



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Disciplina de modelação e Análise Estrutural
1999-2000

5º Ano – 2º Semestre

Modelação Fisicamente Não Linear de
Estruturas de Betão Armado

Rita Bento e Mário Lopes

ÍNDICE

1. Introdução	1
2. Pressupostos das análises não lineares.....	3
2.1 Introdução	3
2.2 Dimensionamento Directo	7
2.3 Dimensionamento por Capacidades Resistentes	7
2.4 Aplicação dos princípios de "Capacity Design" com referência ao EC8	8
2.4.1 Pórticos.....	8
2.4.2 Paredes	10
2.4.2.1 Comportamento em flexão.....	11
2.4.2.1 Esforço transverso	12
3. Modelos de comportamento de elementos estruturais de betão armado.....	17
3.1 Comportamento de elementos lineares em flexão	17
3.2 Comportamento de paredes	23
3.2 Comportamento de lintéis	28
4. Análise dinâmica fisicamente não linear	32
4.1 Tipos de modelos de elementos estruturais.....	32
4.2 Modelos de comportamento hysterético	36
4.3 Comportamento de materiais.....	39
4.3.1 Comportamento do aço	39
4.3.2 Comportamento do betão	42
4.4 Equações de equilíbrio dinâmico - Integração Directa.....	47
4.4.1 Método das diferenças centrais	49
4.4.2 Método de Wilson - θ	50
4.4.3 Método de Newmark	52
4.4.4 Intervalo de integração - Δt	53
4.5 Idealização baseada em discretizações ao nível dos elementos	
estruturais.....	54
4.5.1 Matriz de massa.....	54
4.5.2 Matriz de amortecimento	54
4.5.3 Matriz de rigidez	55
REFERÊNCIAS	57

MODELAÇÃO FÍSICAMENTE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

1. Introdução

Para a imensa maioria das estruturas que na sua vida útil poderão ser sujeitas a acções sísmicas de grande intensidade, o dimensionamento em regime linear não é viável nem desejável por razões económicas e práticas. Por essas razões, a admissibilidade de tirar partido do comportamento não linear dos materiais para dissipar a energia que os sismos transmitem às estruturas (com excepção de centrais nucleares, barragens, estruturas offshore e outras estruturas especiais) tem tido aceitação generalizada. Desta forma é possível dimensionar as estruturas para esforços substancialmente inferiores aos que se obtêm através de análises elásticas.

Em geral, o comportamento não linear das estruturas é tido em conta efectuando análises elásticas lineares e dividindo os esforços assim obtidos por coeficientes de comportamento. No entanto, o desenvolvimento dos meios de cálculo, verificado nos últimos anos, tem tornado acessível a um número cada vez maior de utilizadores a realização de análises não lineares. Estes tipos de análises, podendo modelar um comportamento fisicamente e/ou geometricamente não linear, são as únicas que permitem simular convenientemente o comportamento de estruturas para determinados tipos de carregamento, fornecendo assim informação directa sobre o que se presume ser a resposta estrutural real. Em certos casos, como por exemplo a modelação do comportamento de estruturas irregulares ou de aparelhos de dissipação de energia pertencentes a pontes/viadutos ou edifícios sujeitos a acções sísmicas intensas, é fundamental recorrer a análises dinâmicas não lineares para a quantificação adequada da resposta estrutural.

Os objectivos do 3º Módulo da cadeira de Modelação e Análise Estrutural consistem em:

- definir os pressupostos em que se baseiam as análises não lineares de estruturas sujeitas à acção sísmica;
- introduzir os métodos mais correntes de análise dinâmica fisicamente não linear de estruturas, existentes em programas de análise dinâmica disponíveis.

Com o primeiro objectivo pretende-se, além da própria definição dos pressupostos das análises não lineares, que as estruturas sejam projectadas de forma a que o seu comportamento seja compatível com esses mesmos pressupostos. Isto aplica-se tanto a estruturas analisadas em regime não linear como aquelas em que o comportamento não linear é quantificado pelos coeficientes de comportamento.

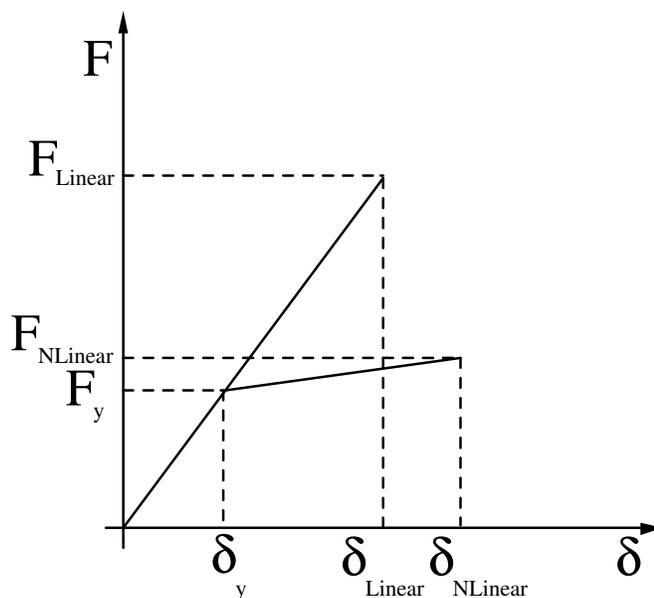
Com o segundo objectivo pretende-se apresentar os métodos mais correntes de análise dinâmica fisicamente não linear de estruturas e os modelos mais usados para quantificar a resposta fisicamente não linear de estruturas reticuladas planas de betão armado sujeitas à acção sísmica. Com o objectivo de ilustrar uma análise dinâmica não linear apresenta-se um caso de aplicação simples, interpretando-se alguns ficheiros de dados e/ou resultados.

2. Pressupostos das análises não lineares

2.1 Introdução

A possibilidade de tirar partido do comportamento não linear dos materiais e consequentemente do sistema estrutural, deriva do facto de a acção sísmica corresponder a deslocamentos impostos às estruturas e não a forças aplicadas. Neste caso, as forças de restituição que se desenvolvem numa estrutura dependem das relações constitutivas dos materiais.

Tome-se, como exemplo, o comportamento de um oscilador de um grau de liberdade que se mostra na figura 1. Se o oscilador admitir comportamento não linear, o facto de o deslocamento imposto δ ser superior a δ_y , não significa que se atinja necessariamente o colapso. O oscilador entra em regime não linear e, para o mesmo deslocamento imposto, as forças que se desenvolvem são inferiores às que se desenvolveriam em regime linear. Pelo contrário, se em vez de um deslocamento se aplicasse uma força a estrutura colapsaria para cargas superiores a $F_{NLinear}$.



- $F_{Linear}, \delta_{Linear}$ - força máxima e deslocamento máximo no oscilador linear
- F_y, δ_y - força e deslocamento de cedência no oscilador não linear
- $F_{NLinear}, \delta_{NLinear}$ - força máxima e deslocamento máximo no oscilador não linear

Figura 1 - Comportamento não linear de um oscilador de um grau de liberdade.

Note-se, no entanto, que para tirar partido do comportamento não linear é necessário que o oscilador possua uma significativa capacidade de se deformar para além da cedência, sem perda significativa de capacidade resistente. Em estruturas de betão armado tal implica normalmente que as armaduras plastifiquem e sejam portanto submetidas a grandes extensões. Em consequência, verifica-se uma maior abertura de fendas no betão do que se verificaria se as armaduras se mantivessem em regime linear, pelo que a estrutura se degradará e sofrerá um nível de danos que não atingiria se não fossem ultrapassados os limites elásticos das propriedades dos materiais. Situações análogas ocorrem em estruturas metálicas, nas quais os danos sofridos durante a ocorrência de um sismo estão relacionados com outros fenómenos tais como fractura, instabilidade local e fadiga para um baixo número de ciclos. Quer para estruturas de betão armado quer metálicas, são ainda de prever danos em elementos não estruturais, tais como paredes de enchimento, devido às grandes deformações sofridas pela estrutura.

Na prática normal de projecto, para a maioria das estruturas, não é possível nem eventualmente recomendável, efectuar análises dinâmicas admitindo comportamento não linear, quer se trate de comportamento geometricamente não linear quer fisicamente não linear. Foi assim necessário encontrar formas simplificadas de estimar os esforços que se desenvolvem em regime não linear devido à acção dos sismos. Neste sentido, e no que respeita à não linearidade geométrica, os regulamentos impõem um controle dos deslocamentos máximos verificados na estrutura por forma a garantir que não se desenvolvem esforços significativos devido à alteração da sua geometria. No que respeita à não linearidade física, permitem que se façam análises elásticas das estruturas, “corrigindo” depois os resultados de forma a ter conta o comportamento não linear. No caso da regulamentação portuguesa [1] e da europeia [2] essa correcção é feita dividindo o valor de cada grandeza que se obtém da análise elástica das estruturas pelo respectivo coeficiente de comportamento. Este coeficiente, calculado a partir das grandezas definidas na figura 1, é assim o factor de proporcionalidade entre o valor que uma dada grandeza (deslocamento, tensão, esforço, etc.) assume se a estrutura responder ao sismo em regime linear e o valor da mesma grandeza se a resposta da estrutura se der em regime não linear.

$$\eta_F = \frac{F_{Linear}}{F_{NLinear}} \quad (1)$$

$$\eta_d = \frac{\delta_{Linear}}{\delta_{NLinear}} \quad (2)$$

η_F - coeficiente de comportamento em força

η_d - coeficiente de comportamento em deslocamento

Além da grandeza em causa, o valor do coeficiente de comportamento depende também das características do comportamento não linear das estruturas. Este pode ser caracterizado por inúmeros parâmetros, entre os quais a ductilidade e a capacidade de dissipação de energia. No entanto, a exploração da ductilidade de uma estrutura e a sua consequente degradação e acumulação de danos podem ter de ser limitadas por razões ligadas ao tipo de uso a que a estrutura se destina. Assim, o coeficiente de comportamento também depende do grau de admissibilidade de exploração da ductilidade, ou seja, dos custos de reparação e eventual impossibilidade temporária de utilização após a ocorrência de um sismo.

Por ser usualmente objecto de alguma confusão, importa esclarecer as diferenças entre coeficientes de comportamento e ductilidade.

Um coeficiente de comportamento é um coeficiente que permite transformar os resultados obtidos numa análise linear nos que se obteriam numa análise não linear. Por ductilidade entende-se a relação entre o valor máximo de uma determinada grandeza em regime não linear e o valor que essa grandeza assume quando se atinge a cedência. No caso da figura 1, tal corresponde a um valor de ductilidade em deslocamento igual a:

$$\mu_d = \frac{\delta_{NLinear}}{\delta_Y} \quad (3)$$

μ_d - ductilidade em deslocamento

A regulamentação portuguesa - RSA, assume que o coeficiente de comportamento em deslocamento é unitário, ou seja, que o deslocamento máximo em regime não linear é sensivelmente igual ao deslocamento que se verificaria se o comportamento fosse linear.

O conceito de capacidade de dissipação energia é também, por vezes, objecto de confusão. Embora esteja relacionado com a exploração de ductilidade não lhe é equivalente. A capacidade de dissipação de energia está dependente da área contida nos ciclos histeréticos. É função não só da ductilidade disponível, mas também da forma dos ciclos, ou seja, dois osciladores podem ter a mesma ductilidade disponível mas diferentes capacidades para dissipar energia.

Por exemplo, considerem-se dois osciladores não lineares de um grau de liberdade com as relações constitutivas que se mostram na figura 2.

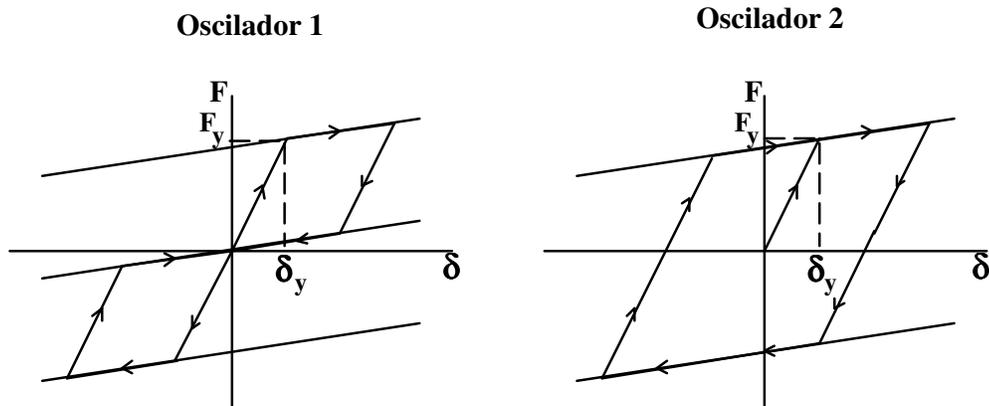


Figura 2 - Relações constitutivas de osciladores não lineares.

Assuma-se que a força de cedência F_y , o deslocamento de cedência δ_y , e a rigidez tanto antes como após a cedência são iguais para ambos os osciladores. Se os dois osciladores fossem submetidos a um conjunto de movimentos sísmicos, tais que os deslocamentos máximos e consequentemente as ductilidades em deslocamento fossem iguais, ao oscilador 2 corresponderia uma maior dissipação de energia histerética. Do mesmo modo, no caso de um movimento que provocasse igual dissipação de energia nos dois osciladores seria expectável que ao oscilador 1 correspondessem maiores exigências de ductilidade. A influência da capacidade de dissipação de energia na redução das respostas das estruturas a acções sísmicas têm sido reconhecida por diversos investigadores [3]. A capacidade de dissipação de energia depende também fortemente da redundância de cada estrutura. Quanto mais redundante a estrutura for, maior o número de rótulas plásticas que se podem formar sem que a estrutura se torne um mecanismo.

Adopta-se por vezes uma definição de ductilidade diferente da referida anteriormente para ter em conta a forma dos ciclos histeréticos. Nessas circunstâncias define-se uma ductilidade que tem em conta os ciclos de maior amplitude positiva e negativa, definindo-se ductilidade cíclica como o valor absoluto da diferença entre esses valores extremos da grandeza em causa, dividido pelo valor correspondente à cedência. Algumas variantes de definição de ductilidade têm em conta a máxima amplitude de um único ciclo, podendo ainda considerar diferentes valores de cedência positivos ou negativos.

2.2 Dimensionamento Directo

De acordo com a metodologia de Dimensionamento Directo, que enforma a maioria dos regulamentos, incluindo o RSA, o comportamento não linear das estruturas pode ser quantificado da seguinte forma:

- efectua-se uma análise elástica linear da estrutura.
- o comportamento não linear é tido em conta dividindo os esforços obtidos na análise elástica pelo coeficiente de comportamento adequado, verificando a segurança da estrutura para os esforços assim obtidos.

