de 2ªordem.

- exigência de ductilidade nos pórticos regular em altura.



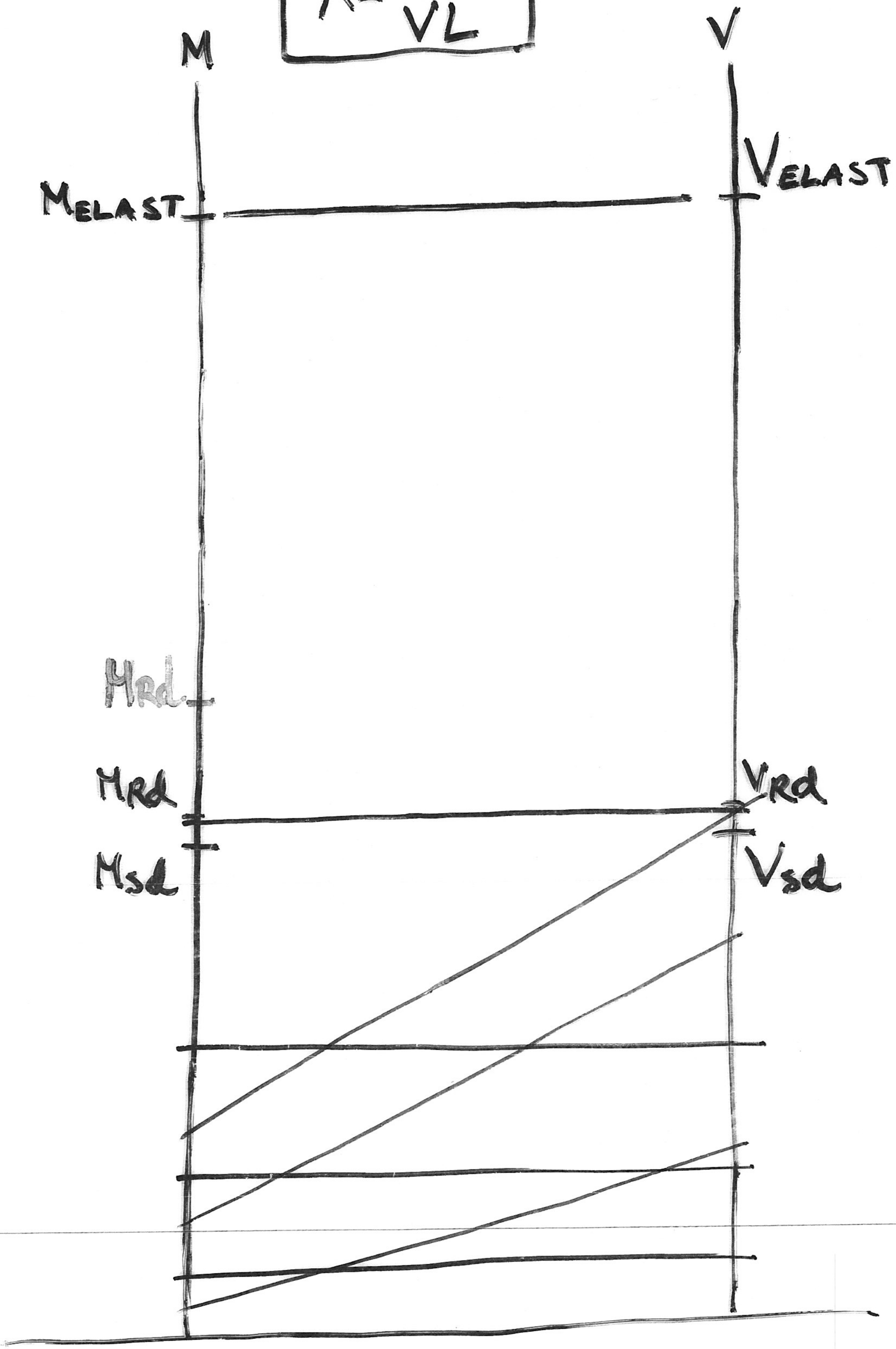
Estruturas parede



Estruturas mistas

Nota: obrigatório para todas as classes de ductilidade

$$\boxed{\lambda = \frac{M}{VL}}$$

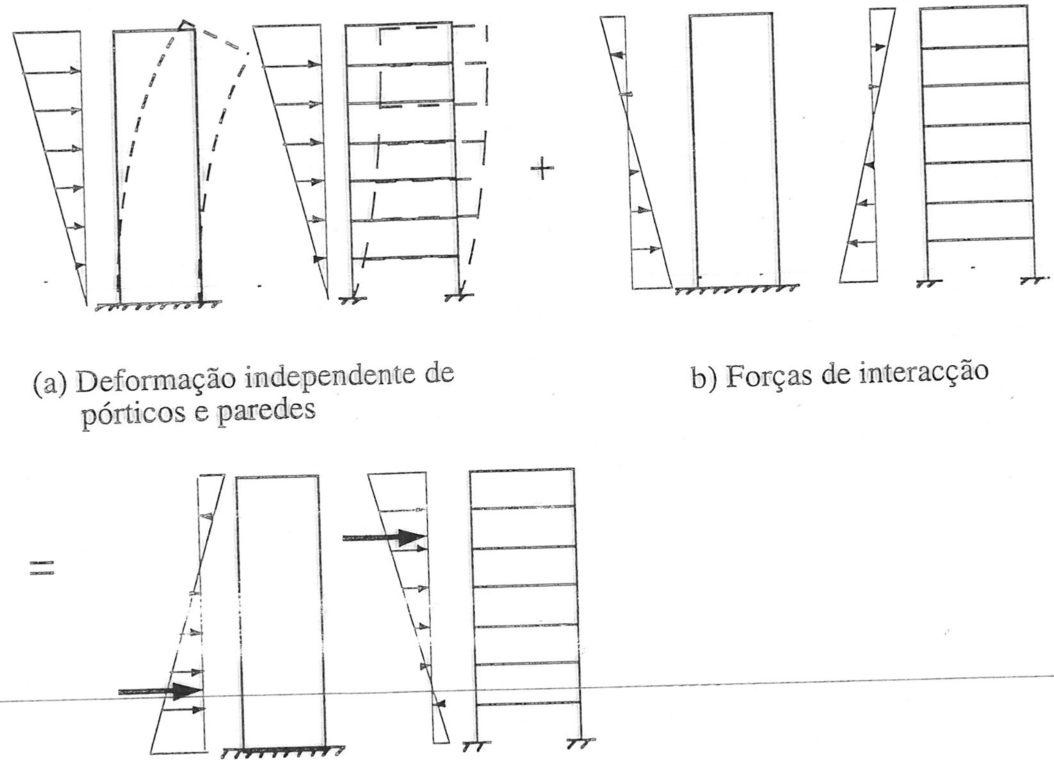


$\lambda_{sd} = \lambda_{Rd}$ $\quad$ $\lambda_{Rd} > \lambda_{sd}$ $\quad$ $\lambda_{sd} < \lambda_{Rd}$

?

Factores que contribuem para a redução de λ_{sd}

- interacção com os pórticos



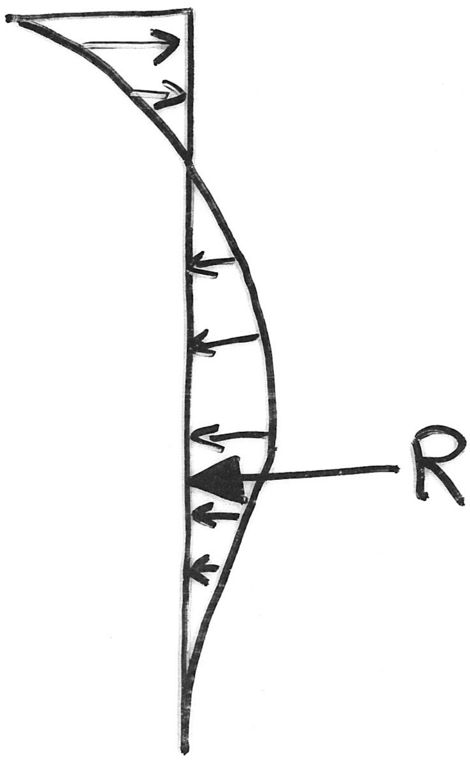
(a) Deformação independente de pórticos e paredes

b) Forças de interacção

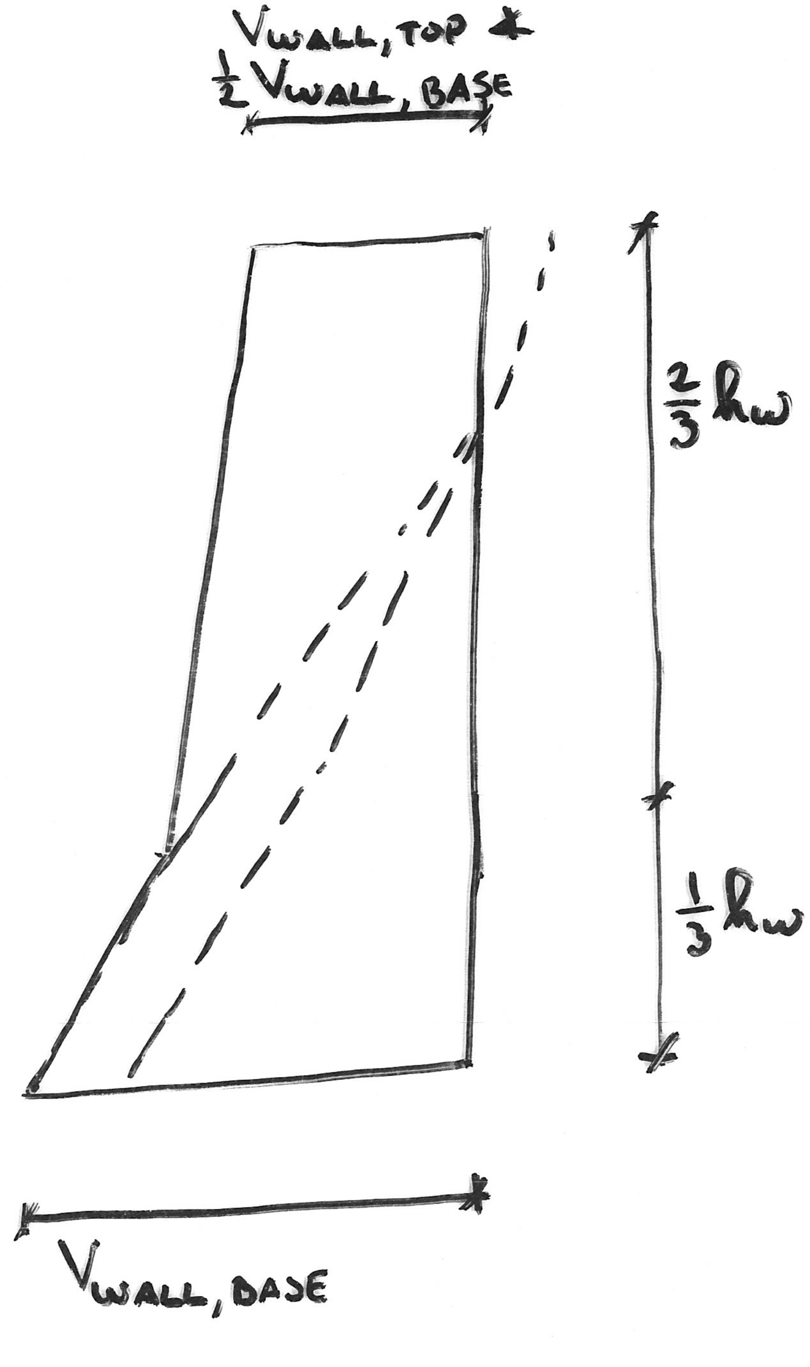
c) Distribuição final da carga

Figura 6 - Interacção entre pórticos e paredes.

- influência dos modos superiores



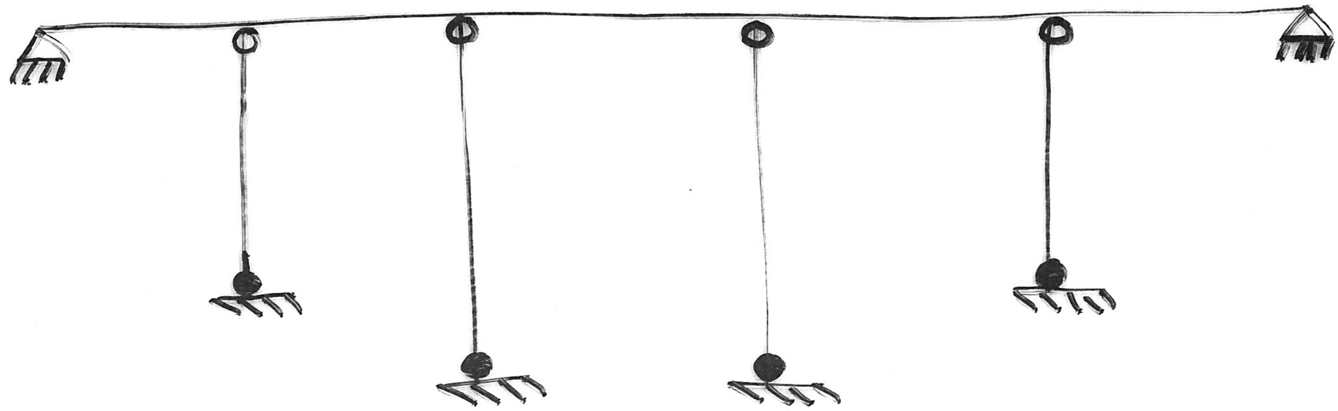
- comportamento não linear da estrutura
- comportamento não linear da base da parede
- redistribuição de esforços de uma parede em tracção para uma parede em compressão.



$V_{sd} = \epsilon V'_{sd}$

Classe de ductilidade baixa $\epsilon = 1.3$

!