2.3 Dimensionamento por Capacidades Resistentes

Não é possível conhecer à priori, de uma forma determinística, as características dos movimentos sísmicos a que as estruturas podem vir a ser submetidas durante a sua vida. Não é assim possível controlar o seu comportamento usando a metodologia referida em 2.2. É possível, no entanto, forçar uma estrutura a comportar-se da forma mais adequada, definindo as zonas onde as rótulas plásticas se deverão formar e a sequência da sua formação. Desta forma é possível obter:

- melhor controle de danos.
- conhecimento à priori das zonas onde os danos vão ocorrer.
- melhores estimativas das exigências de ductilidade a impor às estruturas.
- um comportamento dúctil evitando as roturas frágeis ou a formação de mecanismos de colapso indesejados.

Para se obter uma certa sequência na formação de rótulas plásticas é necessário impor os valores da resistência e ductilidade às diferentes partes da estrutura. Para evitar que se formem rótulas plásticas em zonas onde isso não se encontra previsto, estas zonas deverão possuir um excesso de resistência em relação aos valores de cálculo, fazendo assim com que, preferencialmente, os esforços actuantes atinjam o valor dos esforços resistentes nas zonas onde se pretende que se formem as rótulas plásticas. O sobredimensionamento das restantes zonas deve ser tal que garanta que estas se mantêm em regime elástico para o máximo valor da resistência nas potenciais rótulas plásticas e não para os respectivos esforços actuantes de cálculo. Para garantir os fins em vista, o cálculo da resistência máxima das rótulas plásticas deve ser feito com base nas áreas de armadura projectadas e não nas áreas calculadas, devendo ainda considerar-se a variabilidade das características dos materiais, considerando-se os quantilhos superiores das respectivas propriedades. Devem também considerar-se

outros efeitos, tal como o endurecimento do aço e, no caso de estruturas de betão, o confinamento do betão. Por outro lado, as rótulas plásticas devem possuir adequadas características de ductilidade e dissipação de energia. Isto implica que qualquer tipo de rotura frágil ou perda significativa de resistência devem ser evitados durante a ocorrência das deformações plásticas que o sismo vai impor nessas zonas.

Esta filosofia de projecto [4], denominada Dimensionamento por Capacidades Resistentes ("Capacity Design" em inglês), permite assim aos projectistas controlar, dentro de certos limites, o comportamento das estruturas, mesmo sem conhecer as características de um possível sismo que sobre elas actue.

2.4 Aplicação dos princípios de "Capacity Design" com referência ao EC8.

A aplicação dos princípios de "Capacity Design" implica que as disposições de projecto sejam diferentes para as zonas onde se prevê a formação de rótulas plásticas e para o resto da estrutura, que se deve manter em regime elástico. Assim, os regulamentos que aplicam estes princípios, como o regulamento neozelandês de betão [5] e o projecto do Eurocode 8 (EC 8) [2], distinguem entre os dois tipos de situação.

2.4.1 Pórticos

Para se maximizar a capacidade de dissipação de energia é necessário que se forme o maior número possível de rótulas plásticas sem transformar a estrutura num mecanismo, tirando assim partido do elevado grau de redundância que os pórticos em geral apresentam. Para isso é necessário que as rótulas plásticas se formem nas extremidades das vigas e não nos pilares. Veja-se, por exemplo, o caso do pórtico representado na figura 3. A formação de quatro rótulas plásticas nos pilares transforma o pórtico num mecanismo, ao passo que se as rótulas plásticas se formarem só nas vigas, são necessárias dezasseis rótulas plásticas para que a estrutura se transforme num mecanismo. Em vigas correntes as rótulas formar-se-ão nas secções junto aos nós, pois é aí que ocorrem os momentos flectores máximos devidos à acção sísmica.

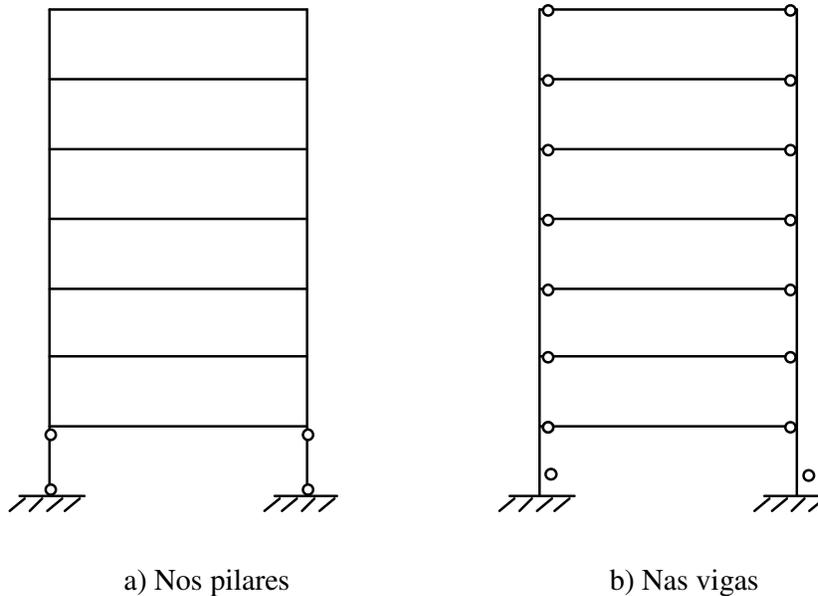


Figura 3 - Formação de rótulas plásticas num pórtico.

Para que as rótulas se formem nas vigas é necessário que os momentos actuantes atinjam o valor dos momentos resistentes nas vigas antes de isso acontecer nos pilares. Nesse sentido exige-se que, em cada nó, a soma dos momentos resistentes (M_{Rd}) dos pilares seja superior à soma dos momentos máximos (M_u), que se podem desenvolver nas vigas em regime plástico.

Nas secções de betão armado, para que as rótulas plásticas nas vigas dissipem energia de uma forma estável durante a ocorrência de um sismo é necessário que a formação da rótula se dê por cedência das armaduras de flexão. No que respeita a estruturas metálicas é importante que não se verifiquem fenómenos de fractura e encurvadura local o que pode ser evitado utilizando secções que, de acordo com o Eurocode 3 [6], pertençam a classes de maior ductilidade. Obter-se-ão assim ciclos histeréticos estáveis, com bastante área envolvida pelas curvas força-deformação (ou momento-curvatura), que representa a energia dissipada histereticamente. Especialmente no que respeita às secções de betão armado, para garantir a estabilidade deste mecanismo deverá ser evitada a rotura por esforço transversal em qualquer ponto da viga. Segundo os princípios de "Capacity Design" o esforço transversal actuante de cálculo deverá ser o máximo que se pode desenvolver na viga durante a formação e desenvolvimento das rótulas plásticas nas secções extremas. Admitindo que as curvaturas nas extremidades da viga são de sinal contrário:

$$V = \frac{M_{1u} + M_{2u}}{L} \quad (4)$$

V - esforço transversal devido à acção sísmica

M_{1u} , M_{2u} - valores dos momentos últimos máximos nas secções de extremidade, calculados considerando as verdadeiras quantidades dos materiais, incluindo os efeitos do confinamento do betão e em particular o endurecimento das armaduras

L - vão útil da viga

Obviamente o valor do esforço transversal assim calculado é superior ao valor do esforço transversal obtido do cálculo global da estrutura através do qual se obtiveram os valores dos momentos actuantes nas secções extremas. Note-se que, como o cálculo do esforço transversal actuante é feito pura e simplesmente com base em considerações de equilíbrio, garante-se que se evitam as roturas por esforço transversal para qualquer nível da acção sísmica.

2.4.2 - Paredes

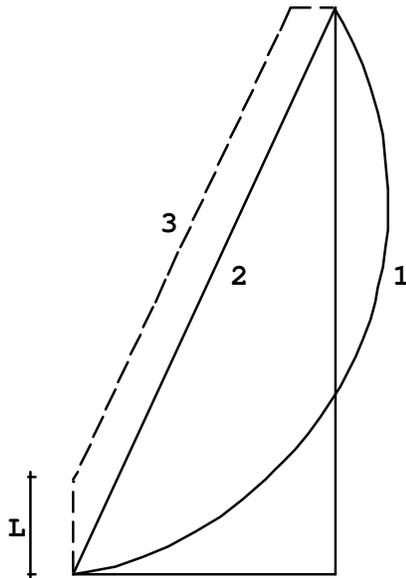
Em edifícios de estrutura parede a formação de rótulas plásticas em paredes é óbvia. Em edifícios de estrutura mista os deslocamentos das paredes e dos pórticos são, em geral, de valor semelhante, pelo que também o são as curvaturas das paredes e pilares. Dadas as maiores dimensões das secções transversais das paredes, as extensões nas armaduras de flexão nas extremidades das suas secções serão maiores do que as extensões das armaduras de flexão dos pilares. Assim, em edifícios de estrutura mista também será de esperar que as primeiras rótulas plásticas se formem nas paredes. A localização mais provável para a formação de uma rótula plástica numa parede é na secção de momento máximo, ao nível do rés-do-chão portanto, em secções de dispensa de armaduras, ou em lintéis de ligação no caso de paredes acopladas. Isto é verdade tanto em edifícios de estrutura parede como em edifícios de estrutura mista pórtico parede. Portanto a plastificação das paredes não pode ser evitada e é necessário que tal seja tido em conta no projecto. No entanto, é vantajoso que acima da secção do piso térreo as paredes permaneçam em regime elástico. Desta forma consegue-se um melhor controle dos deslocamentos globais da estrutura e dos deslocamentos entre pisos, diminuindo assim os efeitos de 2ª ordem e os danos em elementos não estruturais. Após a plastificação, a parede roda quase como um corpo rígido permitindo a plastificação dos pórticos. A parede uniformiza assim os deslocamentos relativos entre pisos ao longo da altura do edifício, absorvendo os esforços devidos a modos de vibração de ordem superior e conduzindo a uma distribuição regular em altura da exigência de ductilidade nos pórticos. Especial cuidado deve ser tido para evitar a eventual formação de uma rótula plástica numa parede a um nível acima do piso

térreo, já que poderia ter um efeito equivalente ao de uma forte irregularidade em altura, podendo levar a um aumento das exigências de ductilidade a esse nível.

A distribuição elástica de esforços (já divididos pelo coeficiente de comportamento) que se obtém nas paredes para os sistemas de forças equivalentes à acção sísmica podem ser inferiores aqueles que se desenvolvem durante a resposta dinâmica não linear da estrutura. Assim, para que as paredes permaneçam em regime elástico acima da rótula plástica da base é necessário sobredimensioná-las relativamente aos esforços obtidos na análise elástica para as forças estáticas equivalentes.

2.4.2.1 - Comportamento em flexão

Para que as armaduras de flexão se mantenham em regime elástico acima da zona da base, os regulamentos que aplicam os princípios de "Capacity Design" recomendam que o seu dimensionamento seja feito não para os momentos de cálculo mas para uma nova envolvente ao longo da altura. Esta obtém-se traçando um diagrama linear entre a secção da base e a do topo e deslocando este diagrama para cima de uma distância igual ao comprimento da secção transversal da parede no plano de flexão, como se mostra na figura 4. Na secção da base considera-se o respectivo momento resistente M_{rd} .



- 1 - envolvente de momentos obtida na análise elástica (incluindo a consideração do coeficiente de comportamento)
- 3 - envolvente de momentos para efeitos de dimensionamento

Figura 4 - Diagramas de momentos flectores de cálculo e dimensionamento em paredes.

2.4.2.2 - Esforço transverso

De acordo com a regulamentação portuguesa e europeia, as secções dos diferentes elementos são dimensionadas para resistir aos esforços actuantes com iguais coeficientes parciais de segurança para os diferentes tipos de esforços. Assim, as margens de segurança serão semelhantes tanto para a flexão como para o corte. Se durante a actuação de um sismo, a relação M_{Sd}/V_{Sd} numa dada secção for proporcional a M_{Rd}/V_{Rd} , os esforços resistentes serão atingidos simultaneamente pelos esforços actuantes tanto em flexão como em corte. Basta assim uma ligeira diminuição do quociente M_{Sd}/V_{Sd} em relação ao valor de projecto para que o esforço transverso actuante atinja o respectivo valor da resistência antes de isso acontecer para outro tipo de esforço e em consequência o elemento sofra uma rotura por esforço transverso. O mesmo poderia acontecer devido a um aumento do quociente M_{Rd}/V_{Rd} , por exemplo, devido a um aumento do momento resistente em relação ao valor de cálculo. Como as roturas por esforço transverso são, em geral, frágeis, a sua ocorrência em elementos de grande rigidez e resistência faz com que se dê uma transferência súbita de esforços elevados para outros elementos que não são dimensionados para os suportar, podendo assim provocar o colapso total da estrutura.

Um bom comportamento sísmico requer, portanto, que se evitem as roturas por esforço transverso, em particular nas paredes. Infelizmente, estes elementos são mais susceptíveis de sofrer este tipo de rotura ou ter o seu comportamento mais fortemente influenciado pelo esforço transverso do que vigas ou pilares, por exemplo. Isto tem sido confirmado pela experiência, dado que durante a ocorrência de sismos no passado foram frequentemente observadas roturas por esforço transverso em paredes. Uma das razões para isso, provavelmente a principal, é o facto de o quociente M_{Sd}/V_{Sd} que se desenvolve em certas zonas das paredes ser inferior ao valor de cálculo (o que implica maior peso relativo do esforço transverso), ao qual corresponde o valor das resistências.

É importante realçar da discussão anterior que a qualidade do desempenho sísmico de uma parede pode estar mais fortemente dependente do quociente entre as suas resistências e esforços actuantes em flexão e corte, que influenciam o tipo de rotura, do que do valor absoluto de cada um. Obviamente isto não será verdade se a resposta da parede se desse apenas em regime linear, dado que nesta situação a estrutura é dimensionada de forma a que os esforços actuantes nunca atinjam o valor dos esforços resistentes.

A influência relativa do momento flector e do esforço transversal no comportamento de um elemento é, em geral, quantificado em termos do parâmetro adimensional λ , que neste texto é designado por “factor de corte” (“shear-ratio” em inglês):

$$\lambda = \frac{M}{VL} \quad (5)$$

L - dimensão da parede no plano de flexão

Note-se que para uma consola com um sistema de forças aplicadas cuja resultante esteja a uma distância H da base, como representado na figura 5, o valor de λ é:

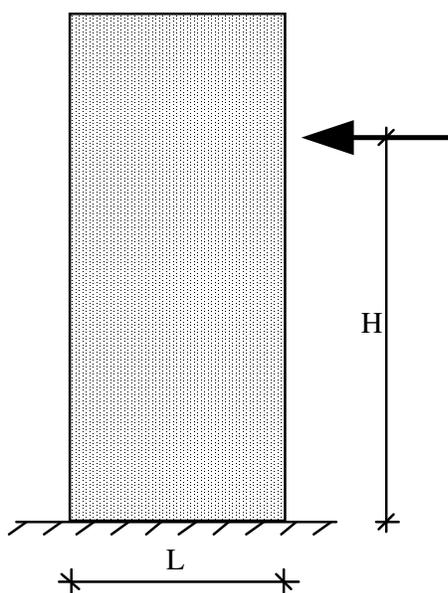


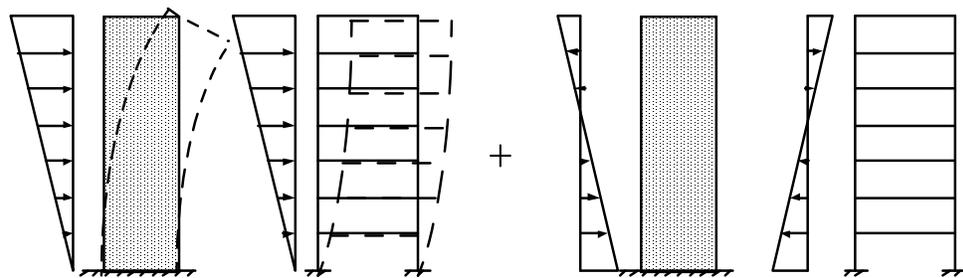
Figura 5 - Cálculo do factor de corte numa consola.

$$\lambda = \frac{M}{VL} = \frac{VH}{VL} = \frac{H}{L} \quad (6)$$

À priori, poder-se-ia pensar que o ponto de aplicação da resultante da parte das forças de inércia que é absorvida por uma parede num edifício de vários pisos, estará, em geral, situado a um nível tal que o comportamento e resistência da parede será condicionado pela flexão. Tome-se como base de raciocínio um edifício de estrutura mista pórtico-parede em que a parede tenha sido dimensionada para absorver a totalidade das forças estáticas equivalentes à acção do sismo. Se as massas dos pisos forem semelhantes, a distribuição das forças será triangular invertida e a respectiva resultante estará a dois terços da altura do edifício. Para edifícios de vários pisos isto levará, na maioria dos casos, a que a distância à base, do ponto de aplicação da resultante seja várias vezes superior à dimensão da parede no plano de flexão, o que conduzirá a um comportamento dominado essencialmente pela flexão, a que corresponde um valor elevado de λ na base (por exemplo, 3 ou 4 são valores elevados

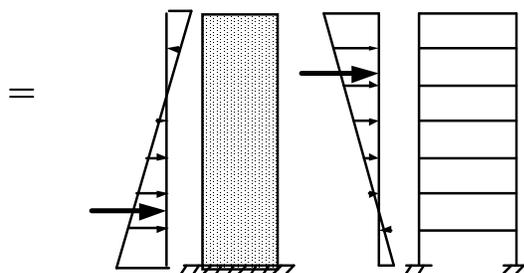
para secções rectangulares). No entanto, a resultante das forças de inércia absorvidas pela parede e o correspondente valor de λ na base podem baixar bastante devido às seguintes razões:

- interação com os pórticos. Sob a acção de cargas horizontais, as deformadas dos pórticos e das paredes ao longo da altura são diferentes. A deformação dos pórticos é devida essencialmente à deformação por flexão dos pilares e vigas. Sendo os momentos flectores nestes elementos proporcionais ao esforço transversal global no pórtico em cada nível, o deslocamento relativo entre pisos também o será. Para uma distribuição triangular invertida de carga, o esforço transversal global aumenta no sentido descendente, pelo que sob a acção deste carregamento os deslocamentos relativos entre pisos do pórtico aumentam de cima para baixo. A deformação do pórtico será assim como qualitativamente indicado na figura 6a, com a curvatura da deformada com sentido contrário à carga. Sob a acção de uma carga com a mesma distribuição em altura, a parede tem uma deformação essencialmente por flexão, com curvatura no sentido da carga, como também indicado na figura 6a.



(a) Deformação independente de pórticos e paredes

b) Forças de interacção



c) Distribuição final da carga

Figura 6 - Interação entre pórticos e paredes.

Como em cada piso as lajes, se forem rígidas no seu próprio plano, obrigam a que ambos os sistemas tenham deslocamentos iguais, geram-se através das

lajes forças de interação entre os dois sistemas. Nos pisos inferiores, em que os deslocamentos da parede são inferiores aos do pórtico, as forças de interação tendem a "empurrar" a parede e a "puxar" o pórtico de forma a que ambos os sistemas tenham o mesmo deslocamento, tendo portanto o sentido indicado na figura 6b. Nos pisos superiores passa-se exactamente o contrário. São os pórticos que tendem a deslocar-se menos que as paredes, pelo que a parede tem tendência a aumentar os deslocamentos do pórtico e este a contrariar os deslocamentos da parede. Assim, nos pisos superiores as forças de interação actuam nos pórticos com o sentido da carga exterior e com igual valor e sentido contrário na parede. A distribuição final da carga aplicada aos dois sistemas, indicada na figura 6c, obtêm-se somando as forças de interação com a distribuição inicial em que se consideraram os dois sistemas a trabalhar separadamente.

Como se pode ver, a resultante do sistema de forças final aplicado à parede está localizada a um nível inferior ao da resultante do sistema de forças exteriores aplicado ao sistema pórtico-parede.

- influência de modos de vibração superiores. As configurações dos modos superiores correspondem a sistemas de forças cuja resultante está a uma distância da base muito inferior à de uma distribuição triangular invertida. Na figura 7 ilustra-se esta situação para o caso de um segundo modo.

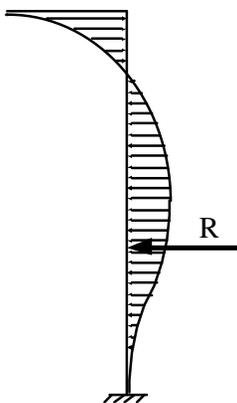


Figura 7 - Resultante das forças de inércia de um 2º modo.

- o comportamento não linear de toda a estrutura. Análises dinâmicas não lineares e ensaios têm mostrado que a resultante das forças de inércia na estrutura durante a resposta dinâmica não linear está a um nível inferior àquele que se obteria de uma análise elástica. Em consequência, a resultante das forças de inércia e o valor de λ na base nas paredes também baixam.
- a concentração do comportamento não linear das paredes na sua extremidade inferior. Isto é equivalente a existir na base da parede uma zona menos rígida que o restante, o que, conduzindo a uma diminuição de esforços, se a

diminuição relativa do valor do momento flector for superior à diminuição relativa do valor do esforço transversal, conduz também a uma diminuição do valor do factor de corte.

- redistribuição de esforços de uma parede em tracção para uma parede em compressão. Este efeito pode ser importante em paredes acopladas, ligadas por vigas curtas e portanto com rigidez apreciável, que transfiram valores significativos de carga axial entre paredes.

De acordo com os princípios de “Capacity Design” é importante evitar as roturas por esforço transversal, e para isso é necessário dimensionar a parede não para o esforço transversal de cálculo, mas para o máximo que se pode desenvolver na parede a todos os níveis durante a formação e desenvolvimento da rótula plástica na base. Para isso devem ser tidos em conta os factores atrás enunciados.

A influência dos modos de vibração de ordem superior é tida em conta pelo EC8, através de uma alteração da envolvente de esforços transversos ao longo dos dois terços superiores da zona deformável do edifício (acima do terreno natural) multiplicada por um coeficiente de amplificação “ ϵ ”. Este factor tem em conta, entre outros efeitos, que os esforços transversos actuantes podem ser superiores aos de cálculo, devido ao facto de o momento actuante na rótula plástica poder ser também superior ao respectivo momento de cálculo. Esse aumento do momento actuante, que na rótula plástica é igual ao momento resistente pode ser devido ao endurecimento do aço, variação do braço interno ou decisão do projectista.

A influência dos pórticos no valor do factor de corte deve ser considerada na análise da estrutura. Caso tal não seja efectuado pelo projectista:

- a solução corresponderá a uma estrutura menos económica, pois as paredes serão sobredimensionadas;
- pode conduzir a uma estrutura menos segura, pois ao desprezar-se um factor que pode reduzir significativamente o valor de λ , aumenta-se a probabilidade de uma rotura por corte. Isto será tanto mais negativo quanto maior for o grau de exploração do comportamento não linear da estrutura, ou seja, quanto maior for o coeficiente de comportamento.

3. Modelos de comportamento de elementos estruturais de betão armado

3.1 Comportamento de elementos lineares em flexão

Apresenta-se nesta secção o comportamento não linear dos elementos horizontais tipo viga, tipicamente submetidas a flexão uniaxial e com esforço axial praticamente nulo, e os pilares, sujeitos a flexão simples ou composta. Como referido no capítulo 2, a modelação do comportamento não linear dos elementos estruturais de betão armado sujeitos a acções cíclicas aleatórias é fundamentalmente baseada na identificação e modelação das zonas onde ocorrem as deformações inelásticas.

Com base em resultados obtidos em ensaios experimentais realizados ao longo dos anos foi possível caracterizar, definindo diversas propriedades, o comportamento cíclico de elementos de betão armado com secções simétricas, ou não, e sem, ou com, esforço axial. A figura 8 ilustra diagramas típicos de força-deslocamento, obtidos em ensaios experimentais realizados por Ma, Bertero e Popov [7], de elementos de betão armado simétricos e sem esforço axial.

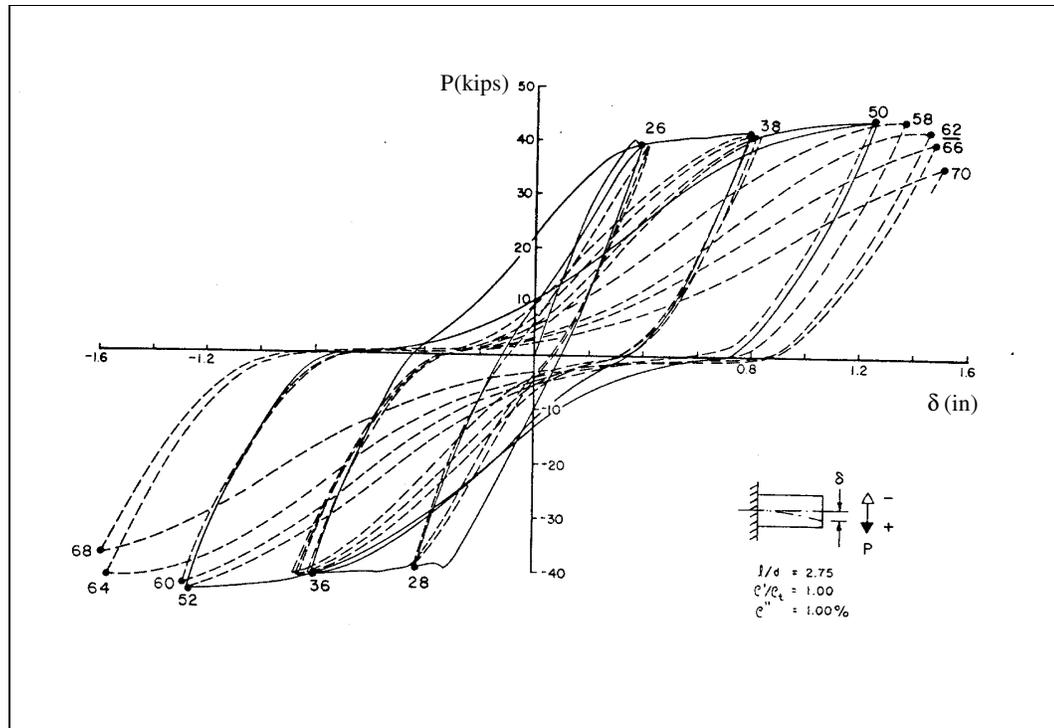


Figura 8 – Diagrama tipo F - δ , de elementos de betão armado simétricos e sem esforço axial, ensaiados experimentalmente.

Com base em diagramas deste tipo (figura 8) é possível descrever sumariamente as propriedades principais deste tipo de elementos submetidos a carregamentos cíclicos:

- 1) Na primeira fase do troço de carga constata-se que a fendilhação, devida à flexão do elemento, é seguida por uma diminuição gradual da rigidez tangente (troço 0 a 26). A não linearidade observada no comportamento, depois da fendilhação, é devida a diferentes factores destacando-se o espalhamento da fendilhação ao longo do comprimento do elemento devido à baixa resistência do betão à tracção e ao deslizamento que se observa nas armaduras longitudinais entre fendas, e o começo do comportamento não linear do betão em compressão resultando numa redução da área comprimida.

Depois de se verificar a cedência das armaduras, na secção onde se regista o maior momento, observa-se um decréscimo significativo de rigidez na resposta global força-deslocamento (ou momento-curvatura); este fenómeno verifica-se tão notoriamente porque as armaduras longitudinais estão concentradas junto às faces superiores e inferiores da secção transversal. Depois de se atingir a cedência das armaduras, a resistência do elemento continua a aumentar; primeiro, porque a diminuição da profundidade da linha neutra, causada pelas grandes extensões pós-cedência das armaduras traccionadas, origina o aumento do braço das forças internas; em seguida porque nesta altura se pode iniciar o endurecimento dos varões longitudinais.

- 2) Na descarga, iniciada depois de ser atingida a cedência no troço de carga inicial, a rigidez correspondente é inicialmente alta, da ordem de grandeza da rigidez inicial “elástica” antes ou depois da fendilhação). Ao longo da descarga, identificável na figura 8 (troço 26 a 28), a rigidez tangente decresce; esta redução é designada por *degradação de rigidez* e caracteriza o comportamento cíclico dos elementos de betão armado.

O efeito principal da *degradação de rigidez* resultante das deformações inelásticas é o aumento no período de vibração das estruturas, o qual provoca uma alteração na resposta estrutural. Para as estruturas com períodos longos (baixas frequências), a modificação dos períodos tende a eliminar o fenómeno de ressonância (ao qual correspondem valores muito elevados de amplificação dinâmica da resposta estrutural quando a frequência própria da estrutura se aproxima da frequência própria da excitação) diminuindo conseqüentemente a resposta estrutural de uma forma significativa. Para estruturas com períodos pequenos, a *degradação de rigidez*, pode tender a aumentar a amplitude das deformações. Assim, desprezando a *degradação de rigidez* pode-se chegar a valores de capacidade de dissipação de

energia exagerados e, por outro lado, a valores para a capacidade de suster cargas inferiores aos que a estrutura na realidade garante.