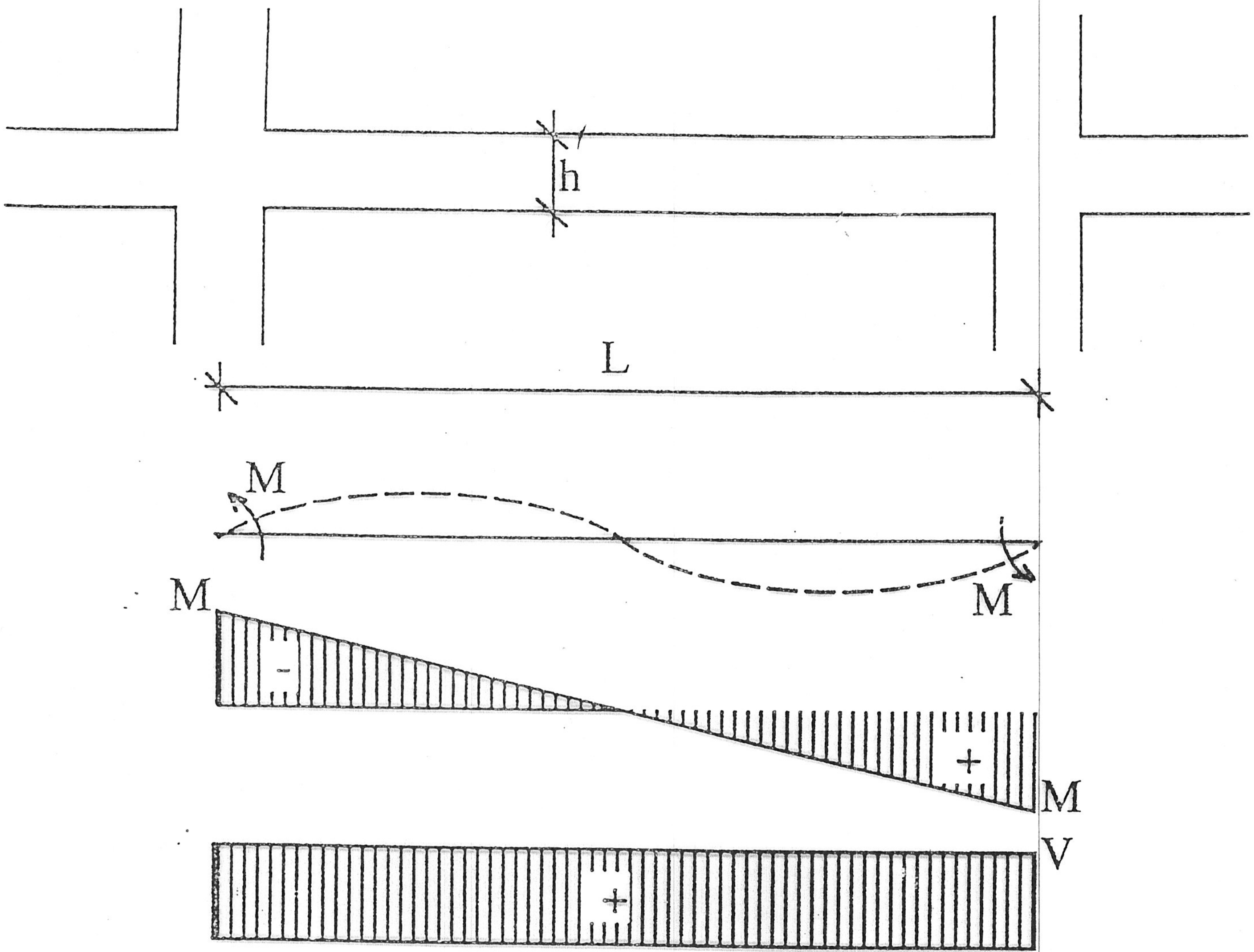
EC8 5.8.2 (3) FOUNDATIONS
Design action-effects
Bridges of ductile behaviour

"The design action-effects shall be obtained by applying the capacity design procedure to the piers"

Não verificação desta cláusula:

RSA $\mu = 3$

EC8 $\mu = 1.2$



$$M = \gamma_0 \cdot M_{Rd} \qquad V = \frac{M+M}{L} = \frac{2M}{L} \qquad \lambda = \frac{M}{Vh} = \frac{M}{\frac{2M}{L}h} = \frac{L}{2h}$$

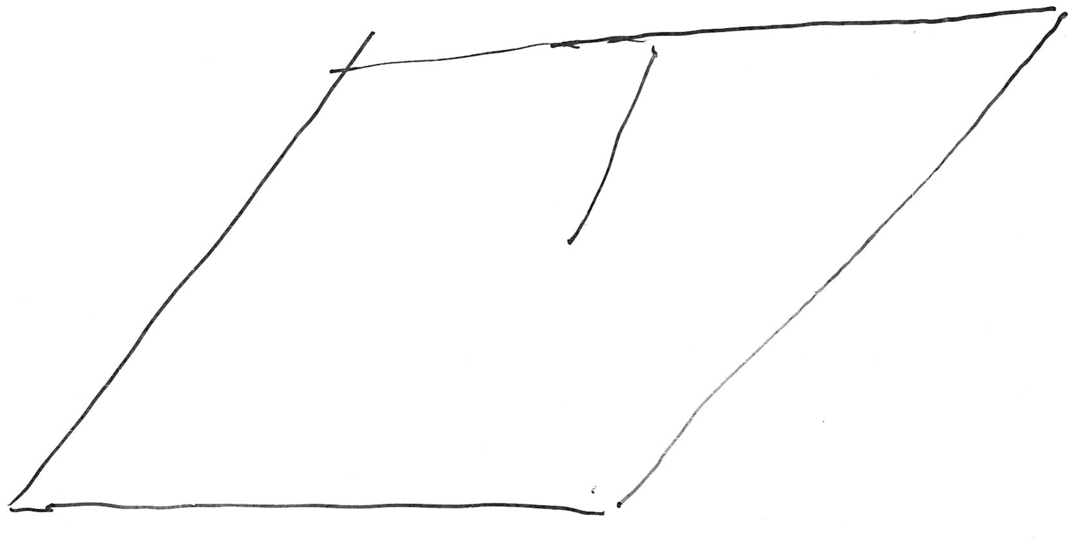
EM GERAL λ É SUFICIENTEMENTE ALTO PARA QUE O ESFORÇO TRANSVERSO NÃO INFLUENCIE O COMPORTAMENTO

18

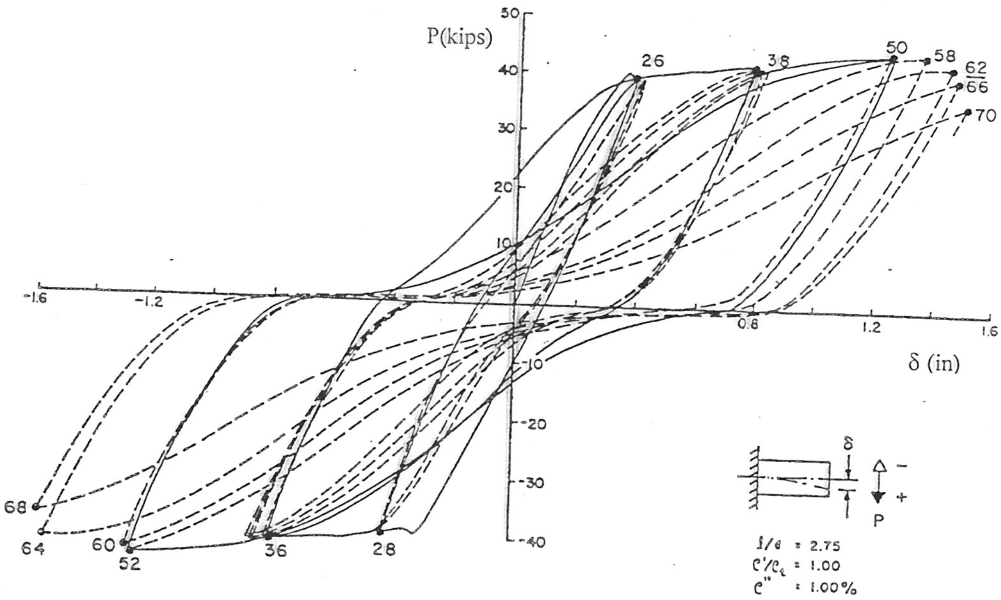
MODELOS DE COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE BETÃO ARMADO

1. **Comportamento de elementos lineares em flexão**
2. **Comportamento de paredes**
3. **Comportamento de lintéis**

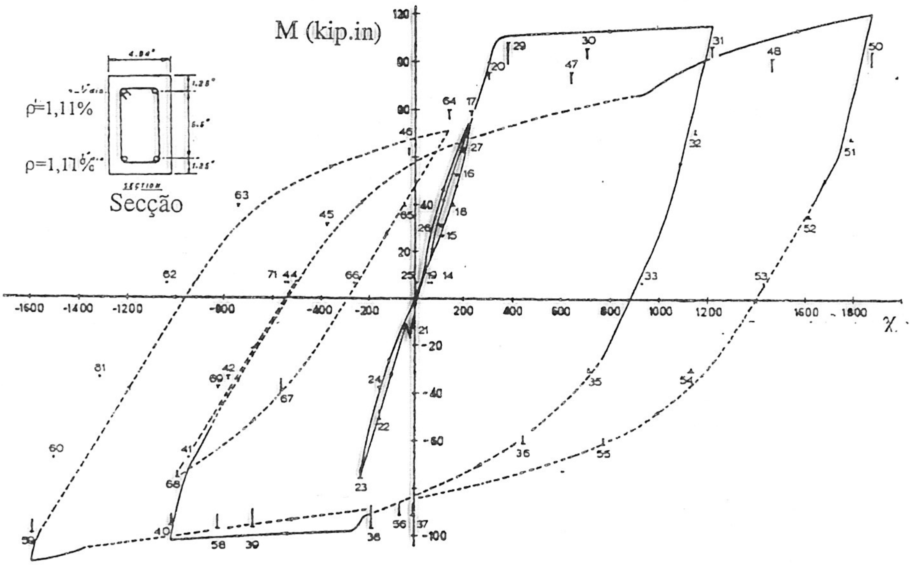
A modelação do comportamento não linear dos elementos estruturais de betão armado sujeitos a acções cíclicas aleatórias é fundamentalmente baseada na identificação e modelação das zonas onde ocorrem as deformações inelásticas.

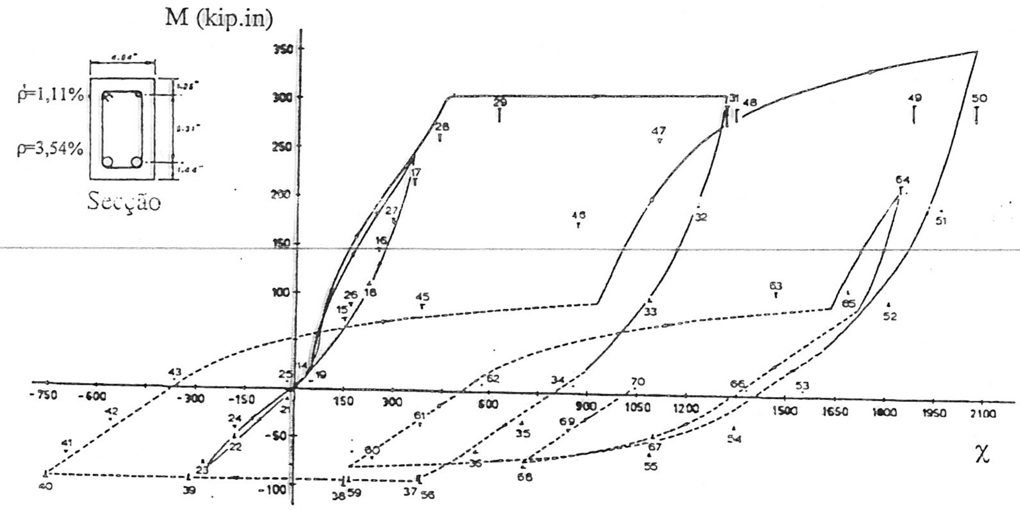


Diagramas tipo F-δ, de elementos de betão armado simétricos e sem esforço axial, ensaiados experimentalmente – Ma, Popov e Bertero, 1976.