3) Durante os troços de recarga (por exemplo o troço 36 a 38) verifica-se o fecho gradual das fendas na zona de compressão, até acabarem por fechar completamente começando a ser mobilizada a compressão no betão. Este fenómeno, que se designa por *efeito de aperto* – “pinching” – está associado ao mecanismo de abertura e fecho de fendas em flexão cíclica. Enquanto as fendas se mantêm abertas são as armaduras de tracção e de compressão que asseguram o comportamento em flexão. O betão em compressão passa a ser mobilizado quando se verifica novamente o contacto entre as faces das fendas (com o fecho), induzindo um aumento mais ou menos brusco da rigidez. Este fenómeno é mais acentuado com a existência de um esforço axial de compressão e de uma distribuição assimétrica de armadura na secção. Depois deste aumento de rigidez que conclui o *efeito de aperto*, o troço de recarga começa novamente a perder rigidez, devido à cedência das armaduras no “lado novo” de tracção.

4) Outra característica muito comum no comportamento cíclico dos elementos de betão armado (por exemplo os valores correspondentes aos pontos 62, 66 e 70), é a *degradação de resistência*. Este fenómeno é especialmente evidente para ciclos com o mesmo nível de deformação máxima. As causas desta deterioração na resistência são diversas:

primeiro, o abrir e fechar alternado das fendas induz *degradação de resistência*, e também de rigidez, do betão em compressão, uma vez que as faces das fendas podem não ficar em contacto pleno (uma vez que se pode verificar um deslizamento relativo das faces das fendas, devido ao efeito do esforço transversal);

segundo, o deslizamento dos varões das armaduras provoca o aumento da largura das fendas, reduzindo a contribuição das armaduras em tracção para a rigidez;

por último, para além da própria degradação gradual do comportamento por esforço transversal, a transferência do esforço transversal ao longo da altura das fendas abertas (quando as armaduras de compressão e de tracção resistem sozinhas ao momento aplicado) originam a abertura de fendas no betão em torno dos varões longitudinais com a subsequente degradação da aderência e da rigidez, ou mesmo provocando o descasque da secção e a deterioração das respectivas rigidez e resistência.

Em elementos bem dimensionados e com boas pormenorizações de armaduras esta *degradação de resistência* é mínima. De facto, esta *degradação de resistência* diminui à medida que aumentam as armaduras transversais.

5) O colapso deste tipo de elementos de betão armado, com armaduras longitudinais simétricas e sem esforço axial, é em geral gradual, podendo ser provocado pela deterioração progressiva das zonas de compressão. Esta, por sua vez, pode começar com o descasque da secção, podendo ser seguida pela encurvadura dos varões longitudinais com a subsequente desintegração do betão confinado, muitas vezes acelerada pelas fendas diagonais devidas ao esforço transversal nas zonas de compressão. O colapso pode ainda ser provocado pela fractura dos varões longitudinais em elementos com pouca armadura longitudinal ou ainda pela acumulação de deformações plásticas nos varões longitudinais, levando-os à rotura, em vigas que estejam sujeitas a fadiga por reduzido número de ciclos de grandes amplitudes.

O comportamento típico de elementos de betão armado com distribuição assimétrica de armaduras e sem esforço axial (característicos das vigas dos pórticos de betão armado) está ilustrado na figura 9-b). Nesta figura representam-se dois diagramas momento-curvatura de secções pertencentes a vigas de betão armado, com distribuição de armaduras simétrica e não simétrica e submetidos a flexão simples.

A diferença principal entre o comportamento em flexão cíclica de vigas com secções e armadura longitudinal simétrica, e o daquelas com armaduras assimétricas e/ou secções em T , consiste no facto de estas últimas apresentarem diagramas não simétricos. Verifica-se que a direcção de flexão “mais fraca”, i.e. a correspondente a tracção da armadura longitudinal com menor área, apresenta menor resistência e rigidez.

De acordo com a figura 9-b), para valores negativos do momento flector, a força de tracção na armadura superior (de menor secção) não é suficiente para conduzir à cedência por compressão das armaduras inferiores, nem para fechar as fendas na zona de compressão que foram anteriormente abertas. Assim, a carga (ou recarga) nesta direcção, que conduz as armaduras com menor área à tracção, é caracterizada por: 1) não se verificar o fecho das fendas anteriormente abertas; e 2) conduzir a valores de rigidez baixa sem o aumento gradual de rigidez provocado pelo fecho de fendas, i.e. sem o *efeito de aperto*. Por outro lado, para valores positivos do momento flector (compressão na armadura superior, de menor área) é mobilizável na armadura de tracção (maior área), que muito provavelmente ainda não atingiu a cedência, uma força suficiente para fechar as fendas previamente abertas, verificando-se consequentemente um *efeito de aperto* pronunciado.

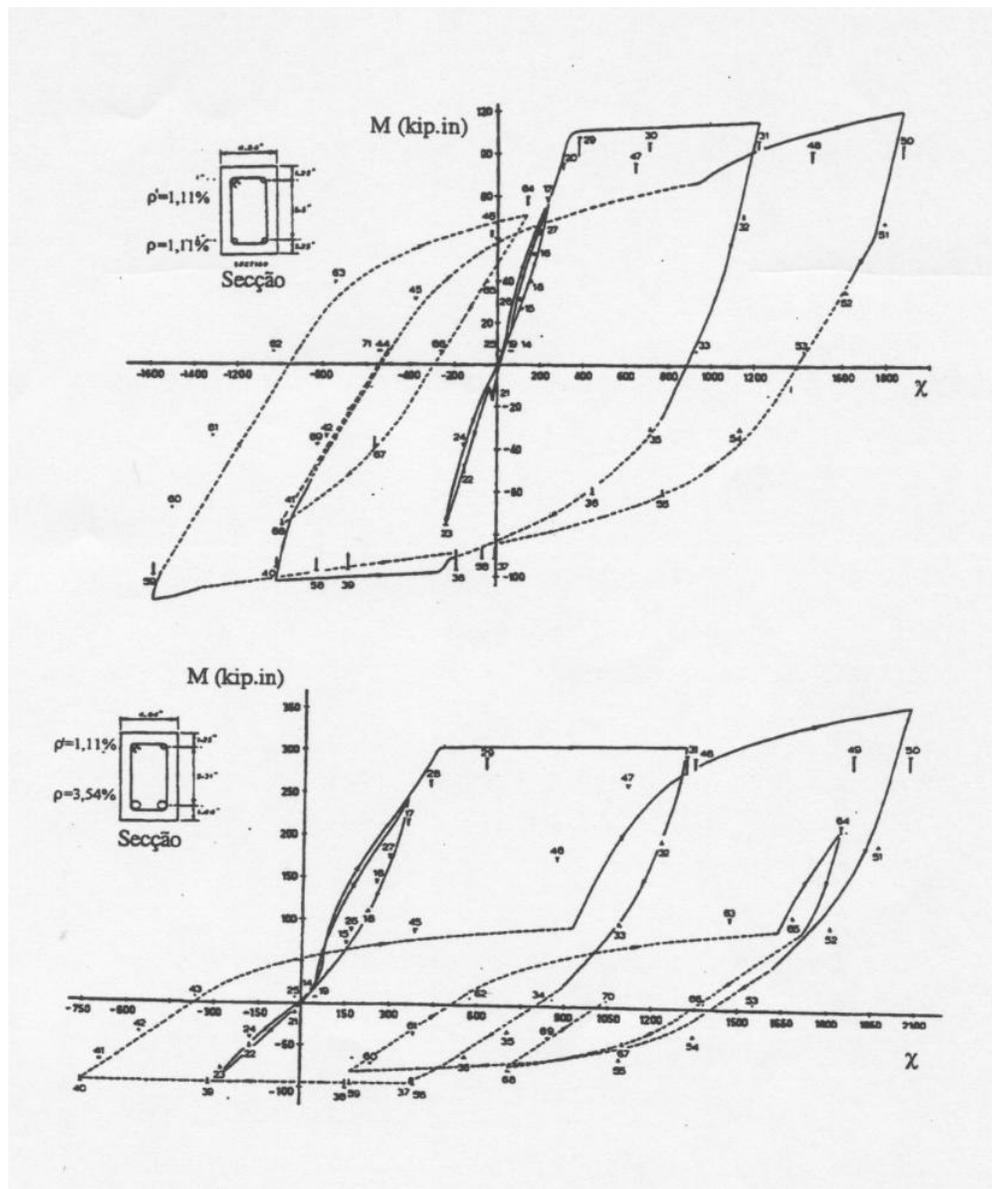


Fig. 9 – Diagramas tipo $M-\chi$, de secções de vigas de betão armado a) simétricas e b) não simétricas em flexão simples [8].

Os dois lados de uma secção assimétrica também podem apresentar diferentes modos de colapso sob carregamento cíclico. O colapso correspondente à tracção da armadura com maior área deve-se tipicamente ao esmagamento do betão em compressão. Pelo contrário, o colapso correspondente à tracção das armaduras com menor área pode ter origem na fractura dos varões em tracção, depois de terem encurvado.

A influência do esforço axial está ilustrada na figura 10, onde se apresenta um diagrama força-deslocamento de um elemento de betão armado com secção rectangular e armaduras simétricas submetido a flexão composta [9], salientando-se o *efeito de aperto* nos dois sentidos de flexão.

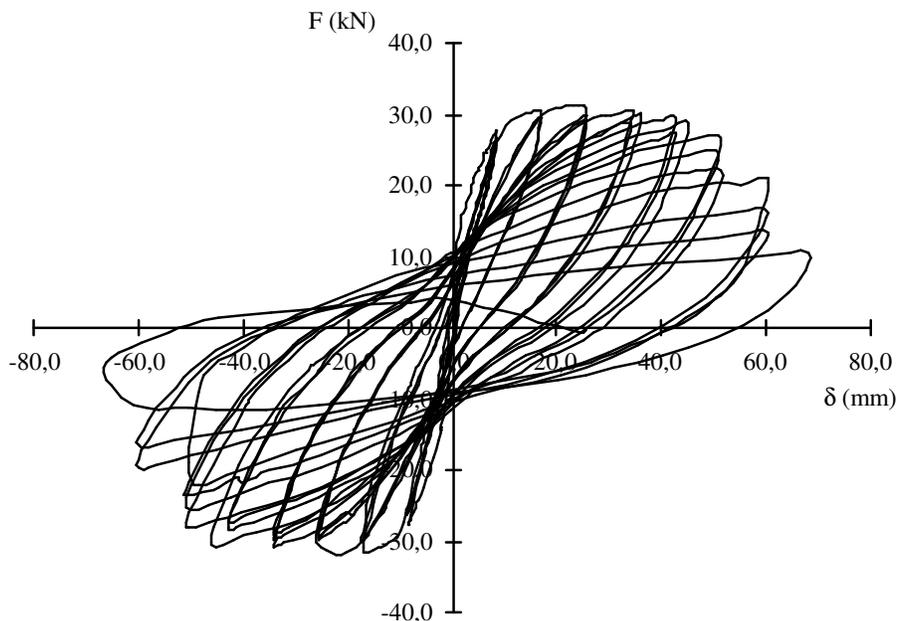


Figura 10 – Diagramas tipo $F-\delta$, de elementos de betão armado simétricos com esforço axial; resultados de ensaios cíclicos realizados por Gomes [9].

A presença de esforço axial de compressão facilita o fecho das fendas originando um aumento de rigidez de flexão, que se reflecte no endurecimento do diagrama força-deslocamento $F-\delta$ (ou momento-curvatura $M-\chi$). Nesta situação existe uma contribuição do betão que é essencial para a resistência do elemento ao esforço axial já que as armaduras têm uma contribuição reduzida para essa resistência. Note-se que, em flexão simples, enquanto as fendas permanecem abertas, essa resistência é assegurada fundamentalmente pelas armaduras longitudinais.

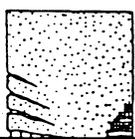
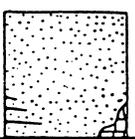
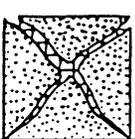
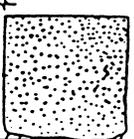
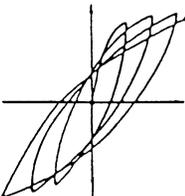
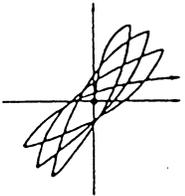
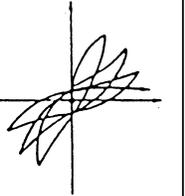
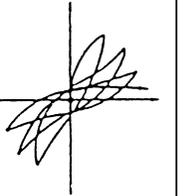
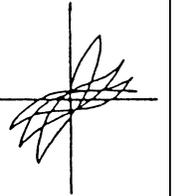
Outra propriedade relevante em flexão composta, comparativamente com a flexão simples, é a grande *degradação de resistência* existente e que é crescente com o número de ciclos. Este fenómeno aumenta consideravelmente com o esforço axial reduzido ν , especialmente para valores de ν próximos de 0,4. Este nível de esforço axial corresponde ao ponto de balanceamento das curvas de interacção, em que o esmagamento do betão à compressão se dá simultaneamente com a cedência das armaduras de tracção. Este fenómeno (*degradação de resistência*) pode ser minimizado se a armadura transversal se encontrar bem amarrada e pouco espaçada, evitando assim a encurvadura das armaduras longitudinais comprimidas.

3.2 Comportamento de paredes

As paredes de betão armado exibem um comportamento histerético semelhante ao de vigas armadas simetricamente desde que os esforços transversos não sejam elevados. No entanto, como discutido em 2.4.2.2, o factor de corte dos esforços actuantes nas paredes pode ser baixo e o seu comportamento pode ser fortemente influenciado pelo esforço transverso. Aliás, roturas por esforço transverso têm sido observadas em estruturas parede após a ocorrência de sismos intensos. Dadas as consequências que este tipo de rotura pode ter, alguns regulamentos são mais exigentes relativamente a estruturas com elementos deste tipo, o que se reflecte em geral por coeficientes de comportamento mais baixos.

Discute-se de seguida porque a diferentes tipos de rotura estão associadas diferentes características de comportamento não linear, como se mostra qualitativamente na tabela 1 [10].

Tabela 1 - Modos de rotura de paredes de betão armado [10].

	1a	1b	2a	2b	2c
MODO DE ROTURA					
	FLEXÃO		ESFORÇO TRANSVERSO		
	(dúctil)	(frágil)	Rotura diagonal da alma (compressão)	Rotura diagonal da alma (tração)	Deslizamento horizontal
CAUSA	Cedência quase simultânea em ambos os bordos (especialmente quando $h/l << 2$)	Elemento de bordo insuficiente Instabilidade lateral dos bordos de parede	Espessura da alma insuficiente	Armadura da alma insuficiente Valores de N_s baixos	Pormenorização da base de parede deficiente Valores de N_s baixos
RESPOSTA					

O melhor tipo de comportamento é o que corresponde à figura 1a da tabela 1, em que a resistência máxima é atingida em flexão, sem interferência de outros modos de rotura. Assim, após a cedência da armadura de flexão, a parede continua a rodar sem perda de capacidade resistente, pois a armadura não atingiu a rotura mas apenas entrou no patamar de cedência. Com o aumento progressivo das rotações impostas, o momento resistente pode também aumentar devido ao endurecimento das armaduras e variação da posição da linha neutra. A capacidade de deformação máxima da peça será condicionada pela extensão máxima nas armaduras ou no betão. Dado que a extensão

máxima nas armaduras é elevada, a ductilidade da parede em curvatura será condicionada, em geral, pela extensão máxima no betão. O confinamento pode aumentar várias vezes a capacidade de deformação do betão em compressão. Assim, para conferir às paredes elevada ductilidade em curvatura, é necessário confinar as zonas comprimidas de betão nas extremidades. Note-se que, como o betão de recobrimento não foi confinado, ao se atingir a extensão máxima do betão simples o betão de recobrimento perde a sua capacidade resistente e tende a destacar-se do resto da parede. Este é um efeito que se tem observado tanto após a ocorrência de sismos, como em experiências, como se mostra na figura 11. No entanto, a perda da contribuição do betão de recobrimento para a capacidade resistente à flexão é contrabalançada pelo aumento da tensão de rotura do betão confinado, pelo que em projecto é frequente ignorar ambos os efeitos no cálculo do momento resistente.

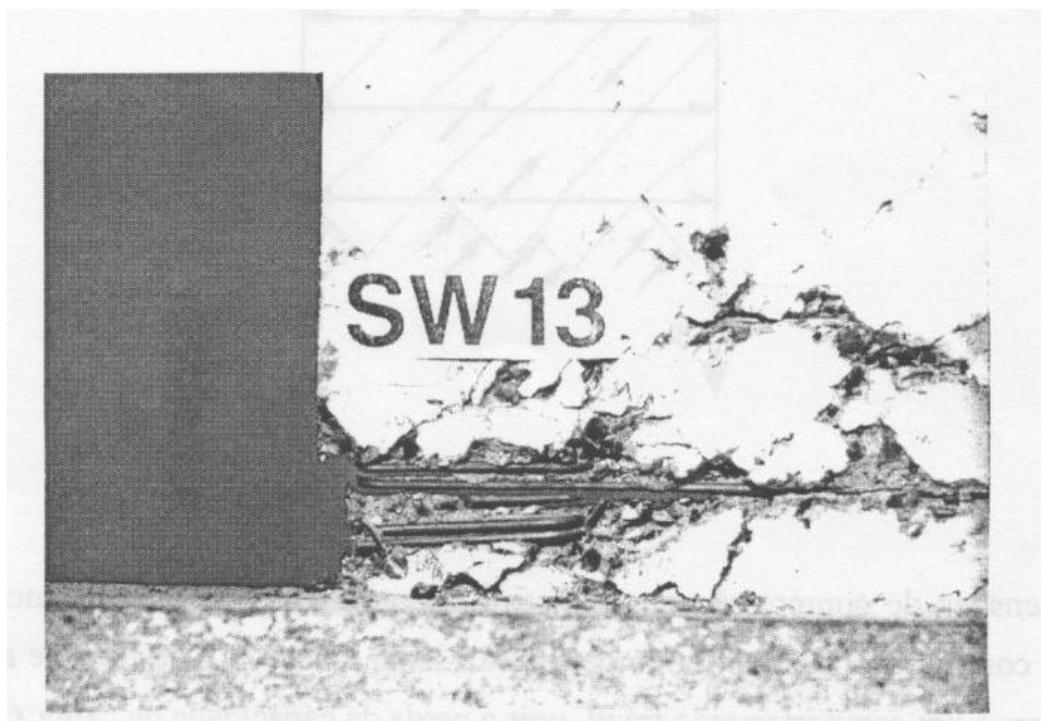


Figura 11 - Perda de recobrimento.

O modo de rotura 1b da tabela 1, deve-se à perda da capacidade resistente à compressão dos elementos da extremidade da parede, devido a instabilidade ou construção defeituosa. Em qualquer dos casos, a perda da capacidade resistente é rápida, o que conduz a um comportamento frágil. A diminuição da capacidade resistente da parede implica uma redistribuição de esforços para outros elementos, que caso não estejam preparados para isso, também poderão colapsar provocando o colapso global da estrutura. Este modo de rotura pode prevenir-se estabelecendo dimensões mínimas para as zonas comprimidas das paredes e controlando a qualidade da construção.

Os restantes modos de rotura são devidos ao esforço transversal. Após a ocorrência da fendilhação e para níveis elevados de esforço transversal, parte da resistência ao esforço transversal é assegurada pelo mecanismo de treliça, como se exemplifica na figura 12.

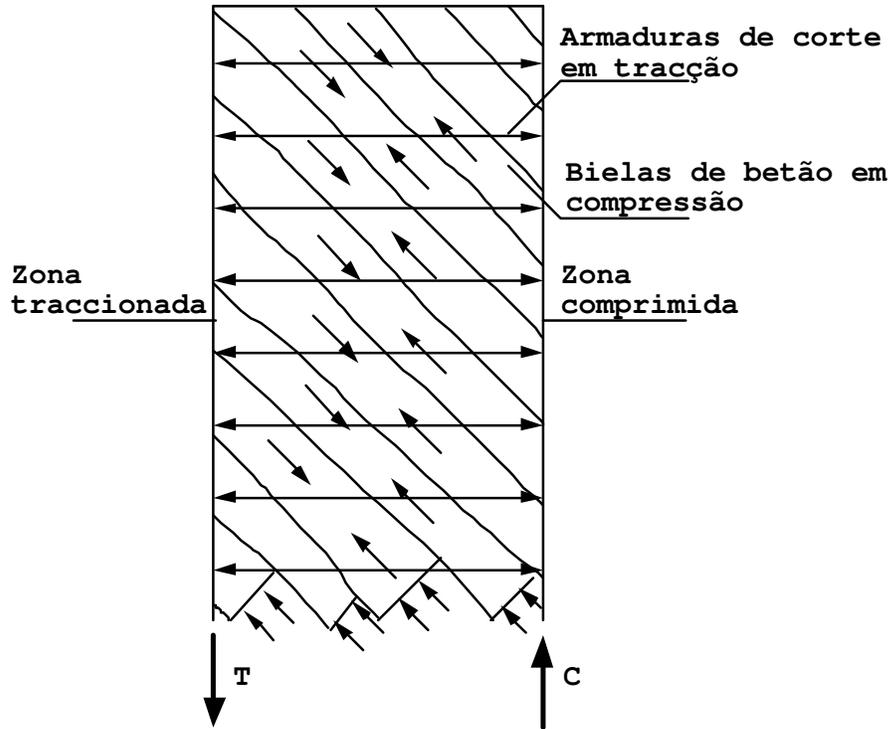


Figura 12 - Mecanismo de treliça.

Se as tensões de compressão nas treliças diagonais atingirem a resistência máxima do betão à compressão, dá-se o modo de rotura 2a da tabela 1. Este tipo de rotura também dá origem a um comportamento frágil, pois a perda da capacidade de carga é súbita. Ao se dar a rotura do betão numa zona da alma, as tensões migram para zonas adjacentes que por sua vez também colapsam, pelo que a rotura rapidamente se propaga a toda a alma da parede. Nas figuras 11 e 13 mostram-se fotografias tiradas depois da rotura, de uma parede que sofreu colapso desta forma.

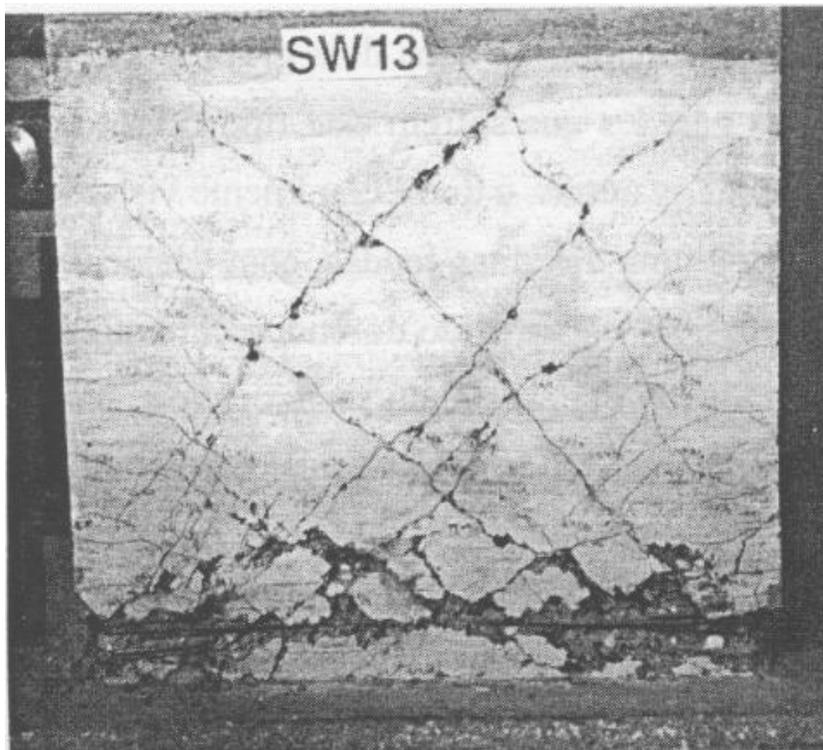


Figura 13 - Rotura de uma parede por compressão diagonal da alma (rotura devido ao esforço transversal).

Realce-se no entanto que até ao momento do colapso, a parede se comporta da mesma forma que se esperaria de uma parede com o tipo de rotura 1a da tabela 1, o que se pode constatar na figura 14 que mostra a relação força-deslocamento horizontal de uma parede com este tipo de rotura.

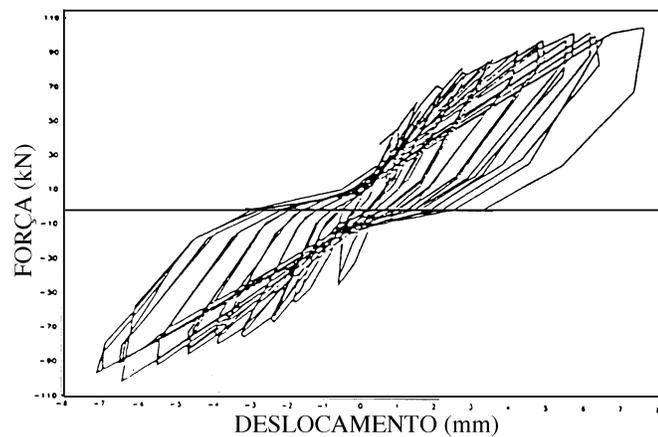


Figura 14 - Relação força-deslocamento de uma parede com rotura por compressão diagonal.

A rotura por corte com tracção diagonal da alma que se exemplifica na figura 2b da tabela 1, dá-se na situação em que atinge a cedência das armaduras de esforço transversal que absorvem as forças de tracção na alma após a formação do mecanismo de treliça. Na maioria dos casos este tipo de rotura está associado a um comportamento frágil com perda súbita de capacidade resistente.

Sob acções alternadas, formam-se na alma dois grupos de fendas diagonais, um para cada sentido da carga. Nas paredes que sofrem este tipo de rotura, em cada grupo de fendas uma abre mais que todas as outras, o que é claramente visível antes da rotura acontecer. A rotura dá-se ao longo de uma das duas fendas, com deslocamentos significativos entre os seus bordos. Não é possível tirar partido do endurecimento dos estribos na resistência ao esforço transversal, dado que, estando tracionados para ambos os sentidos de carregamento, após a cedência tendem a acumular extensões plásticas de tracção em todos os semi-ciclos, tendo as fendas tendência para abrir rapidamente. A peça colapsa antes de se atingirem nos estribos extensões para as quais o endurecimento seja significativo.

A rotura por corte com deslocamento horizontal (figura 2c da tabela 1) está associada à formação de uma fenda horizontal ao longo de toda a secção de momento máximo e é um fenómeno que apenas pode ocorrer sob carga cíclica.

De entre os diversos tipos de comportamento e rotura descritos, aquele que apresenta melhores características de comportamento face à acção sísmica é o da figura 1a da tabela 1, ao qual corresponde um comportamento dúctil em flexão. A todos os outros tipos de rotura possíveis em paredes correspondem menores ductilidade e capacidade de dissipação de energia. É assim desejável, sob o ponto de vista do comportamento sísmico, que a resistência máxima se dê em flexão, por cedência da armadura principal. Para que após a cedência a parede se possa deformar em regime plástico e dissipar energia histereticamente, é necessário que este processo não seja interrompido devido a uma rotura por outras causas, por exemplo, por esforço transversal. É assim necessário que a resistência a todos os outros modos de rotura seja superior à máxima resistência em flexão. Isto implica que os esforços actuantes que podem originar outros tipos de rotura não devem atingir os valores das respectivas resistências durante todo o comportamento não linear das paredes. Estes esforços actuantes que podem provocar outros tipos de rotura devem ser calculados considerando que na zona da rótula plástica se desenvolve um momento actuante igual à máxima resistência em flexão. Esta deve obviamente ser calculada considerando as quantidades reais de armadura e os efeitos que tendem a aumentar o momento resistente em fase plástica. Se assim não acontecer, não se tira partido da potencial ductilidade e capacidade de dissipação de energia das

paredes, o que implica a necessidade de projectar a estrutura com coeficientes de comportamento mais baixos.

3.3 Comportamento de lintéis

Designam-se por lintéis, vigas curtas, de altura semelhante ao comprimento, que resultam, na maioria dos casos, do preenchimento do espaço entre aberturas em paredes de betão armado. Dadas as características geométricas destes elementos o respectivo valor do factor de corte é extremamente baixo, pelo que o seu comportamento é fortemente influenciado pelo esforço transverso. Nomeadamente, a rotura por deslizamento por corte tem sido observada em testes de elementos deste tipo. Dado que o factor de corte destes elementos deriva da sua própria geometria, este tipo de comportamento frágil pode não ser evitável em elementos dimensionados de forma tradicional com armaduras horizontais de flexão e estribos verticais. Isto porque, adicionar estribos não aumenta a resistência a este tipo de rotura, pois os estribos não atravessam a superfície através da qual a rotura se dá. Uma solução para o problema consiste em absorver tanto o esforço transverso como o momento flector com armaduras diagonais, como se mostra na figura 15.