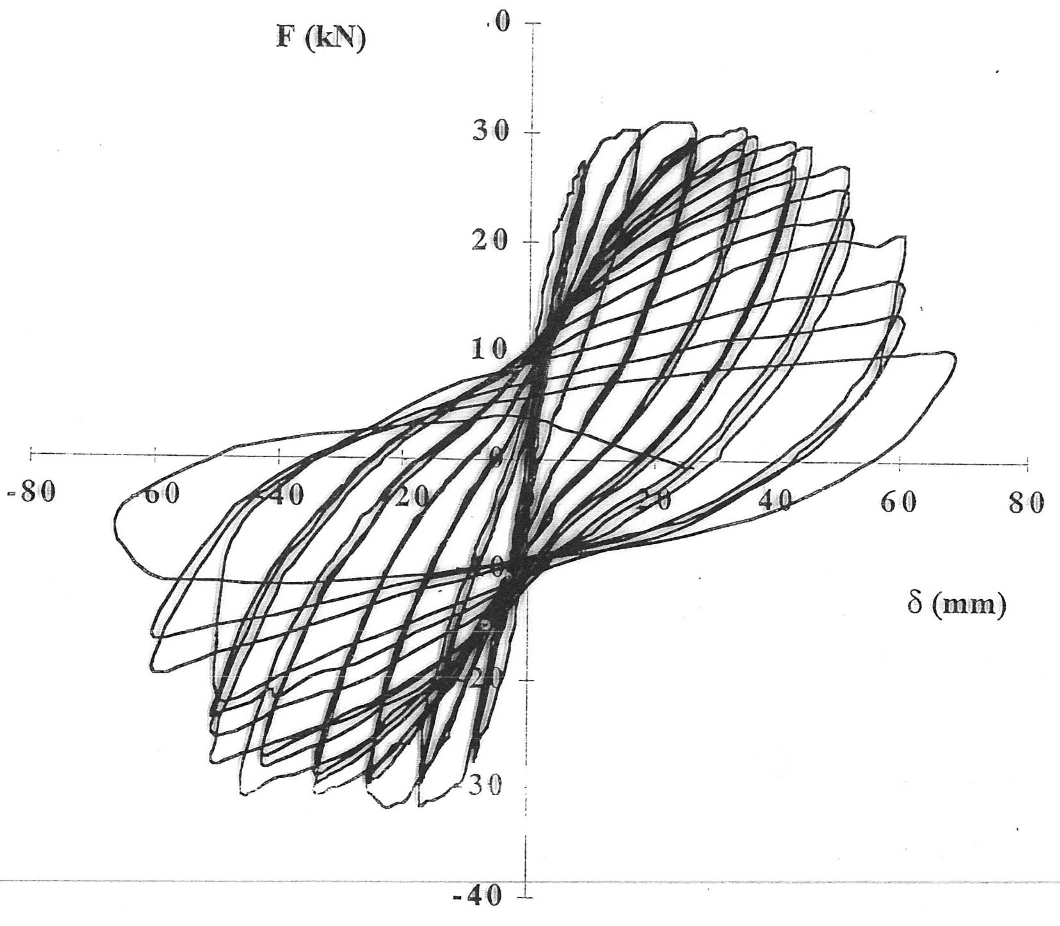


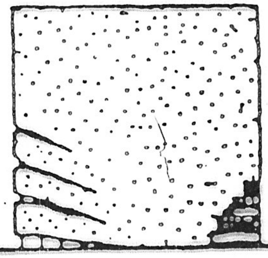
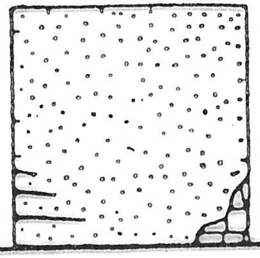
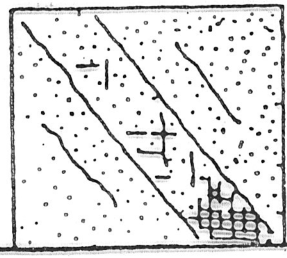
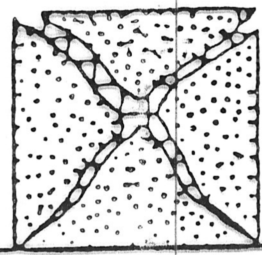
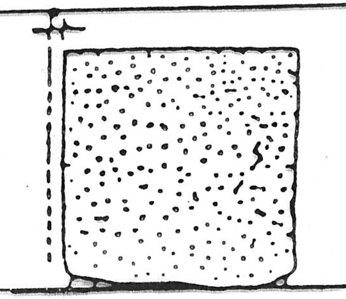
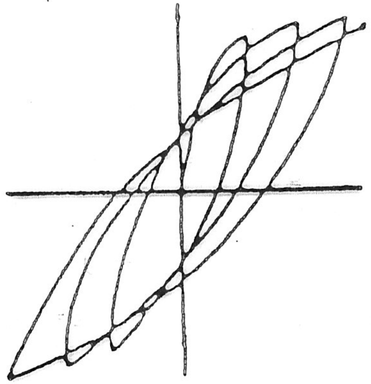
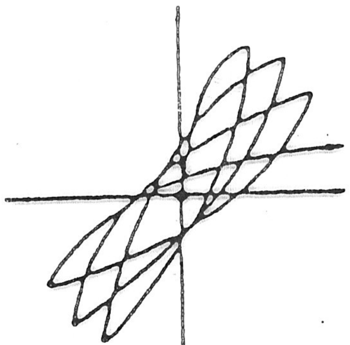
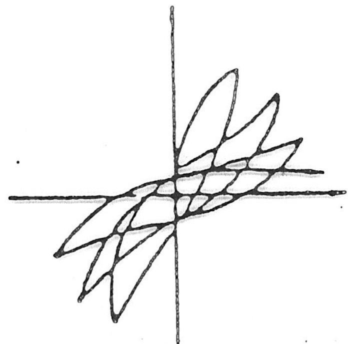
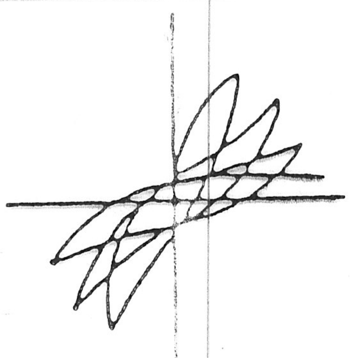
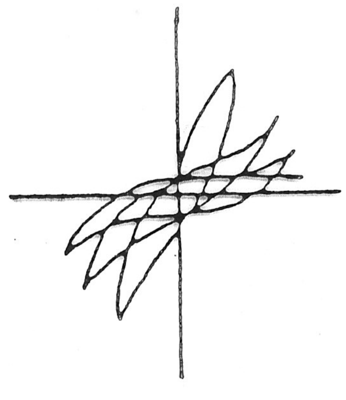
Diagramas tipo M-χ, de secções de viga de betão armado a) simétricas e b) não simétricas em flexão simples – Park e Paulay, 1975.

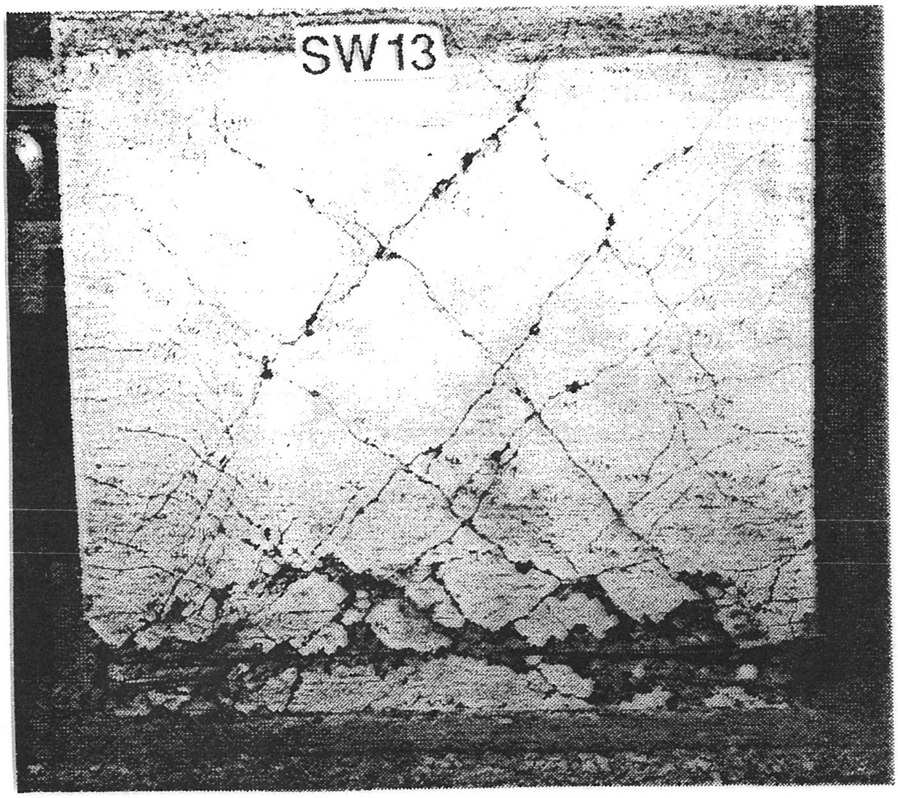




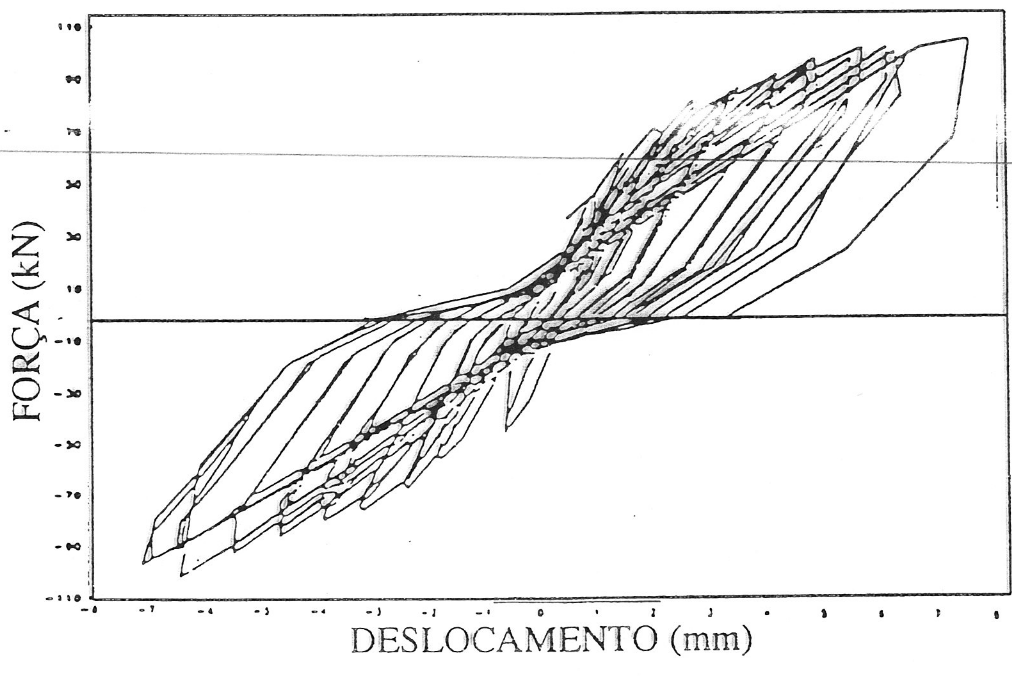
Diagramas tipo P-δ, de elementos de betão armado simétricos com esforço axial (resultados de ensaios cíclicos – Gomes 1992)

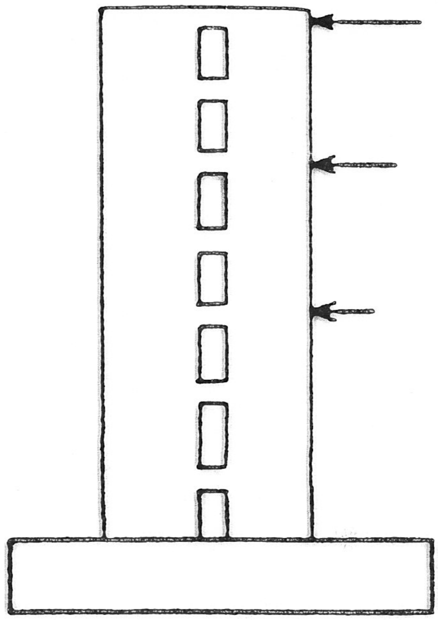


	1a	1b	2a	2b	2c
MODO DE ROTURA					
	FLEXÃO		ESFORÇO TRANSVERSO		
	(dúctil)	(frágil)	Rotura diagonal da alma (compressão)	Rotura diagonal da alma (tracção)	Deslizamento horizontal
CAUSA	Cedência quase simultânea em ambos os bordos (especialmente quando h/l<<2)	Elemento de bordo insuficiente Instabilidade lateral dos bordos de parede	Espessura da alma insuficiente	Armadura da alma insuficiente Valores de Ns baixos	Pormenorização da base de parede deficiente Valores de Ns baixos
RESPOSTA					



- Rotura de uma parede por compressão diagonal da alma (rotura devido ao esforço transverso).





6 - Comportamento sísmico de lintéis - estruturas ensaiadas.

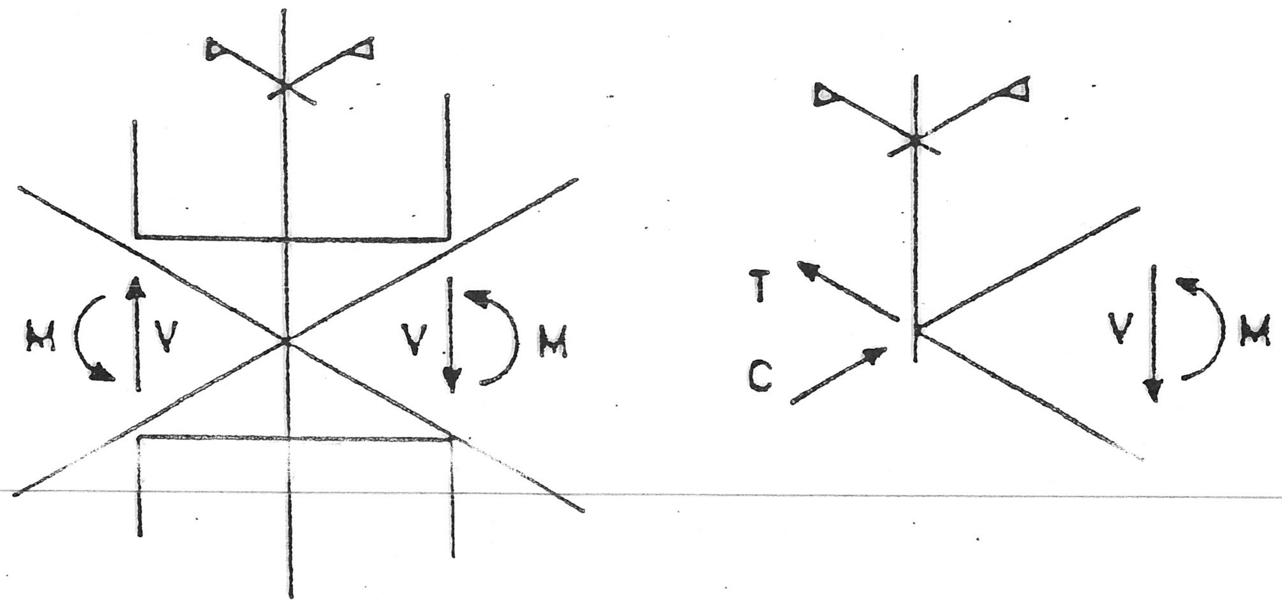
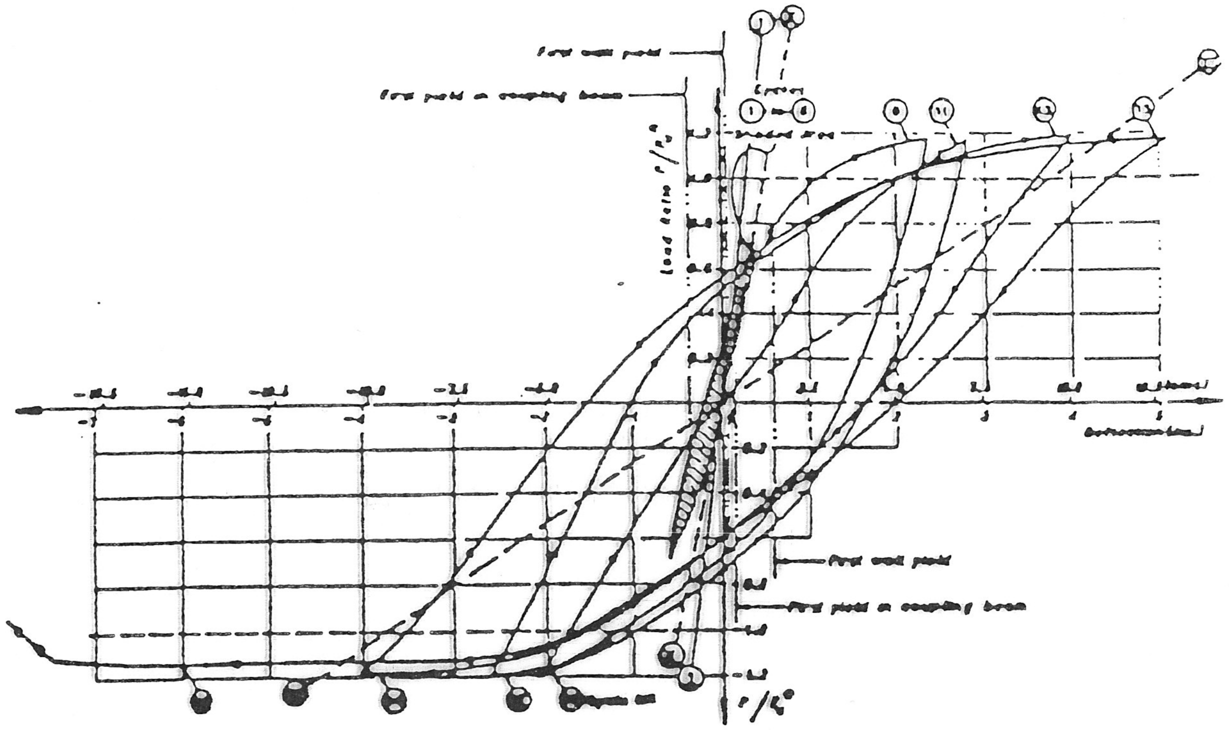
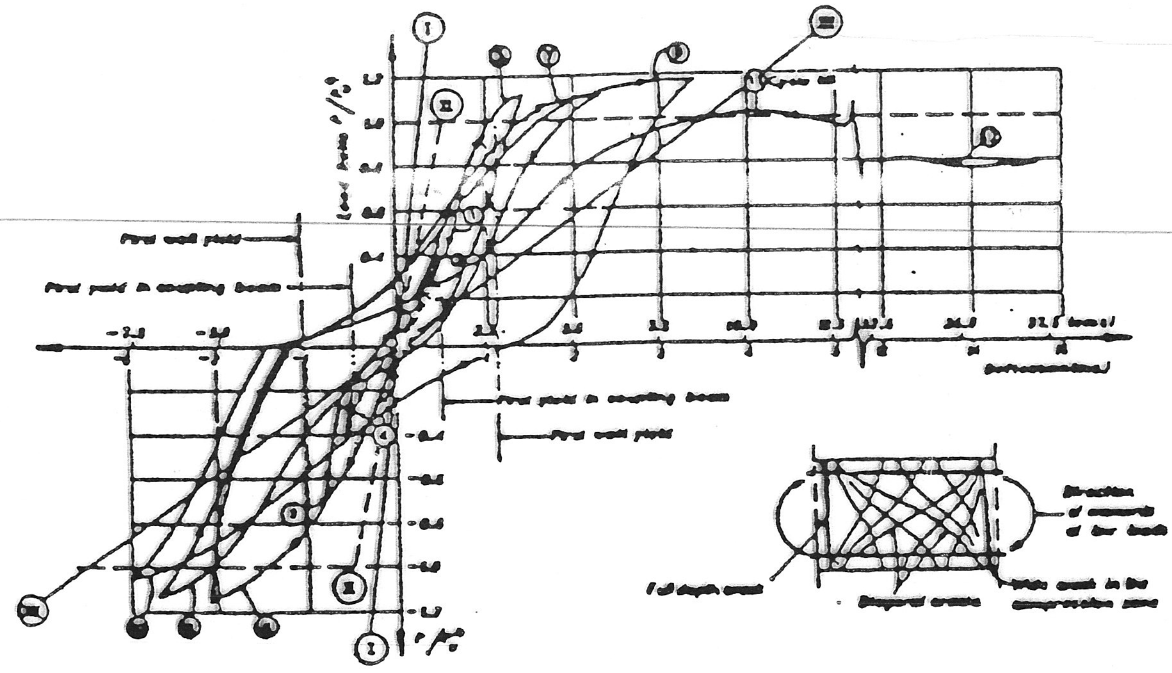


Figura 15 - Armaduras diagonais - esforços.