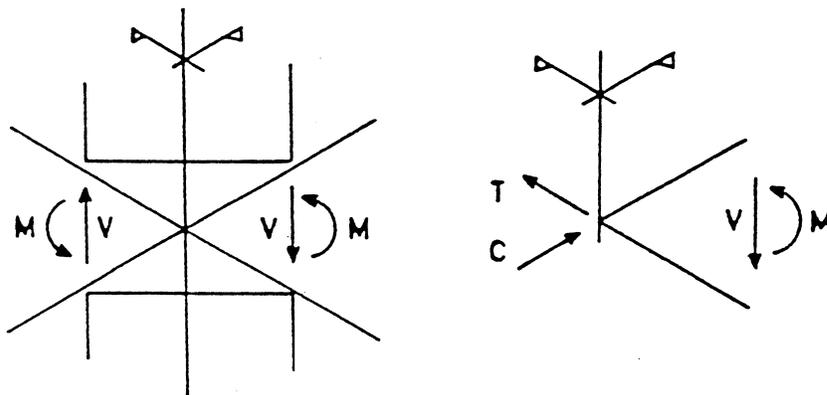


Figura 15 - Armaduras diagonais - esforços.

Note-se que, desta forma, as forças de tração e compressão nas armaduras diagonais contribuem directamente para a resistência ao deslizamento por corte, sendo a principal função do betão, no que se refere aos estados limite últimos, assegurar a integridade da diagonal comprimida. Sendo todos os esforços absorvidos por esforço axial das armaduras é de esperar que estes elementos tenham um comportamento não linear com boas características.

Para ilustrar o superior comportamento sísmico de lintéis armados desta forma, relativamente a estruturas semelhantes com lintéis armados de forma convencional com varões horizontais e estribos, apresentam-se resultados [11] de ensaios cíclicos

efectuados em duas estruturas, constituídas cada uma por duas paredes ligadas por sete lintéis, conforme esquematizado na figura 16.

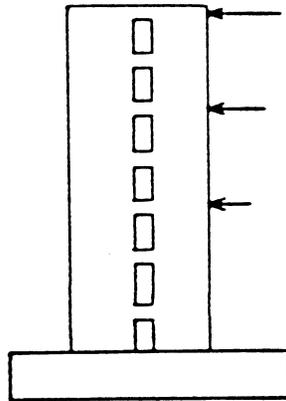


Figura 16 - Comportamento sísmico de lintéis - estruturas ensaiadas.

Os lintéis têm a mesma resistência última ao esforço transversal em ambos os modelos e as paredes estão armadas de tal forma que a cedência das armaduras na base das paredes se dá após a cedência dos lintéis. Assim as diferenças de comportamento das duas estruturas podem ser atribuídas ao comportamento dos lintéis. Apresenta-se na figura 17 a relação carga-deslocamento no topo para a estrutura A com lintéis armados de forma convencional e na figura 18 para a estrutura B cujos lintéis têm armadura diagonal.

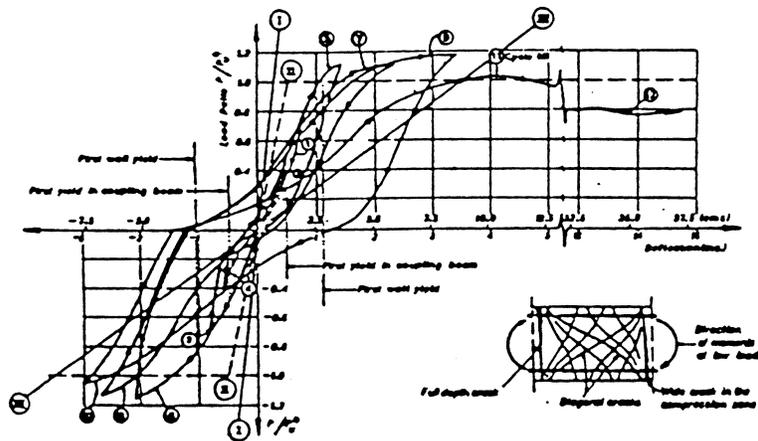


Figura 17 - Relação carga deslocamento no topo para a estrutura A [11].

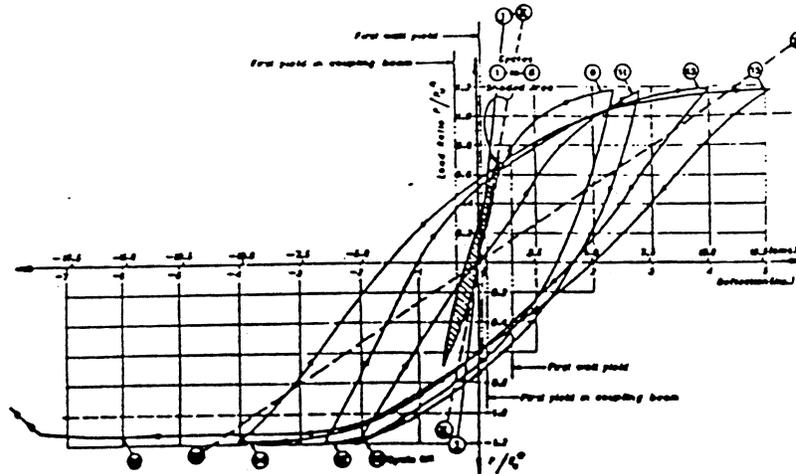


Figura 18 - Relação carga deslocamento no topo para a estrutura B[11].

Como se pode observar, o comportamento da estrutura cujos lintéis foram armados com varões inclinados é manifestamente superior ao da estrutura cujos lintéis foram armados de forma convencional. Nos lintéis armados desta forma, formaram-se fendas verticais ao longo das secções dos apoios após a cedência das armaduras de flexão, conduzindo à rotura por deslizamento por corte. O efeito de aperto ("pinching") e a correspondente diminuição da capacidade de dissipação de energia associados à rotura por deslizamento por corte, são também claramente visíveis. Pelo contrário, para a estrutura com varões inclinados nos lintéis, não se notam zonas de degradação de rigidez, pois o betão não é necessário para garantir a resistência dos lintéis ao esforço transversal, que pode ser absorvido pelas componentes verticais das forças nas armaduras diagonais. Estas evitam também o deslizamento por corte entre as faces dos lintéis e as paredes, limitando assim as deformações daqueles devidas ao esforço transversal. Observa-se também que a ductilidade disponível na estrutura B é bastante superior à da estrutura A, permitindo deslocamentos relativamente grandes em regime não linear sem perda significativa de resistência, o que traduz um excelente comportamento sísmico.

É então aconselhável que os lintéis sejam dimensionados com armadura diagonal se se quiser conferir a estes elementos boas características de comportamento não linear. A soma das componentes verticais das forças nas diagonais deverá equilibrar o esforço transversal, sendo o momento flector equilibrado pelo momento devido às componentes horizontais. Ambas as diagonais deverão ser convenientemente cintadas de forma a impedir a encurvadura da diagonal comprimida. As armaduras diagonais deverão ser convenientemente amarradas nas paredes de betão com comprimentos de amarração superior ao normal, mantendo a sua inclinação ou dobrando-as na vertical. Não deverão

ser amarradas na horizontal, pois assim a zona de amarração pode ficar numa fenda horizontal de flexão. O lintel deverá ser convenientemente estribado com armaduras pouco espaçadas para manter a integridade do betão fora das diagonais. Assim, além de proteger as próprias diagonais, limitam-se os danos devido à fendilhação (o que è importante para evitar danos significativos para um sismo não muito intenso, de intensidade inferior ao usado para dimensionamento aos estados limite últimos) e ao comportamento não linear. Para o sismo de projecto (estados limite últimos) os danos são muito maiores em lintéis armados de forma convencional, devido à abertura de grandes fendas e à rotura por deslizamento por corte.

4. Análise dinâmica fisicamente não linear

4.1 Tipos de modelos de elementos estruturais

Nesta secção faz-se uma revisão global, muito sintética, dos modelos existentes de elementos estruturais pertencentes a pórticos de betão armado submetidos a carregamentos repetidos e alternados. Referem-se, apenas, os modelos disponíveis para a flexão simples ou composta uniaxial (não abordando os modelos específicos adequados para a flexão desviada) capazes de modelar o comportamento de elementos estruturais de betão armado como vigas, pilares e paredes com comportamento predominante em flexão.

O comportamento dos elementos de betão armado pertencentes a pórticos planos sujeitos a deformações cíclicas laterais é diferenciado em zonas com deformações elásticas e inelásticas, estando estas últimas normalmente concentradas e perto das extremidades dos elementos (uma vez que é aí que os esforços de flexão são máximos). Assim, a modelação dos elementos consiste na associação – em paralelo ou em série – de subelementos representativos de elementos com comportamento elástico linear e de subelementos que modelam as regiões inelásticas. Em relação à modelação das zonas com deformações inelásticas pode-se admitir que elas se concentram nas extremidades dos elementos (ao longo de determinada extensão do elemento que se designa por comprimento de rótula plástica, L_p) – *modelos de plasticidade concentrada* – ou que se distribuem ao longo do comprimento do elemento – *modelos de plasticidade distribuída*. Os *modelos de plasticidade concentrada* são os mais utilizados, principalmente na modelação dos elementos horizontais, do tipo viga, dos pórticos planos.

O modelo que surgiu primeiro, dentro dos *modelos de plasticidade concentrada*, foi o proposto por Clough *et al.* [12]. Neste modelo o elemento é idealizado como dois subelementos associados em paralelo de que resulta um elemento cujo comportamento histerético em flexão é modelado por um diagrama $M-\theta$ (momento-rotação) bilinear (figura 19).

O primeiro subelemento considerado, que modela a cedência do elemento, tem um comportamento elástico-perfeitamente plástico com uma rigidez elástica inicial $-(1-p)k$ – tal que a combinação dos dois elementos em paralelo – $pk+(1-p)k$ – antes de atingir a cedência, apresente uma rigidez igual à rigidez elástica inicial k . O segundo

subelemento tem um comportamento elástico linear com um rigidez igual a uma parcela pequena (p) da rigidez total elástica (k), e modela o endurecimento do diagrama histerético bilinear.

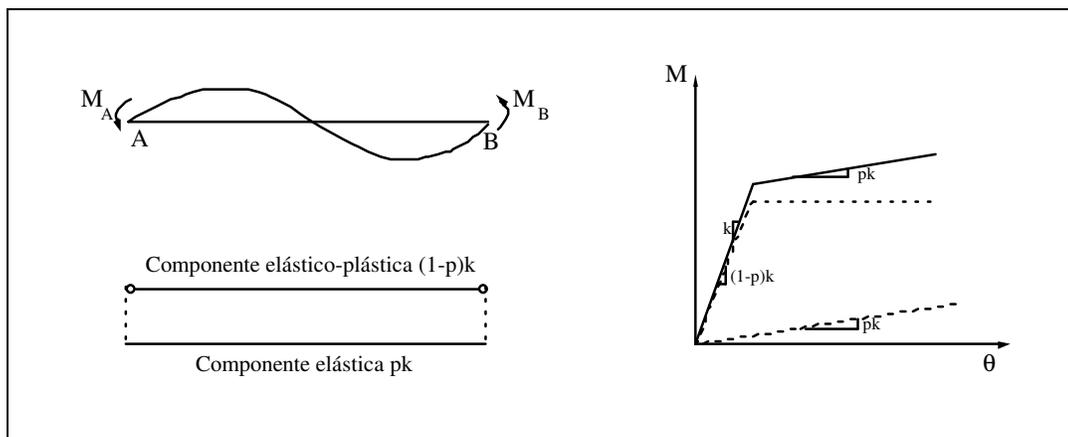


Figura 19 – Modelo com duas componentes em paralelo.

Assim, o comportamento histerético resultante do modelo de Clough *et al.* é bilinear, com os troços de carga e descarga paralelos ao troço inicial, monotónico. Sabendo-se que os elementos de betão armado sujeitos a carregamento repetido e alternado são caracterizados por elevadas degradações de rigidez, na carga e descarga, e por ciclos histeréticos mais estreitos que o correspondente ao modelo descrito, este vai sobrestimar o valor da energia histerética dissipada. Consequentemente, este modelo deve ser utilizado quando se tem essencialmente um pico de excursão inelástica no elemento ou quando se está interessado apenas em valores de amplitude de pico, de deformações inelásticas. Apesar destas limitações este modelo foi muito utilizado em diversos estudos e implementado em diferentes programas de análise dinâmica não linear, tais como o Drain-2d [13], uma vez que apresenta algumas vantagens em relação a outras alternativas igualmente simples, representativas da associação em série de subelementos; tais alternativas são descritas em seguida.

Para evitar o comportamento histerético bilinear inerente ao modelo de Clough *et al.*, com duas componentes em paralelo, Giberson [14] propôs um outro tipo de modelo de plasticidade concentrada, caracterizado pela associação em série de subelementos; estes consistem num subelemento elástico linear com duas molas de rotação não lineares nas extremidades (figura 20). Neste modelo o subelemento elástico modela as deformações elásticas do conjunto, enquanto que as deformações inelásticas são concentradas nas duas molas de extremidade. Assume-se normalmente que o ponto de inflexão está a meio do comprimento do elemento, como acontece nas vigas dos pórticos planos regulares sujeitos apenas a carregamentos laterais, i.e. sem cargas permanentes nem sobrecargas.

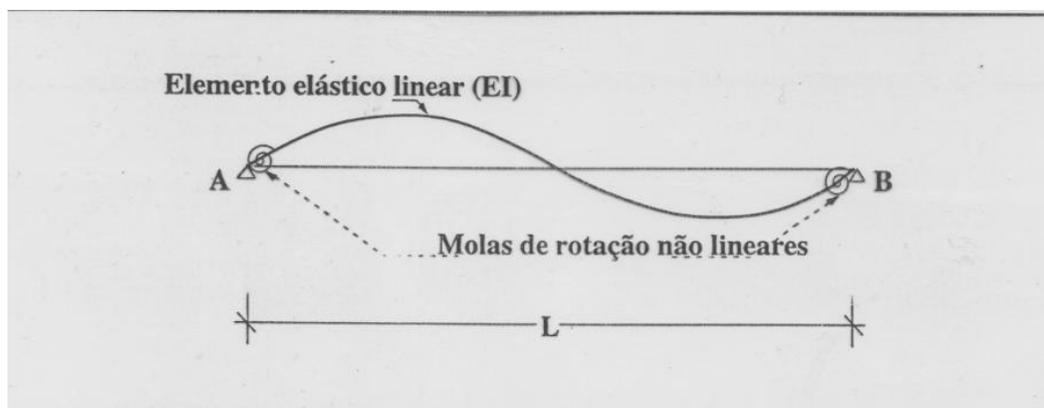


Figura 20 – Modelo com duas componentes em série.