25





ANÁLISE DINÂMICA NÃO LINEAR

1. Tipos de modelos de elementos estruturais

2. Modelos de comportamento histerético

3. Comportamento de materiais

4. Equações de equilíbrio dinâmico - Integração directa

5. Idealização baseada em discretizações ao nível dos elementos estruturais

1. Nesta secção faz-se uma revisão global dos modelos existentes de elementos estruturais pertencentes a pórticos de betão armado submetidos a carregamentos repetidos e alternados. Referem-se, apenas, os modelos disponíveis para a flexão simples ou composta uniaxial capazes de modelar o comportamento de elementos estruturais de betão armado como vigas, pilares e paredes com comportamento predominante em flexão.

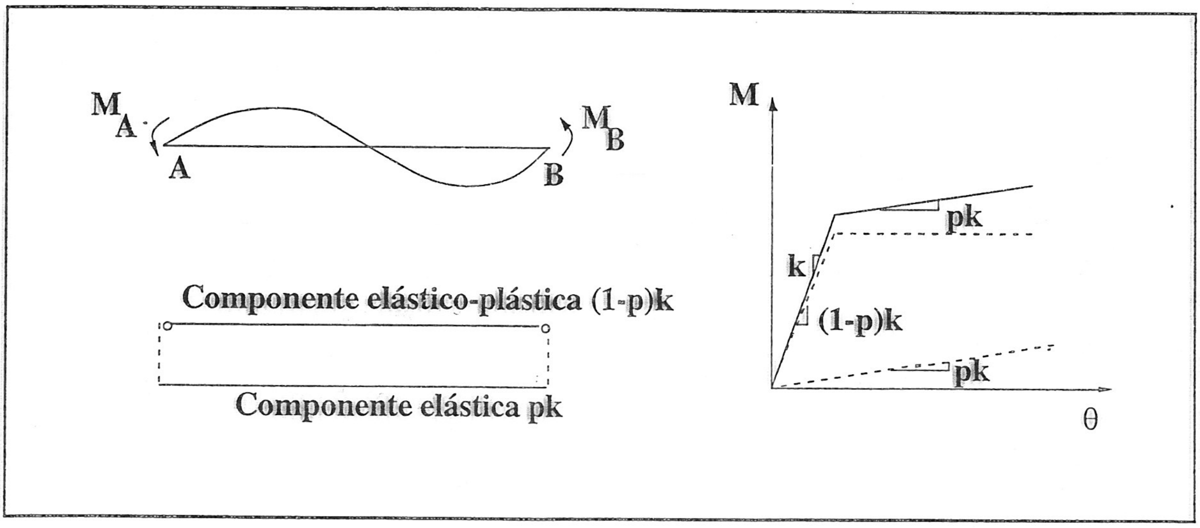
1. Tipos de modelos dos elementos estruturais com comportamento predominantemente à flexão

O comportamento dos elementos de betão armado é diferenciado em zonas com deformações elásticas e inelásticas, estando estas últimas normalmente concentradas e perto das extremidades dos elementos. Assim, a modelação dos elementos consiste na associação – em paralelo ou em série – de subelementos representativos do comportamento elástico linear e de subelementos que modelam as regiões inelásticas..

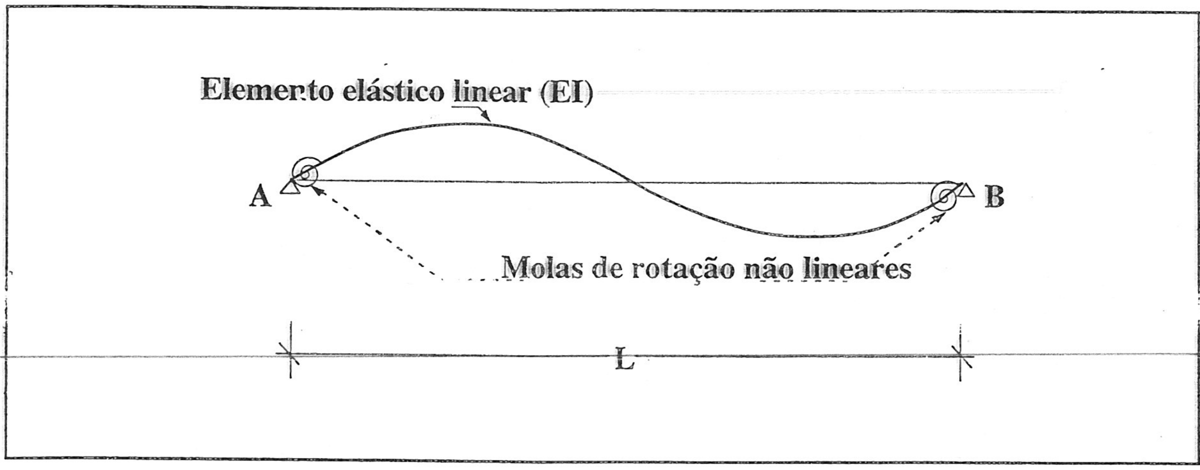
Modelação das zonas com deformações inelásticas

- Modelos de plasticidade concentrada - admite-se que as deformações inelásticas se concentram nas extremidades dos elementos.
- Modelos de plasticidade distribuída - as deformações inelásticas distribuem-se ao longo do comprimento do elemento.

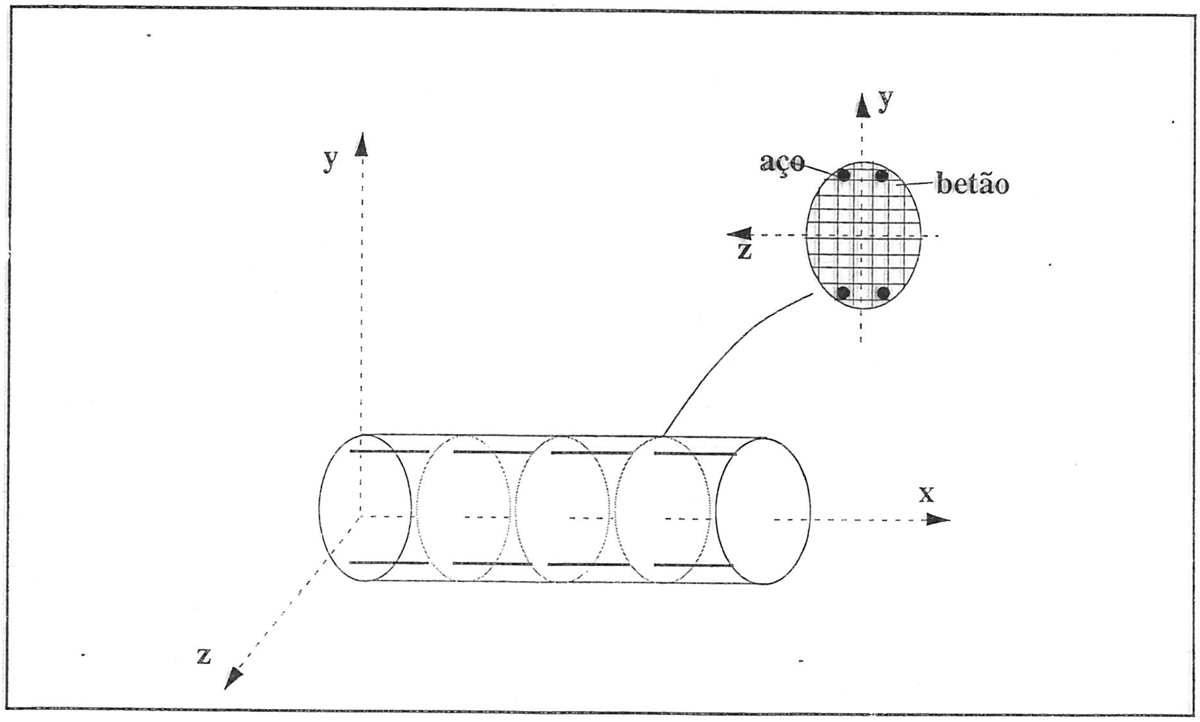
Modelo com duas componentes em paralelo.



Modelo com duas componentes em série.

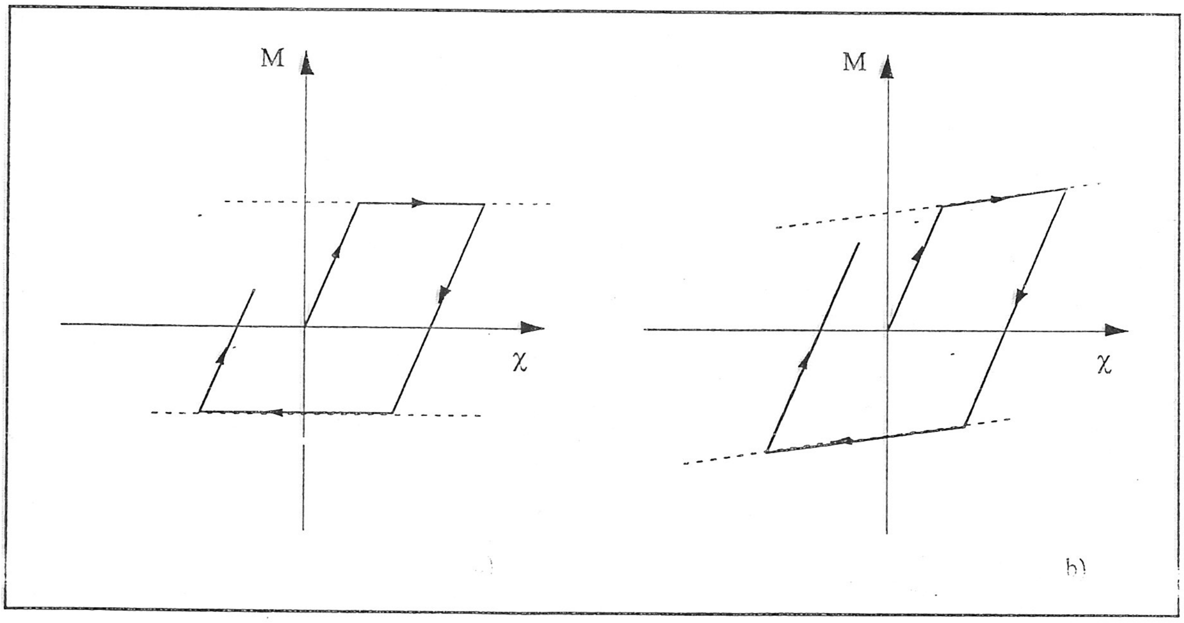


Discretização do elemento em fatias ao longo do seu comprimento e em fibras ao nível da secção.

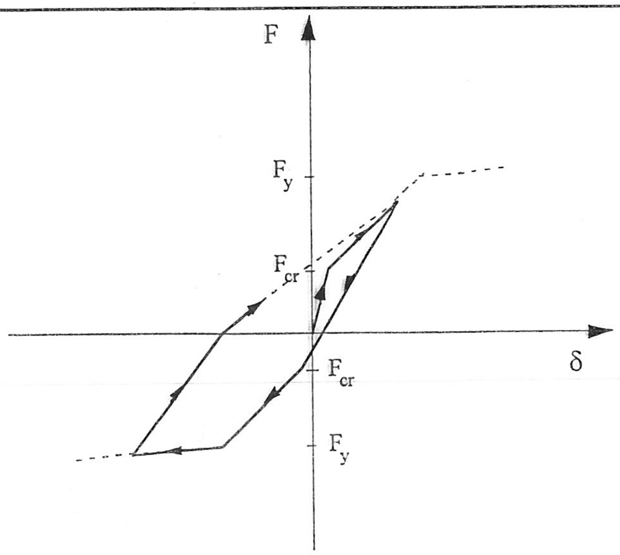


2. Modelos de comportamento histerético

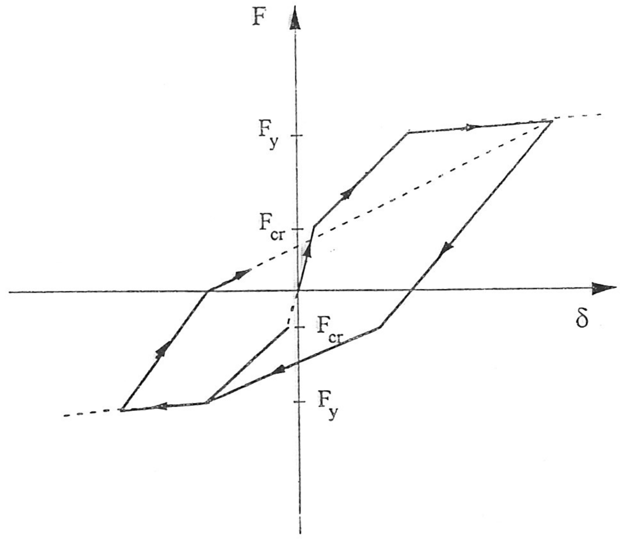
Modelos de Plasticidade concentrada - o comportamento não linear concentra-se nas extremidades dos elementos e poderá ser descrito a partir de uma secção representativa da região do elemento onde se concentram essas deformações inelásticas.



**Modelos histeréticos bilineares: a) elasto-plástico perfeito;
b) com endurecimento.**



a) Descarga após fendilhação



b) Descarga após a cedência

Modelo de Takeda.

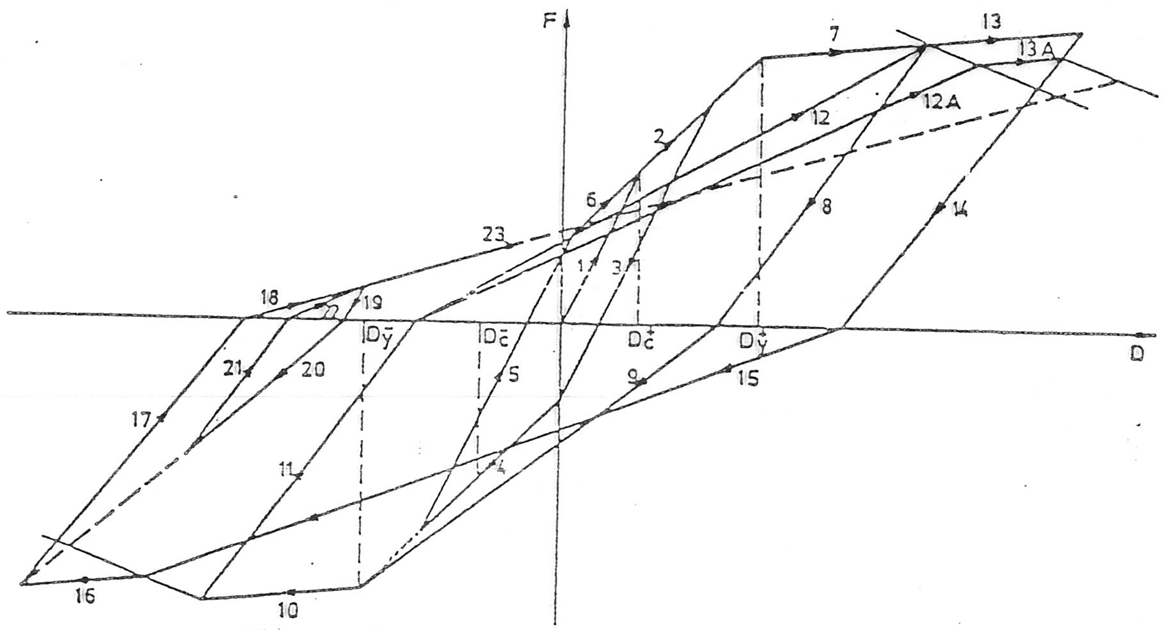


Figura 3.47: Regras de histerese do modelo desenvolvido.

2. Quando o deslocamento generalizado máximo absoluto ultrapassa D_y (troço 7 e 10) e se procede a uma inversão do carregamento, esta é feita considerando a degradação de rigidez dada pela expressão:

$$K_r = K_e|D_y/D|^{\alpha} \tag{3.12}$$

mantendo-se válida até se anular o valor da força generalizada (troço 8, 11, 14, 17, 19 e 21);

3. A inversão do sinal da força generalizada corresponde a uma mudança de rigidez, sendo definida com base no valor máximo absoluto da força e deslocamento generalizados do ciclo anterior (troço 9 ,12,15,20.18,22 e 23);

4. Quando se considera a degradação de resistência ($\gamma \neq 0$) então o valor máximo da força e deslocamento generalizados do ciclo anterior, referidos em 3, são alterados para os seguintes valores (troço 12A,13A e 15):

$$F_m(D_i) = F_{CA}(D_i)(1 - PD) \tag{3.13}$$

em que:

$F_m(D_i)$ - força generalizada máxima absoluta a atingir pelo ciclo presente

$F_{CA}(D_i)$ - força generalizada máxima absoluta do ciclo anterior

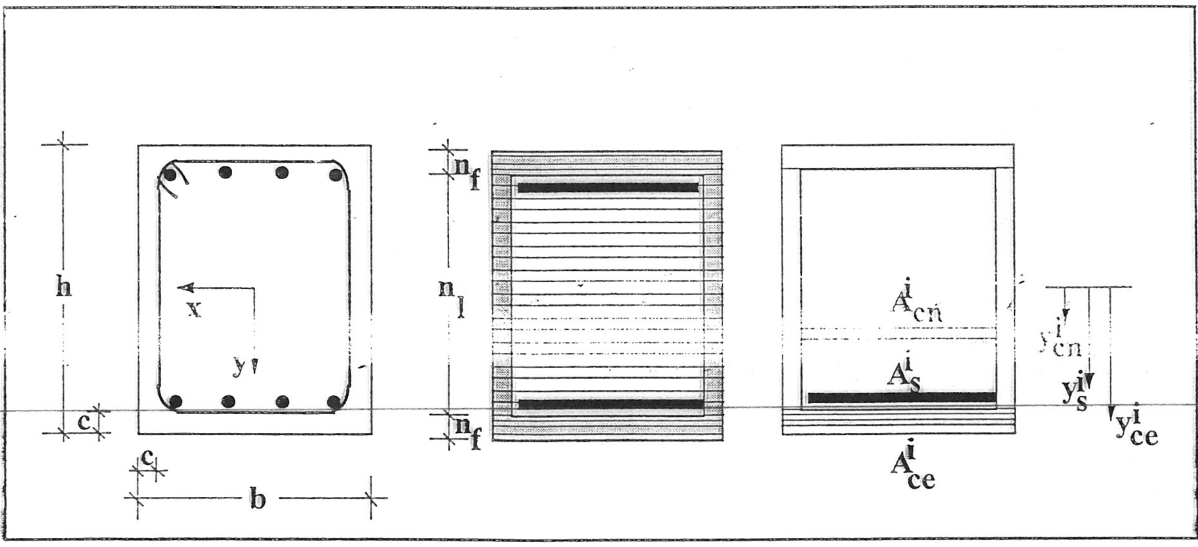
PD - parâmetro de degradação.

5. Os valores máximos absolutos a atingir nos pontos 3 e 4 só serão actualizados caso sejam ultrapassados (troço 18 e 20).

6. Quando se dá a inversão do carregamento, antes de se atingir os valores máximos absolu-

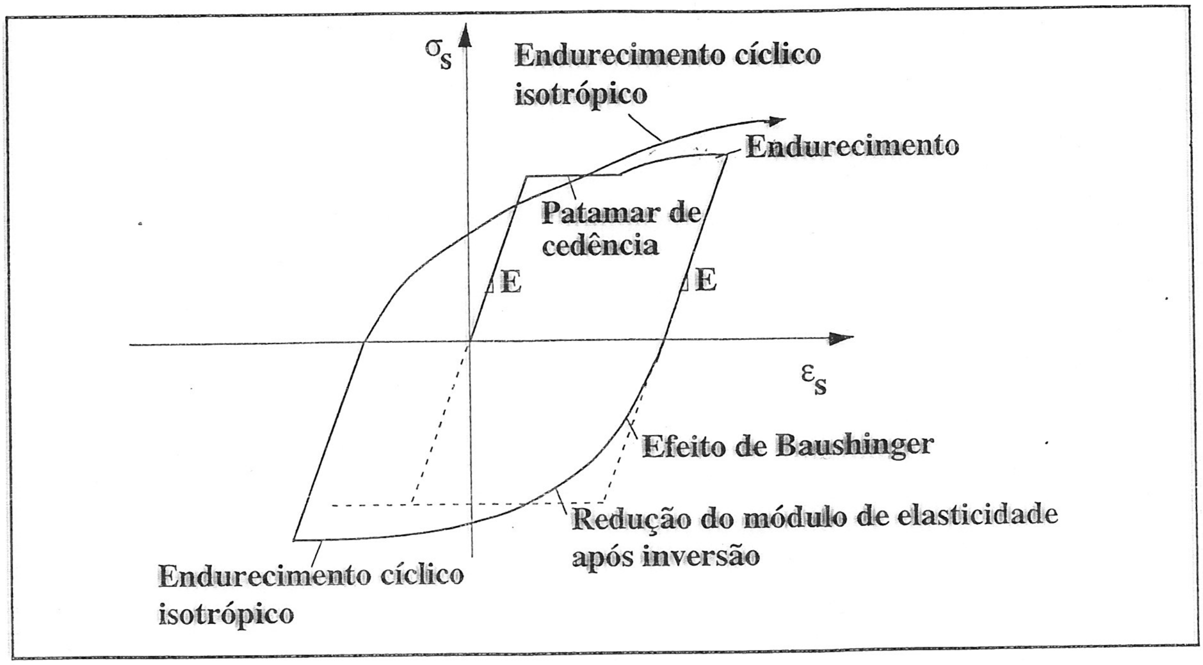
3. Comportamento de materiais

Se, por exemplo, para descrever o comportamento não linear das zonas inelásticas se usar modelos que resultam da discretização em fibras da secção representativa desse comportamento (em alternativa a usar-se relações fenomenológicas) é importante a definição adequada dos materiais que constituem a secção (aço e/ou betão).



Discretização de uma secção de betão armado

Características principais do comportamento histerético do aço



Modelo de Giuffrè-Menegoto-Pinto

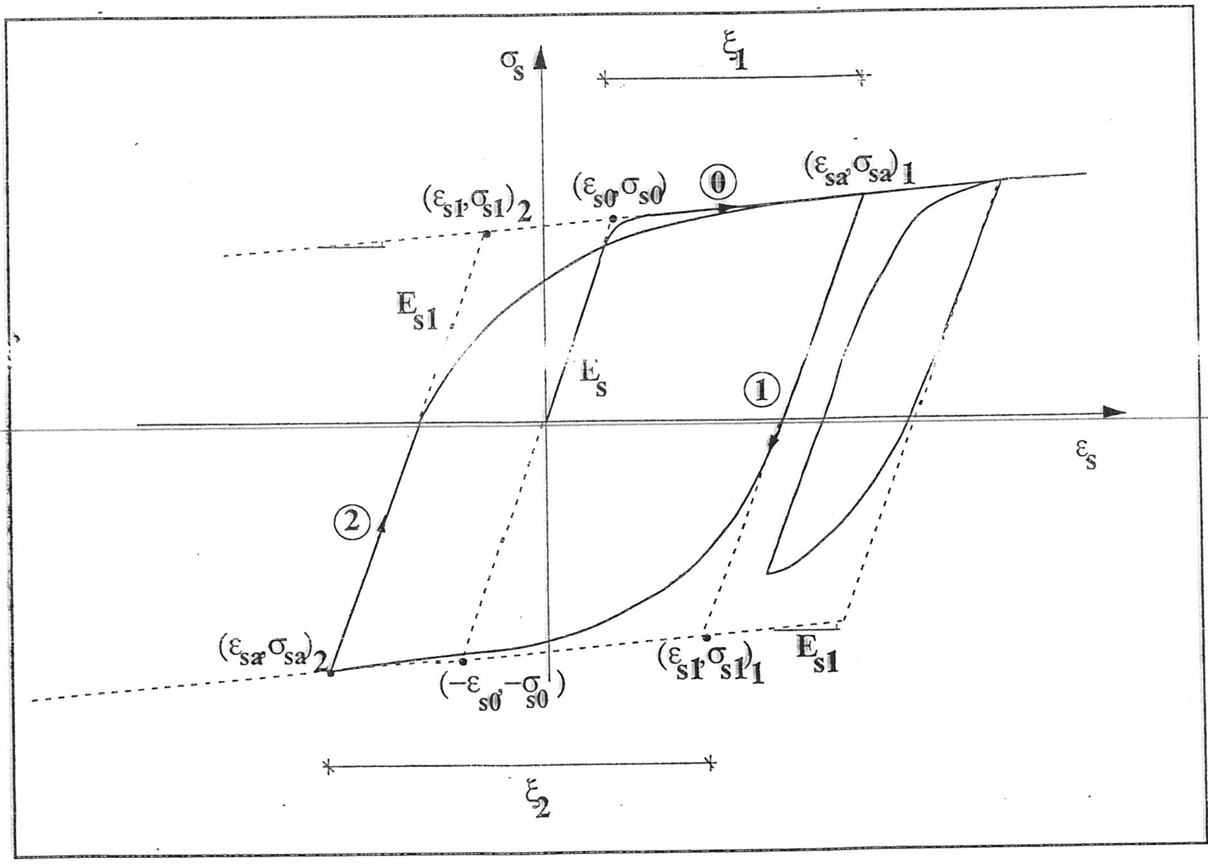


Diagrama tensão – extensão do betão sob carregamento monotónico.

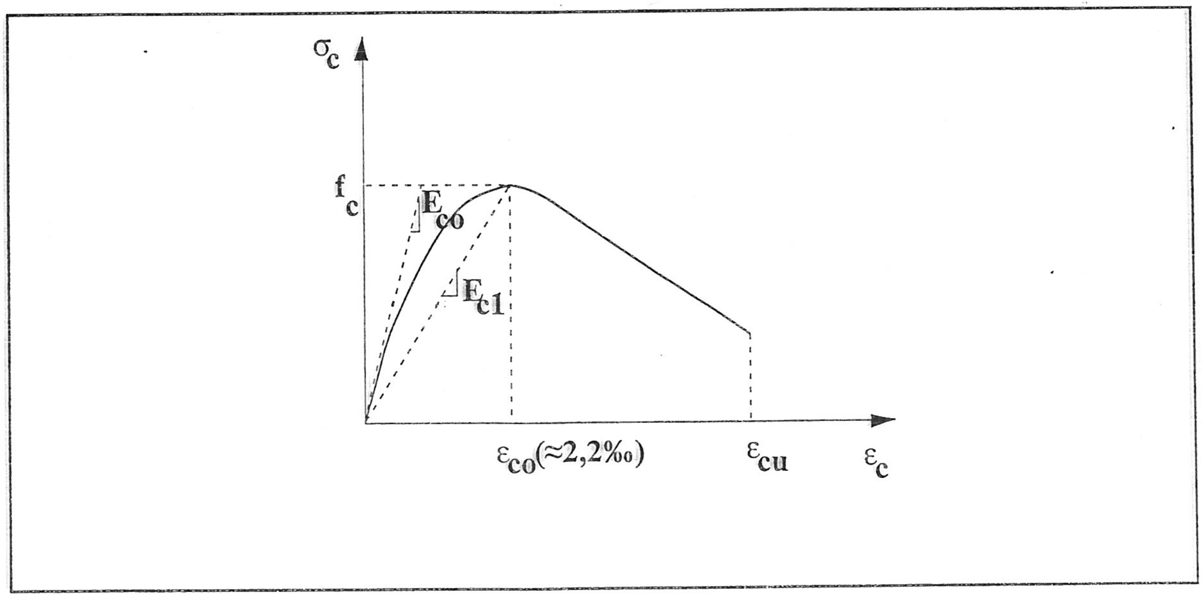
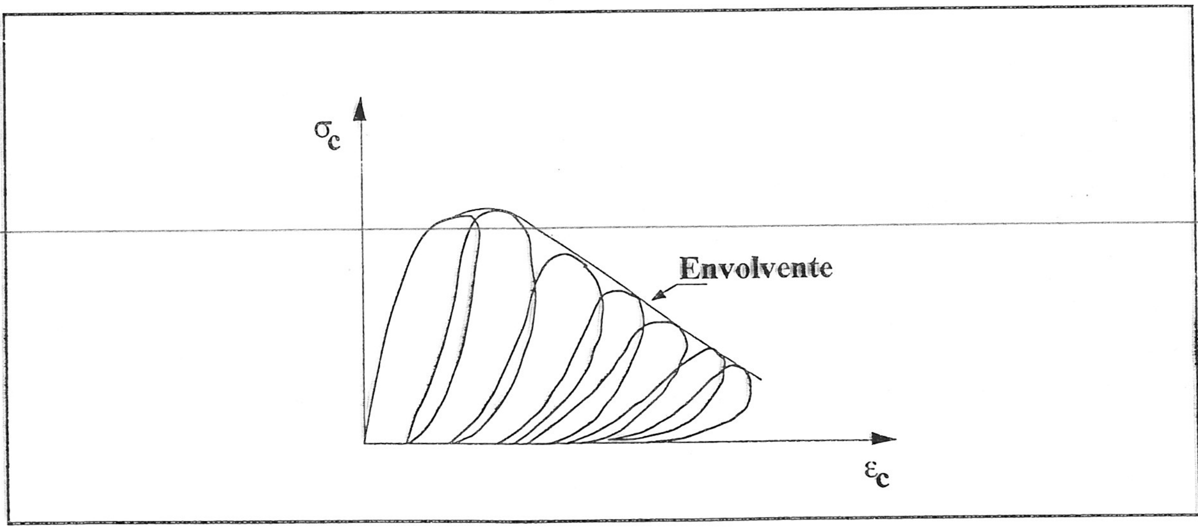
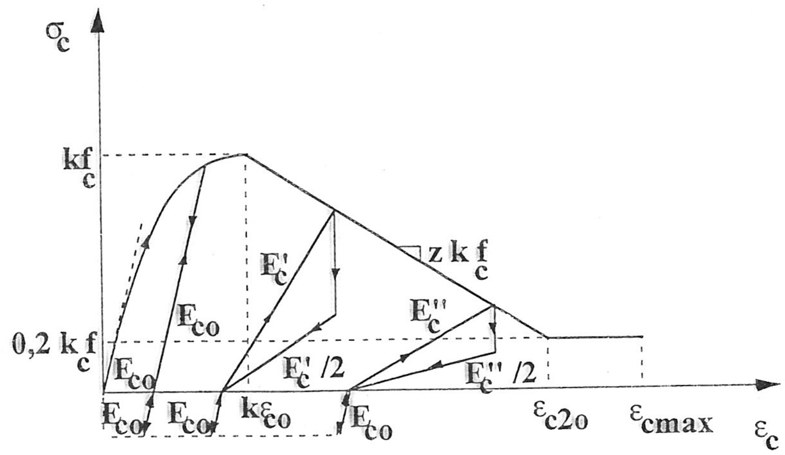