Neste modelo, admitindo uma situação de deformação anti-simétrica (com ponto de inflexão a meio vão) as deformações inelásticas em metade da viga estão concentradas na rotação de extremidade θ_i e estão relacionadas com o momento de extremidade correspondente, M_i (i.e. M_A ou M_B). Assim, a contribuição dos elementos rotacionais para a matriz de flexibilidade tangente do elemento F_{inel}^t relativa aos graus de liberdade de rotação, é uma matriz diagonal (expressa na equação 7).

$$\mathbf{F}_{inel}^t = \begin{bmatrix} f_{AA} & 0 \\ 0 & f_{BB} \end{bmatrix} \quad (7)$$

A grande popularidade e divulgação desta abordagem deve-se fundamentalmente à sua versatilidade bem como à possibilidade de utilizar qualquer modelo histerético (como os apresentados em 4.2) para descrever as relações momento-rotação (ou momento-curvatura) das zonas inelásticas, podendo-se usar relações fenomenológicas baseadas na idealização de Takeda [15], por exemplo, ou modelos mais refinados que resultam da discretização em fibras das zonas inelásticas (*modelos de plasticidade distribuída*).

A maior limitação deste modelo está associada à necessidade de definir *a priori* uma determinada distribuição de curvaturas ao longo do elemento (i.e. o ponto de inflexão que normalmente se localiza a meio vão) ou, alternativamente, o comprimento de rótula plástica, L_p .

Os *modelos de plasticidade distribuída* idealizam o elemento através da sua discretização em fatias, pelo menos nas zonas onde se concentram as deformações inelásticas. Esta discretização representa-se na figura 21 e é feita ao longo do comprimento do elemento e ao nível da própria secção (modelo de fibras).

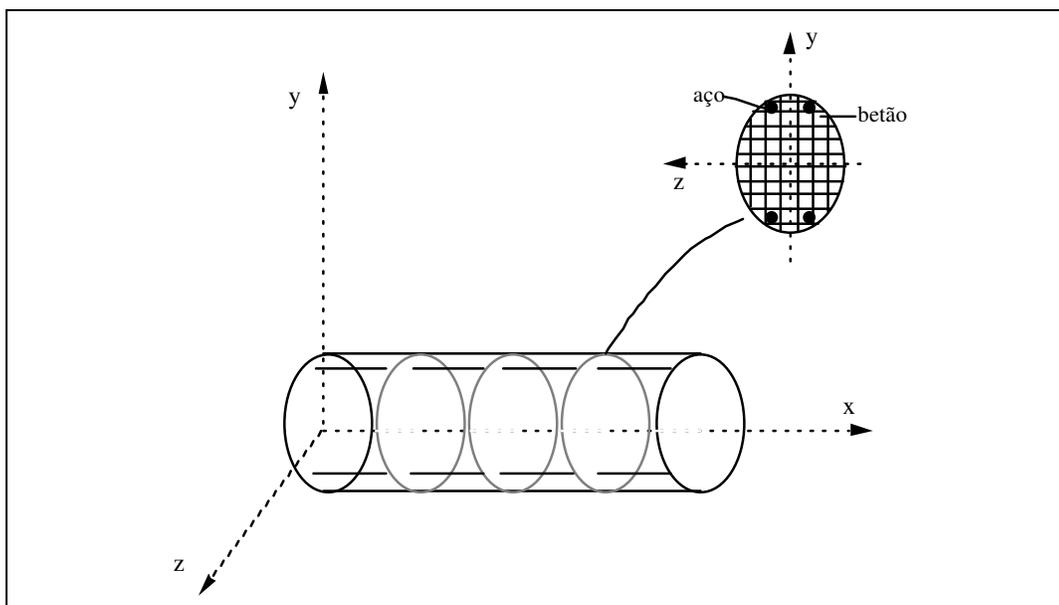


Figura 21 – Discretização do elemento em fatias ao longo do seu comprimento, e em fibras ao nível da secção.

A obtenção da matriz de rigidez do elemento é conseguida a partir da integração numérica das matrizes de rigidez das diversas secções ao longo do comprimento L do elemento. As relações constitutivas para a secção são obtidas a partir do comportamento do material que constitui as fibras: aço e/ou betão. Assim a definição adequada das relações constitutivas não lineares para estes dois tipos de materiais (σ - ϵ) é essencial para se obter uma modelação adequada do comportamento do elemento sob carregamento alternado e repetido.

A idealização dos elementos a partir da discretização em fibras – *modelos de plasticidade distribuída* – exige, para cada passo de integração, um número elevado de operações para a construção da matriz de rigidez tangente do elemento e para o cálculo de tensões e extensões (σ e ϵ) ao nível das fibras. O principal problema na implementação destes modelos está relacionado com o aparecimento de momentos desequilibrados em fatias intermédias ao longo do comprimento do elemento, originando instabilidades numéricas locais que se podem desenvolver e espalhar a todo o modelo. Apesar destas limitações, os *modelos de plasticidade distribuída* são os únicos capazes de representar o alastramento da inelasticidade ao longo dos elementos, permitindo ainda reproduzir, de uma forma adequada, diferentes fenómenos característicos dos elementos de betão armado quando sujeitos a carregamentos repetidos e alternados tais como: 1) o *efeito de aperto* dos ciclos histeréticos momento-curvatura; 2) certos pormenores na geometria da secção e a distribuição das armaduras na secção; 3) o efeito da variação do esforço axial; e 4) a consideração directa de relações σ - ϵ realistas para a modelação dos materiais.

Todos os modelos referidos são usados para a idealização dos elementos em flexão simples uniaxial (vigas), pertencentes a pórticos planos de betão armado sujeitos a acções horizontais cíclicas. No entanto, estes modelos podem também ser utilizados em análises tridimensionais se se admitir que o comportamento desses elementos é essencialmente relativo ao plano da subestrutura em que se encontram inseridos.

Relativamente aos elementos pilar, que integram subestruturas não complanares, a modelação admitida é apenas válida se se considerar que o comportamento não linear pode ser idealizado separadamente nas duas direcções. Seria no entanto possível utilizar o mesmo tipo de modelos para idealizar o comportamento de estruturas tridimensionais, desde que fosse efectuada uma adequada discretização ao nível das fibras.

Outro aspecto relevante na utilização dos modelos anteriores para a idealização dos elementos sujeitos a flexão composta (pilares) tem a ver com a localização do ponto de inflexão. Admitir que este ponto se encontra a meio vão nas análises não lineares pode ser inapropriado. Ao contrário do que se passa nas vigas, nos elementos verticais dos pórticos planos o ponto de inflexão pode-se encontrar próximo de uma das extremidades do elemento, ou pode mesmo localizar-se fora do elemento, sobretudo quando os elementos verticais são muito mais rígidos do que os horizontais, ou se se localizam no piso de baixo ou de cima do pórtico, ou ainda se a resposta dinâmica é condicionada pelos modos superiores (como pode acontecer em estruturas irregulares). Os modelos mais adequados nestas situações são os *modelos de plasticidade distribuída*, que permitem considerar não apenas a variação do comprimento das regiões inelásticas como também modelar correctamente qualquer tipo de distribuição do momento flector (mesmo bastante diferente de uma distribuição antissimétrica).

4.2 Modelos de comportamento histerético

Como já se referiu, para as acções horizontais repetidas e alternadas, as deformações dos elementos de um pórtico de betão armado concentram-se principalmente nas suas extremidades, nas zonas junto aos nós de ligação entre os pilares e as vigas. Nesta situação é possível ter em consideração o comportamento não linear nessas zonas, através da análise de uma única secção transversal localizada na extremidade de cada um dos elementos estruturais (*modelos de plasticidade concentrada*).

Nesta secção apresentam-se resumidamente os modelos desenvolvidos para a descrição do comportamento não linear, sob acções cíclicas, de uma secção representativa de uma região do elemento onde se concentram as deformações inelásticas. Estes modelos de

comportamento global de secções de betão armado descrevem directamente as relações força-deslocamento ($F-\delta$) ou momento-curvatura ($M-\chi$) a partir da definição de uma envolvente, representativa do comportamento da secção sob carregamento monotónico, e da consideração de um determinado número de regras que controlam a evolução da resposta ao longo do processo de carregamento.

Os modelos hysteréticos mais simples são os bilineares, elasto-plástico ou com endurecimento (figura 22). O comportamento não linear das secções é definido considerando apenas duas fases: uma elástica e outra inelástica.

Com estes modelos hysteréticos bilineares admite-se que o comportamento da secção é elástico inicialmente, até ocorrer a cedência das armaduras. As descargas são paralelas ao troço elástico inicial, até se verificar a cedência na direcção oposta, não se modelando, portanto qualquer *degradação de rigidez*. A rigidez tangente em fase plástica poderá ser nula – comportamento elasto-plástico perfeito (figura 22-a) – ou apresentar valores diferentes de zero representativos do endurecimento após cedência (Fig. 22-b).

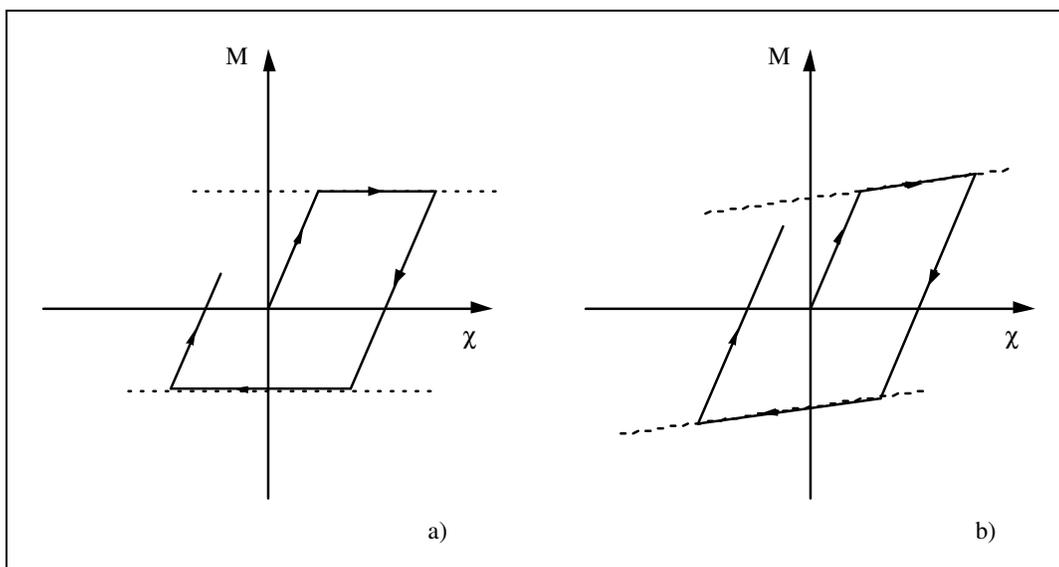


Figura 22 – Modelos hysteréticos bilineares: a) elasto-plástico perfeito; b) com endurecimento.

Os modelos bilineares sobreavaliam significativamente a energia hysterética dissipada dos elementos de betão armado. Por esta razão o seu uso é limitado sendo principalmente usados para modelar elementos sujeitos a flexão uniaxial sem esforço axial (vigas em pórticos planos).

De entre os muitos modelos hysteréticos desenvolvidos merece destaque o modelo Takeda [15], uma vez que se trata de um modelo muito divulgado e extensivamente

utilizado para a representação do comportamento hysterético dos elementos de betão armado sujeitos a carregamento repetido e alternado. Este modelo consiste no estabelecimento de uma lei fenomenológica pormenorizada ajustada a relações força-deslocamento obtidas em ensaios experimentais, baseando-se numa curva envolvente trilinear (figura 23).

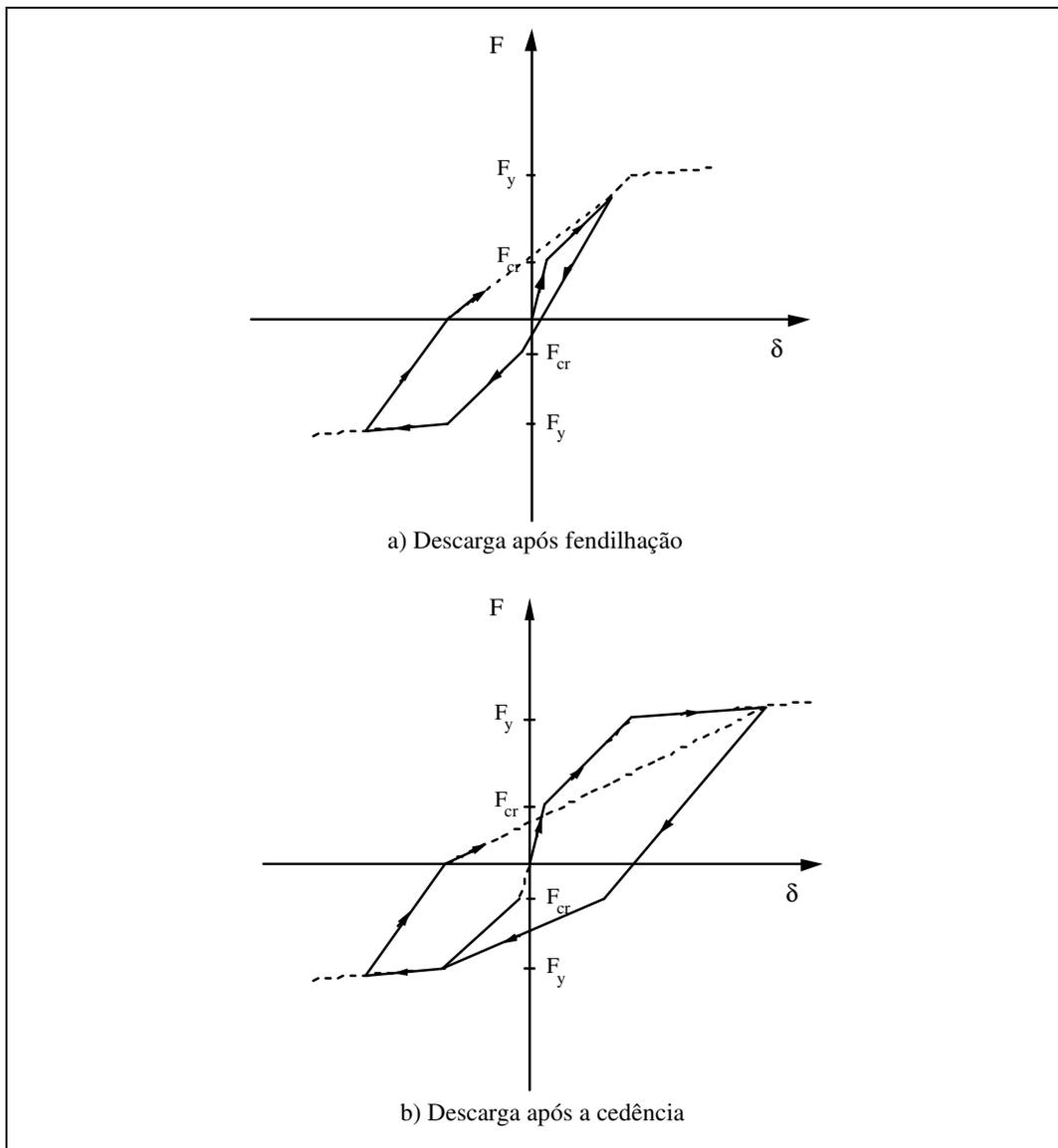


Figura 23 – Modelo de Takeda.