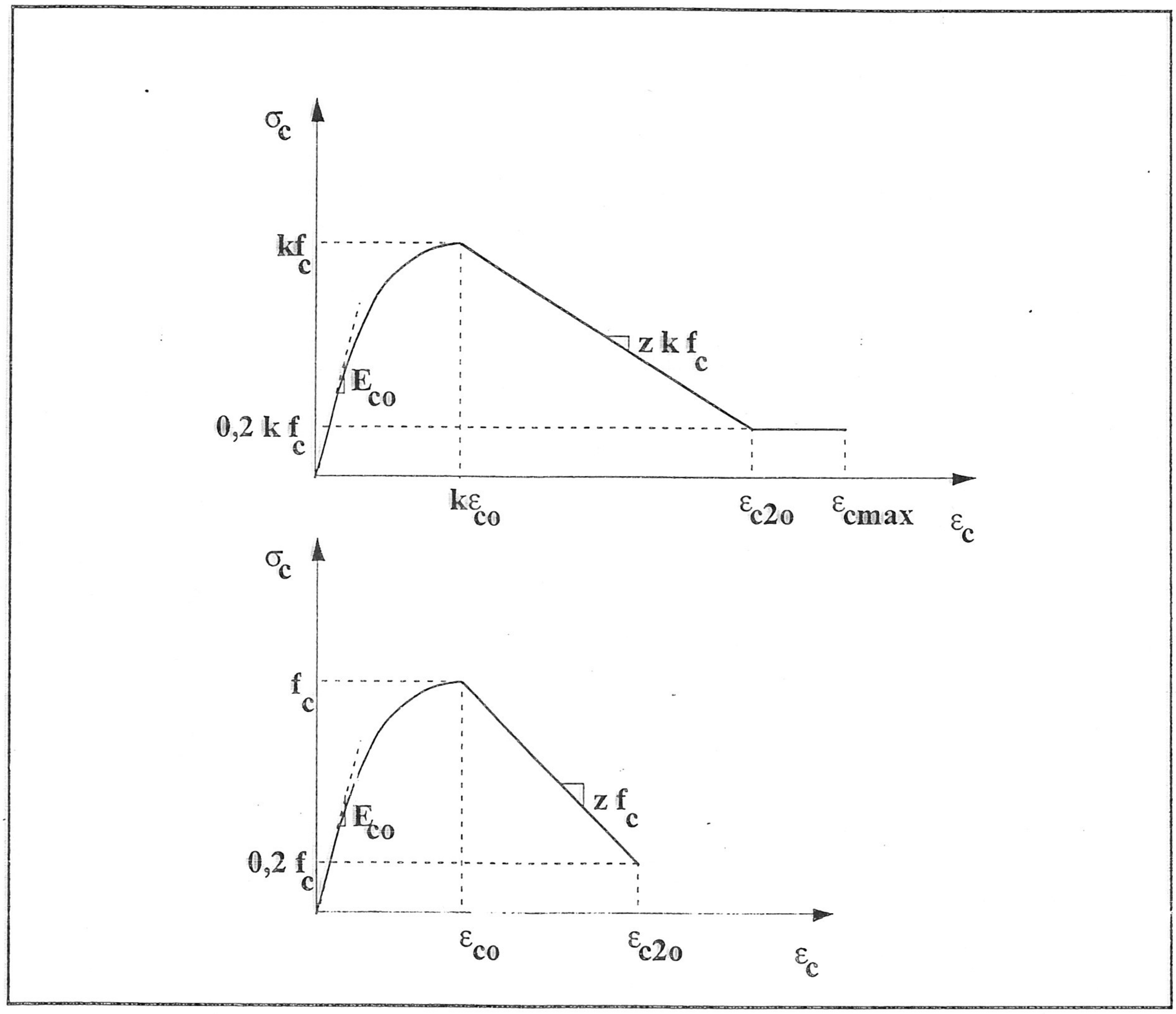
Diagrama tensão – extensão do betão sob carregamento cíclico, em compressão.



Relação constitutiva do betão confinado com os caminhos de carga e descarga propostos por Thompson e Park (1980).



Modelo para a envolvente do betão cintado e não cintado.



4. Equações de equilíbrio dinâmico - Integração directa

Equação de equilíbrio dinâmico - equação de movimento:

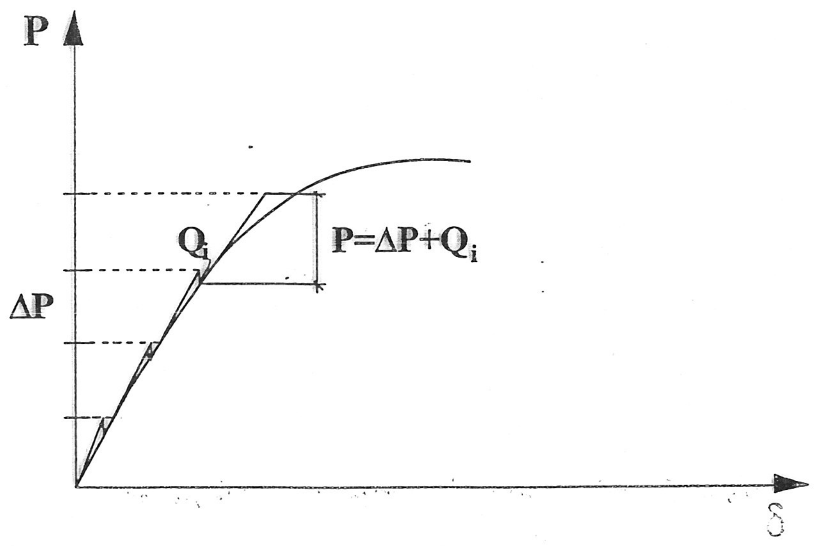
$$M\,\ddot{u} + C\,\dot{u} + K\,u = P$$

Existem basicamente dois métodos para a resolução da equação de movimento:

1. os métodos de sobreposição modal;
2. os métodos de integração numérica.

Os métodos de integração numérica consistem na integração directa da equação de movimento para obter a história da resposta no tempo (em termos de deslocamentos u_t, ou velocidades $\dot{u}_t$ ou acelerações $\ddot{u}_t$), através da utilização de procedimentos incrementais - Integração passo-a-passo. **Estes métodos são os únicos esquemas que permitem considerar a variação de rigidez e do amortecimento ao longo do tempo, atendendo assim ao comportamento fisicamente não linear.**

A integração passo-a-passo é realizada de forma a satisfazer as equações de equilíbrio dinâmico incrementalmente para que, no final de cada incremento, isto é em determinados pontos discretos (..., t-Δt, t, t+Δt,..), o equilíbrio seja mantido e o deslocamento u, a velocidade $\dot{u}$ e a aceleração $\ddot{u}$ sejam usados como condições iniciais do incremento seguinte. Para evitar a acumulação de erros resultantes das forças de desequilíbrio em cada passo de integração é corrente, nos métodos de integração passo-a-passo para a análise dinâmica não linear de estruturas, aplicar uma força correctiva (de desequilíbrio - Q_i) no passo de integração seguinte por forma a que o equilíbrio seja mantido.



Forças de desequilíbrio Q_i.

A equação de equilíbrio dinâmico toma a forma:

$$M\,\Delta\ddot{u} + C\,\Delta\dot{u} + K\,\Delta u = \Delta P$$

Os métodos de integração passo-a-passo são normalmente classificados em duas categorias, correspondendo a estratégias diferentes:

- Métodos explícitos: **método das diferenças centrais**
- Métodos implícitos: : **método de Wilson - θ; Newmark.**

Nos métodos explícitos a resposta $u_{t+\Delta t}$ num instante genérico $t+\Delta t$, pode ser obtida a partir do estabelecimento de equações no instante t.

Nos métodos implícitos o esquema de integração é baseado na consideração de determinadas hipóteses para a variação dos deslocamentos, velocidades ou acelerações entre os instantes t e $t+\Delta t$. A resposta no instante $t+\Delta t$ depende da resolução das equações de equilíbrio estabelecidas nesse instante. Assim, a solução obtida depende não só da solução dos valores dos deslocamentos, velocidades e acelerações correspondentes ao instante t (u_t, $\dot{u}_t$ e $\ddot{u}_t$) como ainda de $u_{t+\Delta t}$.

Método das diferenças centrais

O método das diferenças centrais recorre a expressões das diferenças finitas para exprimir as velocidades e as acelerações em termos de deslocamentos. Assim este método baseia-se nas seguintes expressões:

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2}\left(u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}\right)$$

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t}\left(-u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}\right)$$

Utilizando estas equações para exprimir as velocidades e as acelerações na equação de equilíbrio para o instante t ($\dot{u}_t$ e $\ddot{u}_t$) pode obter-se a solução $u_{t+\Delta t}$:

$$\boxed{\overline{M}\, u_{t+\Delta t} = \overline{P}}$$

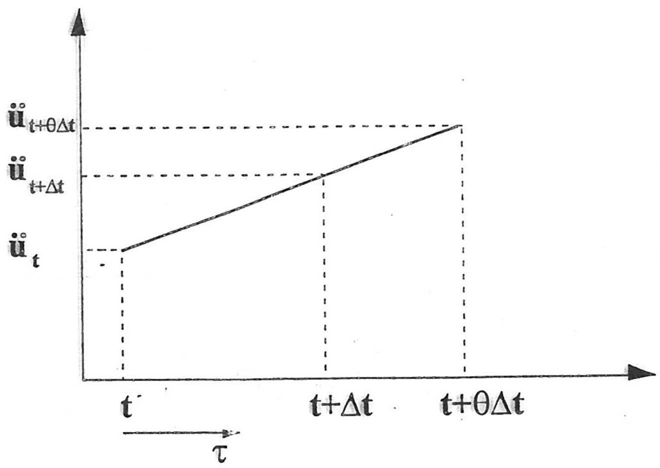
onde

$$\left[\begin{array}{l} \overline{M} = \dfrac{1}{\Delta t^2} M + \dfrac{1}{2\Delta t} C \\ \\ \overline{P} = P_t - \left(K - \dfrac{2}{\Delta t^2} M\right) u_t - \left(\dfrac{1}{\Delta t^2} M - \dfrac{1}{2\Delta t} C\right) u_{t-\Delta t} \end{array}\right.$$

Como se constata a solução $u_{t+\Delta t}$ é baseada em condições de equilíbrio estabelecidas no instante t; i.e. $u_{t+\Delta t}$ é determinado usando a equação de movimento para o instante t. Por esta razão este procedimento de integração é chamado de <u>método de integração explícito.</u>

Método de Wilson-θ

O método de Wilson-θ é um método implícito de integração e baseia-se no estabelecimento de uma variação para a resposta estrutural em aceleração, idêntica para todos os graus de liberdade. Este método é essencialmente uma extensão do método de aceleração linear onde se assume uma variação linear da aceleração entre o instante genérico t e o instante t+Δt. No método de Wilson-θ considera-se a aceleração linear entre o instante t e o instante t+θΔt, onde θ≥1,0. Para θ=1,0 o método reduz-se ao método de aceleração linear.



Método de Wilson-θ; aceleração linear.

Considerando um intervalo de tempo θΔt entre dois instantes genéricos t e t+θΔt, a lei de variação da aceleração neste intervalo pode exprimir-se por:

$$\ddot{u}_{t+\tau} = \ddot{u}_t + \frac{1}{\theta\Delta t}\left(\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t\right)\tau$$

$$0 \le \tau \le \theta\,\Delta t$$

$$\boxed{\tilde{K}\,u_{t+\theta\Delta t} = \tilde{P}_{t+\theta\Delta t}}$$

em que:

$$\begin{cases} \tilde{K} = K + \dfrac{6}{(\theta\Delta t)^2}M + \dfrac{3}{\theta\Delta t}C \\ \tilde{P}_{t+\theta\Delta t} = P_{t+\theta\Delta t} + M\left(\dfrac{6}{(\theta\Delta t)^2}u_t + \dfrac{6}{\theta\Delta t}\dot{u}_t + 2\ddot{u}_t\right) + C\left(\dfrac{3}{\theta\Delta t}u_t + 2\dot{u}_t + \dfrac{\theta\Delta t}{2}\ddot{u}_t\right) \end{cases}$$

O valor óptimo para θ, em termos de uma análise de estabilidade é $\theta=1{,}420815$, com um mínimo igual a 1,37. Por defeito é habitual admitir $\theta=1{,}4$.

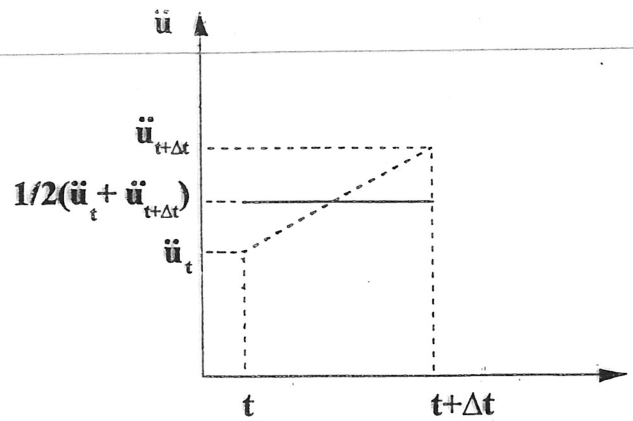
Método de Newmark

O método de Newmark é um dos métodos implícitos de integração mais utilizados. Assim como o método de Wilson-θ, também o método de Newmark se baseia no estabelecimento de uma variação para a resposta estrutural em aceleração, tratando-se de uma extensão do método da aceleração linear. Newmark admitiu o seguinte:

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \left[(1-\delta)\ddot{u}_t + \delta\,\ddot{u}_{t+\Delta t}\right]\Delta t$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t\,\dot{u}_t + \left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)\ddot{u}_t + \alpha\,\ddot{u}_{t+\Delta t}\right]\Delta t^2$$

Nas duas expressões anteriores α e δ são parâmetros que são determinados por forma a se obter integrações estáveis e precisas. Newmark propôs α=1/4 e δ=1/2, uma vez que para estes valores o método é incondicionalmente estável. Para estes valores de α e δ o método de Newmark corresponde à um esquema de integração onde se considera uma aceleração constante no intervalo Δt com valor igual à média entre $\ddot{u}_t$ e $\ddot{u}_{t+\Delta t}$.



Aceleração média constante - Método de Newmark.

Intervalo de integração - Δt

A principal desvantagem do método das diferenças centrais é o facto de a solução se tornar instável se for utilizado um incremento Δt superior a determinado valor crítico Δt_c, definido em função do menor período de vibração da estrutura - é, por esta razão, um *método condicionalmente estável*. No caso do **método das diferenças centrais** Δt_c é dado pela equação seguinte:

$$\boxed{\Delta t \leq \Delta t_c = \frac{T_m}{\pi}}$$

em que T_m é o menor período do sistema. Normalmente usa-se $T_m/10$ para se obter uma solução estável.

Como os esquemas implícitos apresentados (**métodos de Wilson-θ e de Newmark**) são incondicionalmente estáveis, a dimensão do intervalo de integração Δt pode ser escolhida independentemente dos problemas de estabilidade numérica. Nestes métodos a escolha do valor de Δt depende apenas da precisão do resultado. De facto, uma escolha inadequada para Δt pode conduzir a uma diminuição da amplitude máxima da resposta ou a um aumento do período de vibração. Sugere-se, para obviar problemas de precisão que Δt seja inferior a T/100, sendo T o período fundamental de vibração da estrutura ($\Delta t/T \leq 0{,}01$).

$$\boxed{\Delta t \leq \frac{T}{100}}$$

5. Idealização baseada em discretizações ao nível dos elementos estruturais

Matriz de amortecimento

A idealização das características de amortecimento numa estrutura sujeita à uma acção dinâmica baseia-se na consideração da existência de forças de amortecimento em todos os graus de liberdade da estrutura, dependentes das velocidades associadas a esses graus de liberdade. A matriz de amortecimento C da estrutura relaciona as forças de amortecimento com o vector das velocidades nodais correspondentes $\dot{u}$.

Geralmente considera-se que a matriz de amortecimento C se obtem através de uma combinação linear das matrizes de massa M e de rigidez K da estrutura - **amortecimento de Rayleigh**.

$$\boxed{C = \alpha M + \beta K} \tag{1}$$

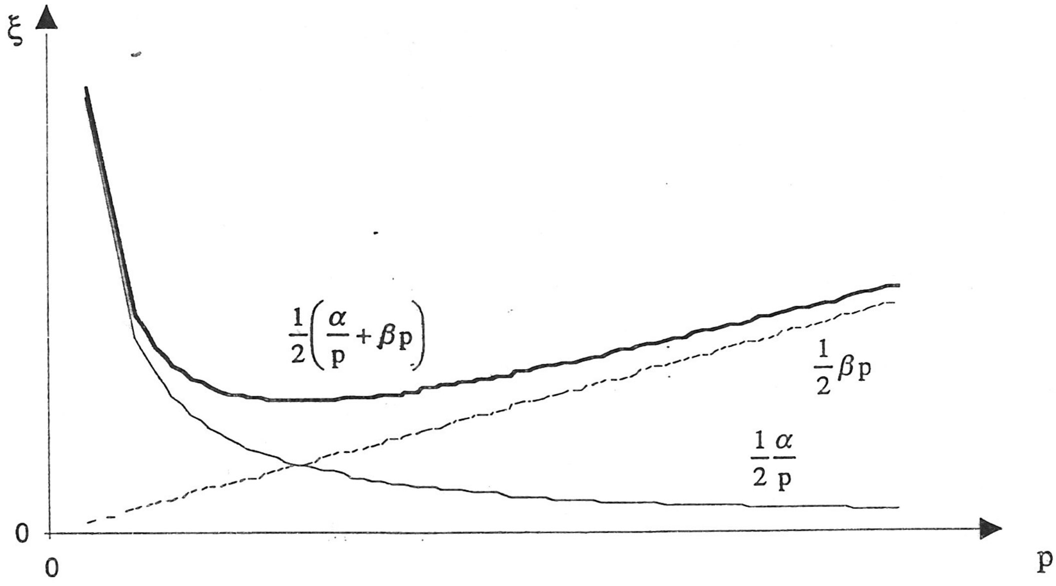
Para um sistema de um grau de liberdade tem-se $c=\alpha\, m+\beta\, k$. Sabendo que o factor de amortecimento ξ é definido de acordo com a equação seguinte e onde p representa a frequência angular do sistema.

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2mp} \tag{2}$$

Substituindo a equação (2) na equação (1) e sabendo que $p = \sqrt{k/m}$ obtem-se a seguinte expressão para o factor de amortecimento ξ:

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{p} + \beta p\right)$$

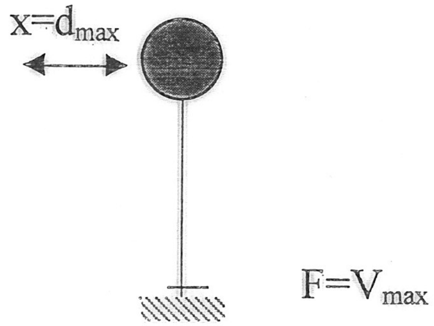
A relação entre as constantes α e β e o factor de amortecimento ξ, está ilustrada na figura.



Relação entre o factor de amortecimento ξ e frequência angular p

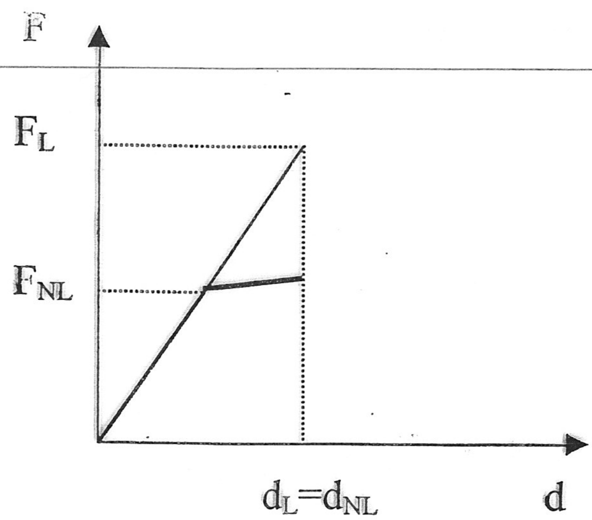
VARIABILIDADE DA ACÇÃO SÍSMICA

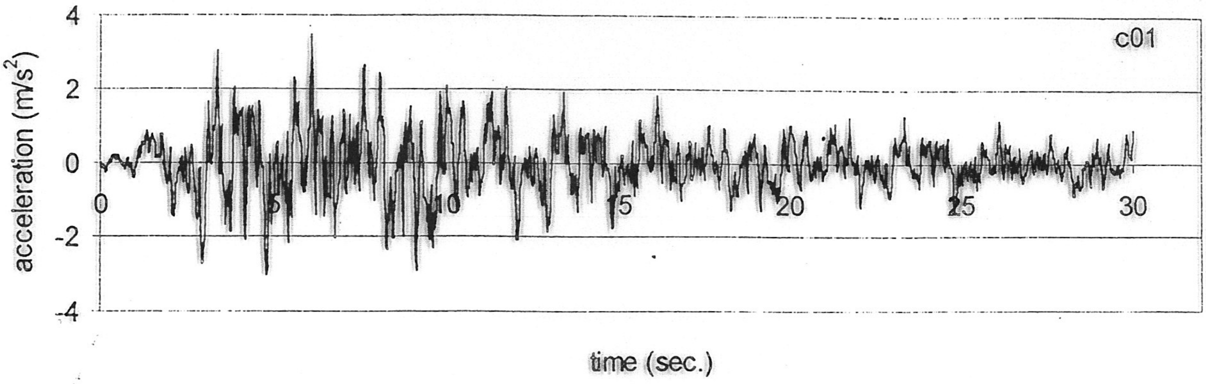
Considere-se um sistema de 1 g.l. que foi submetido a 5 acelerogramas distintos. A sua resposta foi analisada em termos de deslocamentos máximos (d_{max}) e esforço transverso máximo ($V_{máx}$).

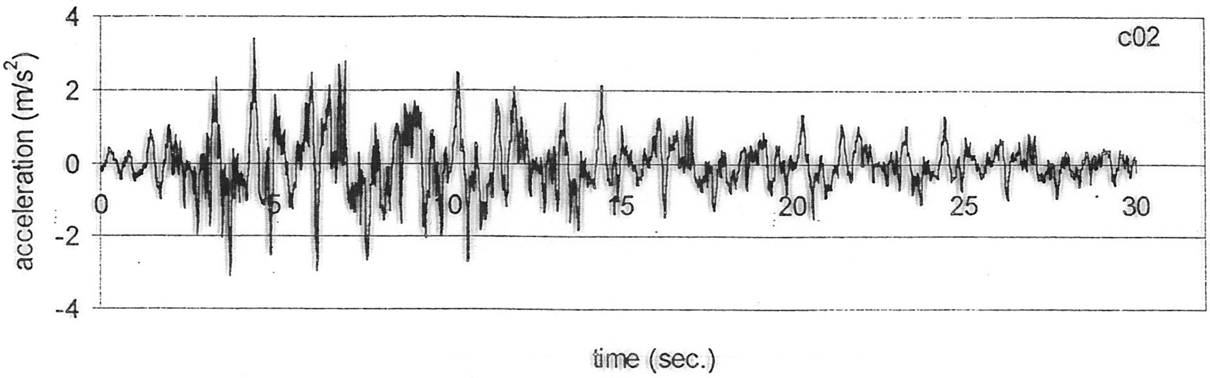


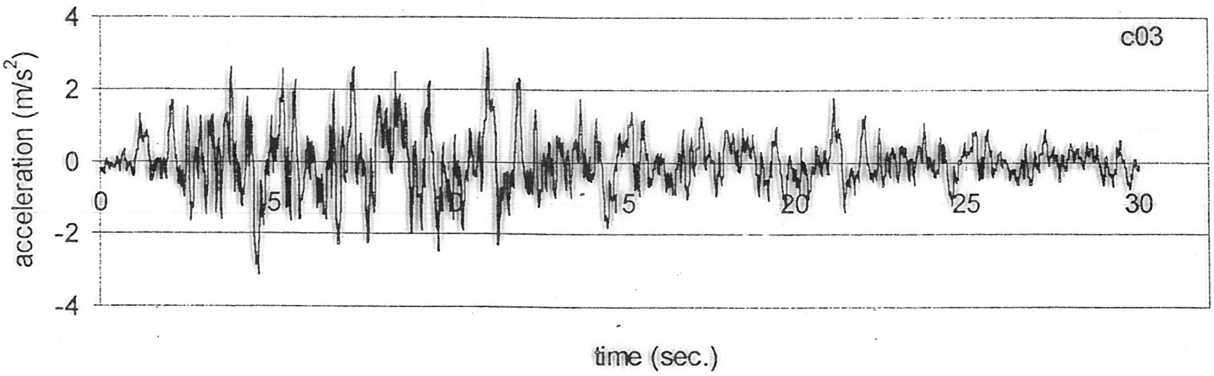
Dimensionou-se a estrutura para um coeficiente de comportamento igual a 2 (η=2).

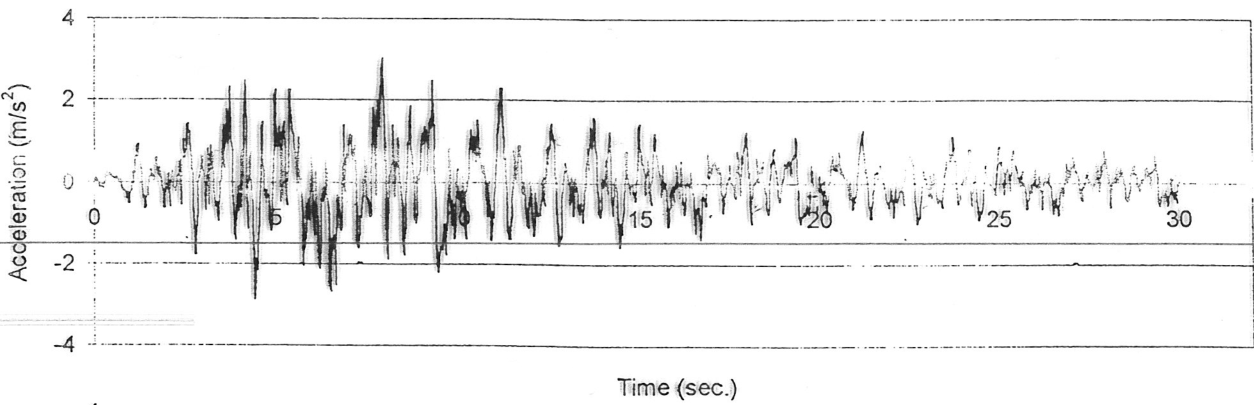
Modelo de cálculo

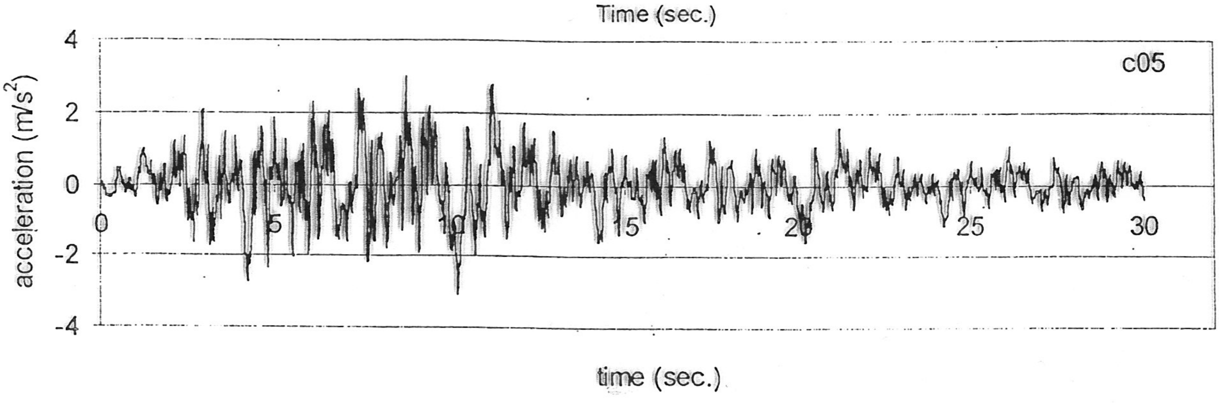


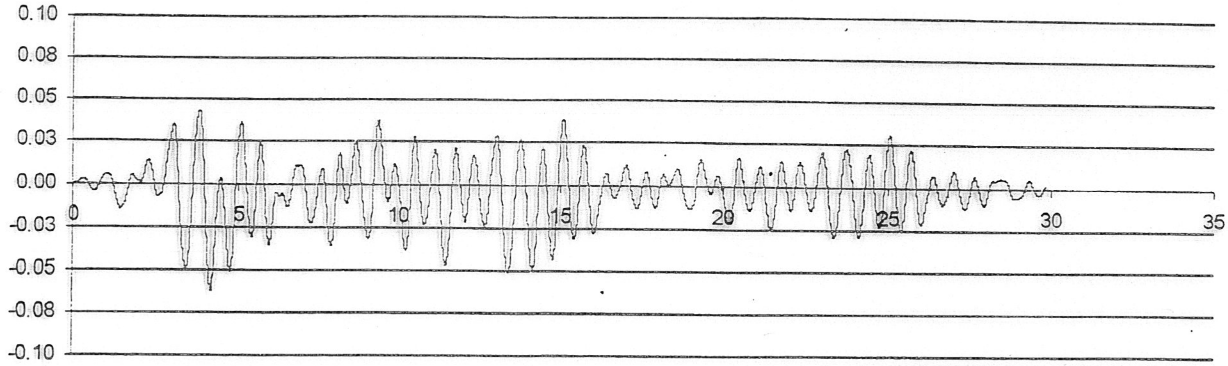

c01
acceleration (m/s²)
time (sec.)

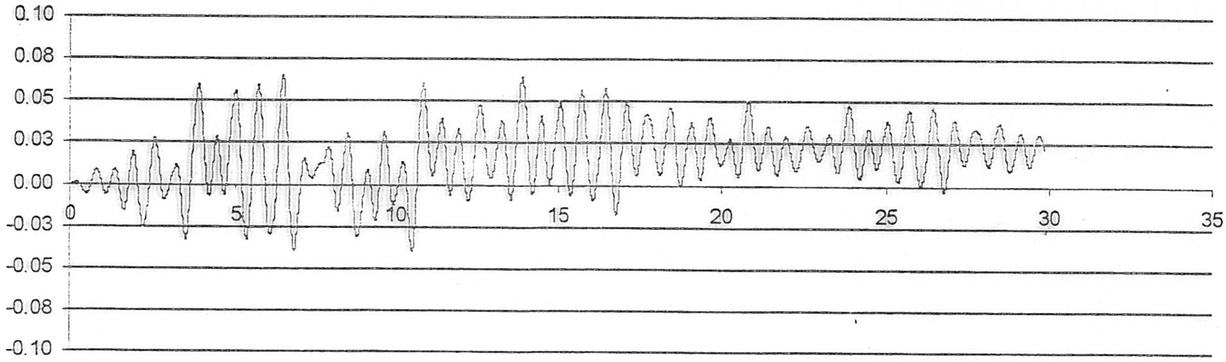

c02
acceleration (m/s²)
time (sec.)

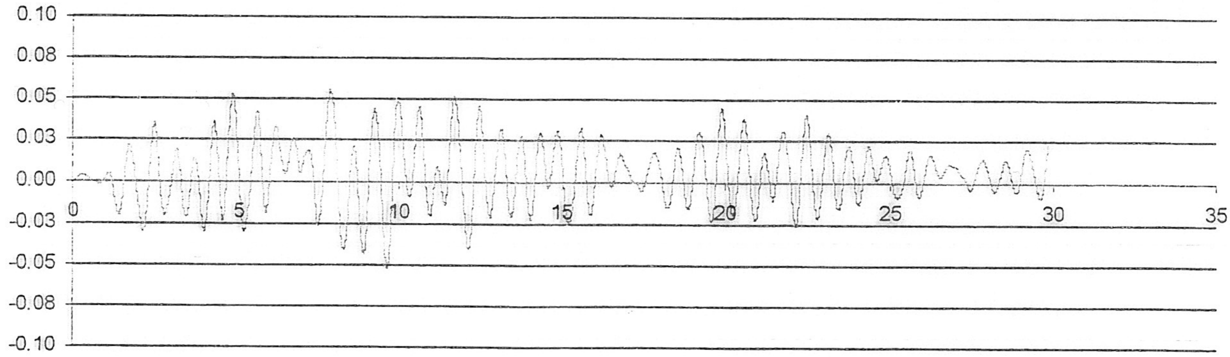

c03
acceleration (m/s²)
time (sec.)

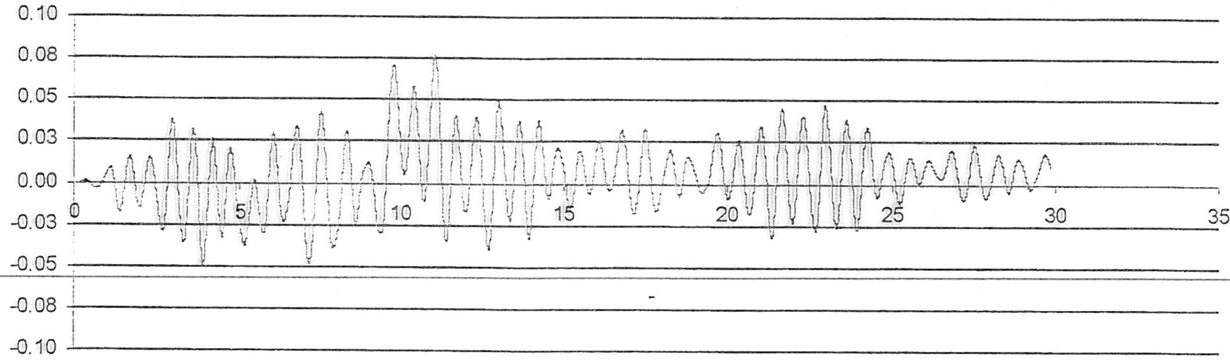

Acceleration (m/s²)
Time (sec.)

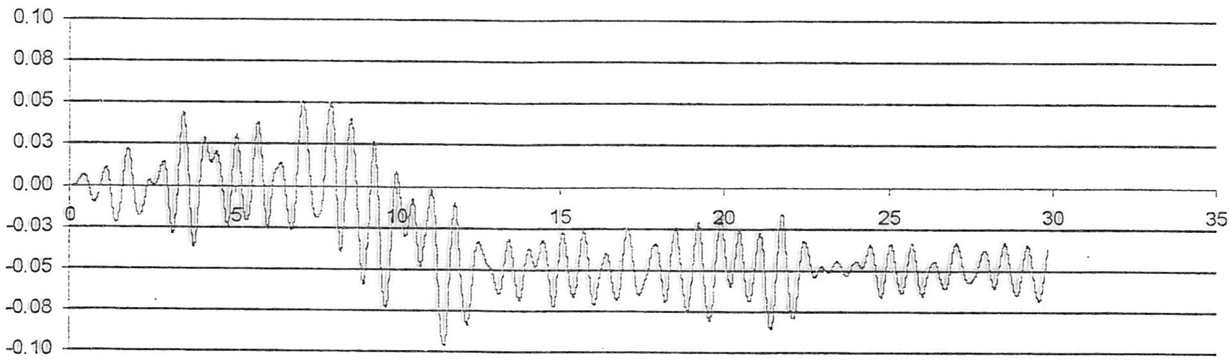

c05
acceleration (m/s²)
time (sec.)

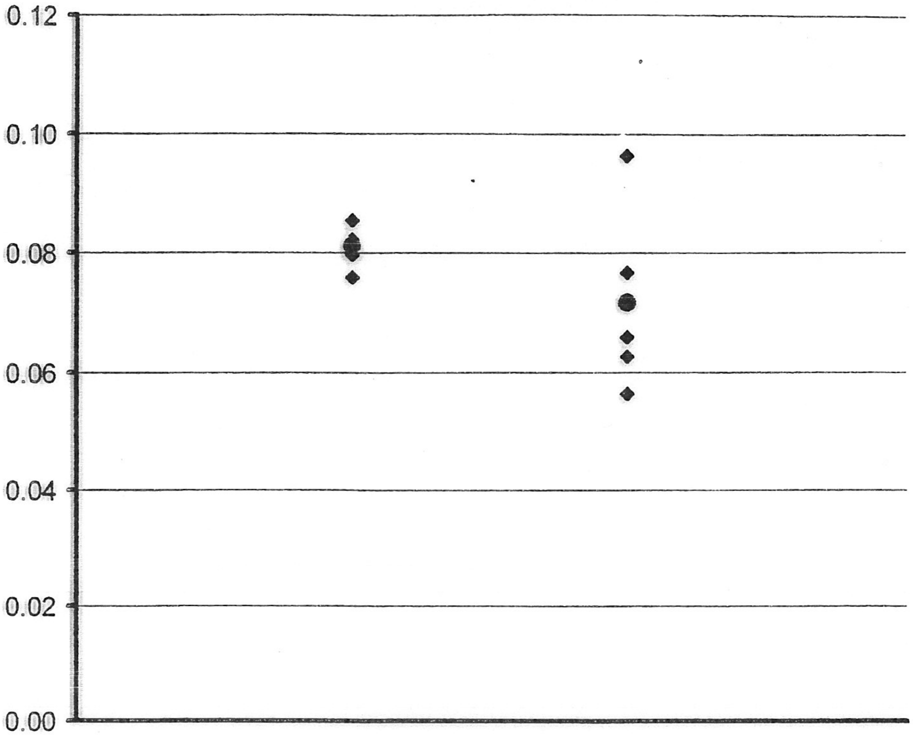

0.10
0.08
0.05
0.03
0.00
-0.03
-0.05
-0.08
-0.10
0
5
10
15
20
25
30
35


0.10
0.08
0.05
0.03
0.00
-0.03
-0.05
-0.08
-0.10
0
5
10
15
20
25
30
35


0.10
0.08
0.05
0.03
0.00
-0.03
-0.05
-0.08
-0.10
0
5
10
15
20
25
30
35


0.10
0.08
0.05
0.03
0.00
-0.03
-0.05
-0.08
-0.10
0
5
10
15
20
25
30
35


0.10
0.08
0.05
0.03
0.00
-0.03
-0.05
-0.08
-0.10
0
5
10
15
20
25
30
35



ELÁSTICO

x	F
0,07977	7.09
0,08547	7.59
0.08226	7.31
0,08173	7.26
0.07611	[illegible].76
0,08107	7.20

$\bar{N}$ LINEAR

x	f
0,06272	3.64
0.06587	3.65
0.05626	3.63
0.07685	3.67
0.09654	3.70
0,07165	3.66

Comparação de resultados usando dois modelos

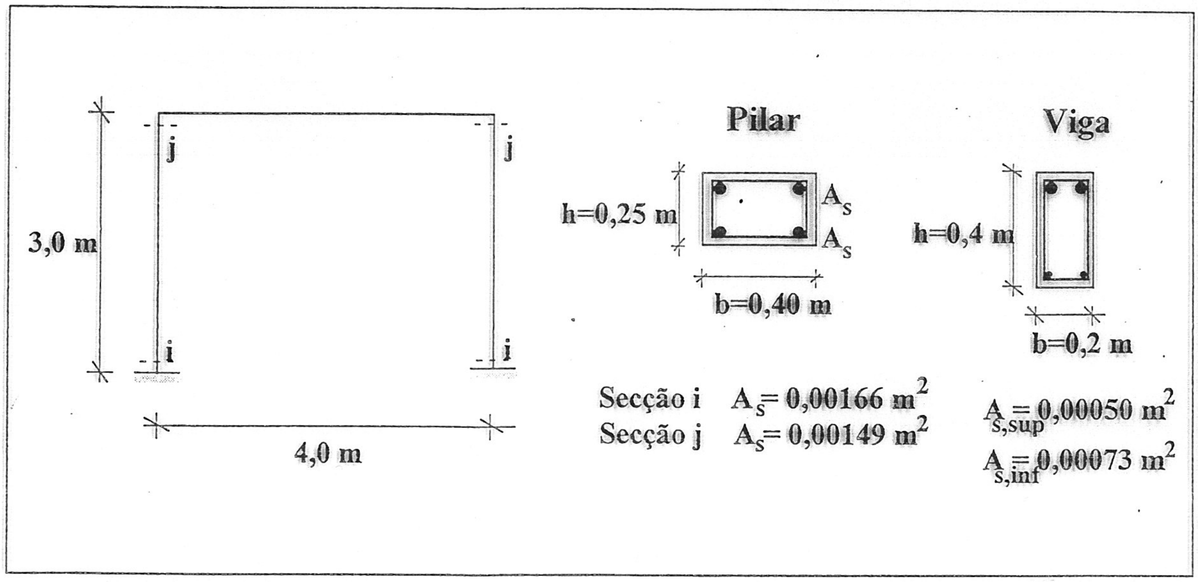
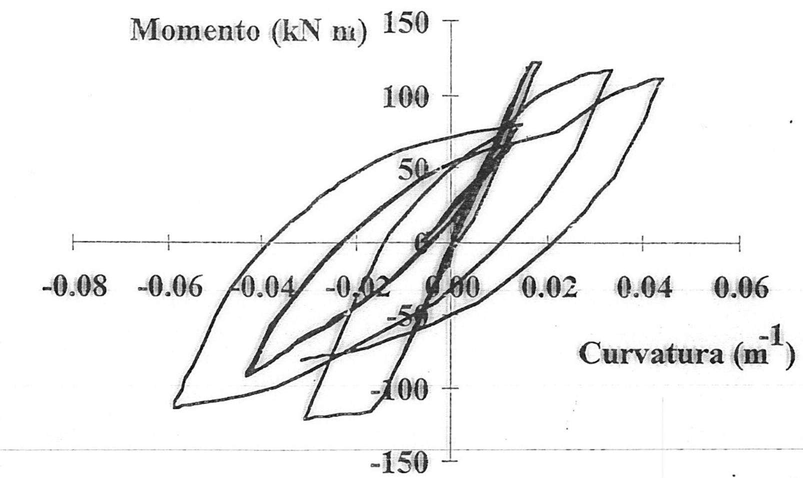


Diagrama Momento - curvatura para a secção i do pilar



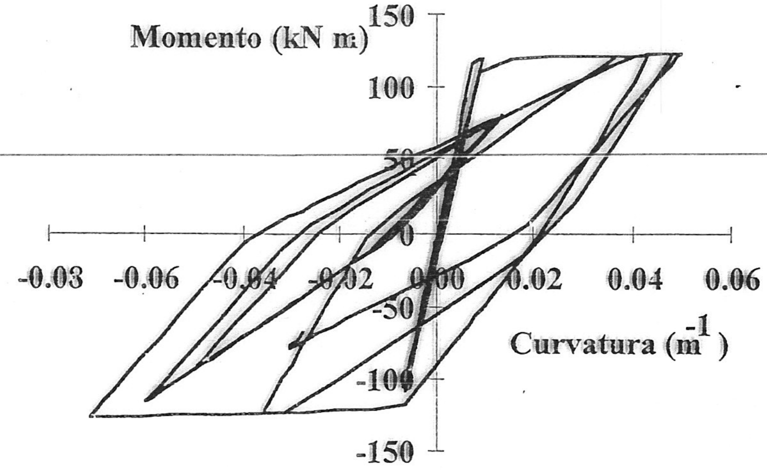


Diagrama Momento - curvatura para uma secção de extremidade da viga