Este modelo considera a *degradação de rigidez* tanto em descarga como em recarga, em função da deformação máxima, e estabelece ainda regras que permitem descrever o comportamento das secções de betão armado ao longo de pequenos ciclos que se verifiquem no interior de ciclos de maior amplitude que tenham ocorrido anteriormente.

A implementação do modelo de Takeda revelou-se muito onerosa devido ao elevado número de regras necessárias para a sua definição. Por esta razão, surgiram adaptações do modelo original, que utilizaram idealizações mais simples.

A principal limitação deste modelo deve-se à não consideração do *efeito de aperto*, muito característico da resposta de alguns elementos de betão armado em consequência, por exemplo, dos efeitos do esforço axial, do esforço transversal, da existência de armaduras assimétricas, etc.

Os modelos histeréticos referidos nesta secção correspondem ao estabelecimento de regras fenomenológicas, calibradas com base em ensaios experimentais, e que idealizam as relações histeréticas a partir de troços lineares que vão traduzindo a evolução da resposta ao longo de um processo de carga repetido e alternado. No entanto, existe outro tipo de modelos que permitem descrever o comportamento histerético de determinada secção, característica da zona com deformações inelásticas, a partir da modelação do comportamento dos materiais que a constituem.

4.3 Comportamento de materiais

Apresentam-se de seguida e resumidamente alguns aspectos importantes relacionados com a modelação do comportamento cíclico do aço e do betão, descrevendo-se mais em pormenor apenas os modelos que serviram de base à idealização do comportamento cíclico das fibras em que se discretizaram as secções de betão armado.

4.3.1 Comportamento do aço

O comportamento de elementos estruturais de betão armado é muito influenciado pelo comportamento das armaduras, fundamentalmente após a fendilhação do betão. Com a ocorrência de fendas, principalmente se estas se verificam ao longo de toda a altura da secção de um elemento, são quase exclusivamente os varões de aço das armaduras que suportam os esforços de flexão instalados devido a um carregamento alternado. As relações constitutivas da armadura têm, pois, um papel preponderante na modelação adequada do comportamento de uma secção de betão armado, quando submetida a carregamentos repetidos e alternados.

A história de deformações a que os varões, pertencentes a elementos de betão armado, ficam submetidos quando sujeitos a carregamentos cíclicos simétricos afasta-se sempre de um diagrama simétrico. Enquanto não há degradação do betão, as forças de compressão são suportadas fundamentalmente pelo betão e as de tracção pelas armaduras longitudinais, originando deformações principalmente positivas (de tracção)

nos varões. Este fenómeno é ainda mais evidente após a ocorrência de alguns ciclos que vão deteriorar a aderência entre o betão e as armaduras, provocando ainda menores valores de deformações de compressão impostas aos varões. Esta situação só se altera depois de se verificar o *descasque* (esmagamento do betão de recobrimento) e a deterioração da capacidade resistente do betão confinado. Depois do descasque, os varões longitudinais que se encontram comprimidos têm tendência a encurvar devido à perda do confinamento conferido pelo betão de recobrimento e ao facto de frequentemente exibirem deformações plásticas positivas ocorridas no semi-ciclo de tracção anterior. A solução para evitar a encurvadura dos varões encontra-se na realização de uma cintagem adequada.

O comportamento característico dos varões de aço quando submetidos a carregamento alternado e repetido está representado na figura 24.

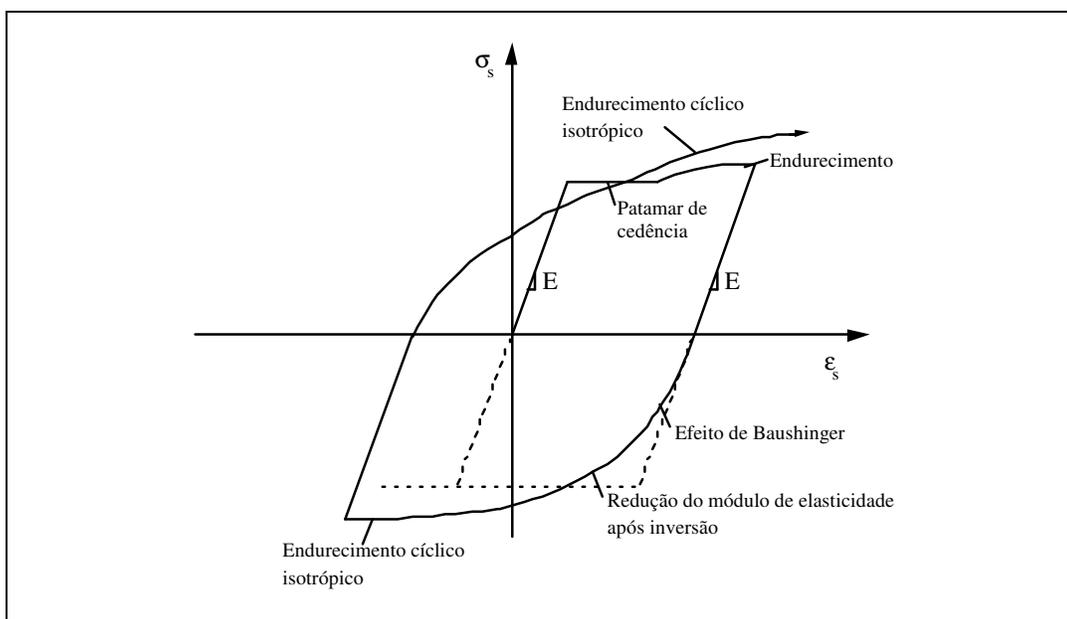


Figura 24 – Características principais do comportamento histerético do aço.

Como se ilustra na figura 24, verifica-se que o comportamento histerético é basicamente descrito pelas seguintes características:

- curva monotónica caracterizada por um traço elástico, um patamar de cedência com um traço com endurecimento;
- efeito de Baushinger (verifica-se quando um varão é traccionado até atingir o traço de endurecimento e, após alternância de carga, apresenta um comportamento não linear para valores de tensão substancialmente mais baixos que o valor inicial da tensão de cedência) e redução do módulo de elasticidade na zona não elástica (*degradação de rigidez*);

- endurecimento cíclico isotrópico, isto é aumento do valor da tensão máxima em ciclos posteriores a excursões plásticas.

Apenas se vai referir o modelo de Giuffrè-Menegoto-Pinto [16] um dos modelos propostos mais relevantes. Este modelo é baseado na utilização de equações que permitem exprimir explicitamente os valores das tensões (σ_s) em função dos valores das deformações (ε_s), podendo-se determinar as tensões no aço directamente a partir das extensões correspondentes, sem ser necessário recorrer à resolução de equações não lineares (como acontece com alguns de outros modelos de aço propostos que, inversamente, explicitam as extensões em função das tensões). Este modelo está representado na figura 25.

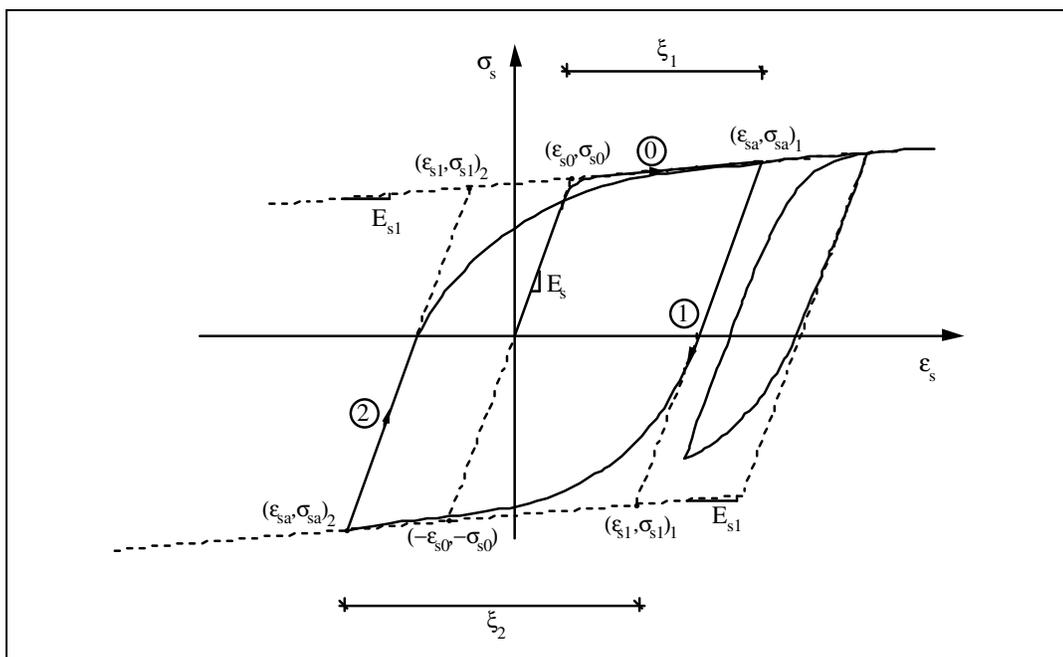


Figura 25 – Modelo de Giuffrè-Menegoto-Pinto.

Como se indica na figura, a idealização de Giuffrè-Menegoto-Pinto considera que os caminhos de carga e descarga se desenvolvem assintoticamente a duas rectas paralelas definidas com base no diagrama monotónico, estando pois contidos numa envolvente bilinear constituída por um troço elástico e um troço com endurecimento

O modelo de Giuffrè-Menegoto-Pinto corresponde a uma formulação simples capaz de reproduzir adequadamente os resultados experimentais relativos a histórias de deformações cíclicas simétricas, com amplitudes em tracção e em compressão semelhantes. No entanto, as curvas tensão-extensão para todos os ciclos desenvolvem-se assintoticamente a duas rectas paralelas, definidas com base no diagrama monotónico, não conseguindo simular o endurecimento cíclico isotrópico. Este facto é

o maior inconveniente deste modelo uma vez que pode ser de grande importância na modelação do comportamento cíclico de armaduras longitudinais pertencentes a elementos de betão armado.

4.3.2 *Comportamento do betão*

Com o objectivo de ilustrar as características essenciais do comportamento do betão relativamente à forma como este influencia o comportamento cíclico dos elementos estruturais de betão armado (vigas e pilares), apresenta-se apenas o comportamento uniaxial do betão. Referem-se os aspectos mais significativos relativos à idealização do comportamento do betão, focando-se apenas os modelos mais usuais baseados em formulações incrementais da teoria da elasticidade para o estabelecimento das relações constitutivas do betão sujeito à compressão, considerando o efeito do confinamento (armaduras transversais).

Esquematiza-se na figura 26 o comportamento do betão à compressão, em termos de tensão-deformação, obtido num ensaio de compressão uniaxial de um cilindro de betão. No diagrama é possível observar diferentes fenómenos:

- redução de rigidez antes de se atingir o valor máximo da tensão (f_c), correspondente à extensão ϵ_{co} , a qual é devida à fissuração;
- após a tensão máxima (f_c), segue-se um troço descendente, designado por amolecimento (“softening”), até à rotura (quando se atinge a extensão última ϵ_{cu}).

O diagrama da figura 26, que representa o comportamento do betão sujeito a carregamento monotónico de compressão, em termos de tensão-extensão (σ_c - ϵ_c), pode ser definido analiticamente através da variação parabólica [17].

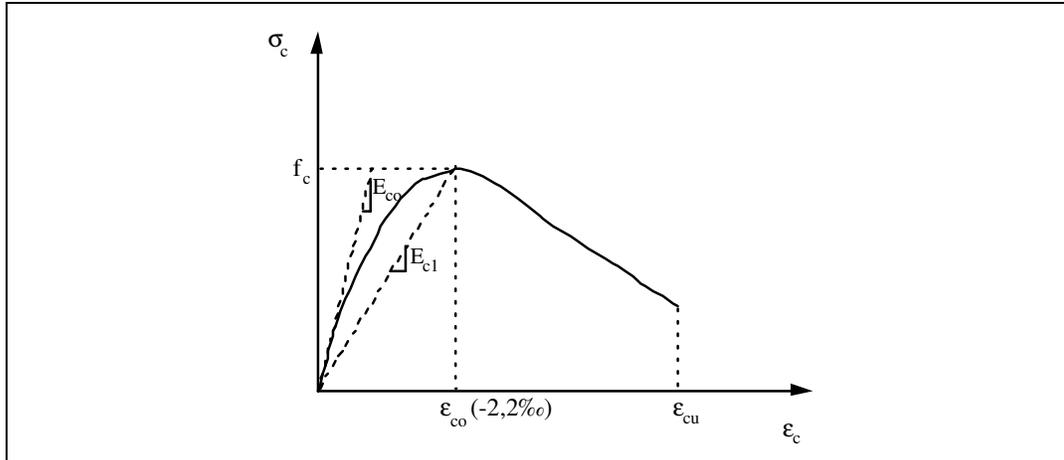


Figura 26– Diagrama tensão-extensão do betão sob carregamento monotónico.

Um confinamento adequado do betão, conferido por uma eficiente cintagem dos varões longitudinais a partir da disposição de armaduras transversais, pode aumentar significativamente a ductilidade influenciando de forma relevante o comportamento do betão depois de se atingir a tensão máxima, em particular no que diz respeito à capacidade de deformação. O efeito de confinamento, que consiste num impedimento da expansão lateral que ocorreria por *efeito de Poisson*, é especialmente importante para valores elevados de tensões, aos quais ocorre a microfissuração interna do betão.

O efeito de cintagem é tanto maior quanto menor for a deformabilidade dos estribos, i.e. quanto maior for a sua rigidez e quanto mais contínua for a sua distribuição. Verificou-se ainda que o tipo de confinamento também influencia o comportamento do betão: as cintas circulares ou helicoidais são bastantes eficazes; as cintas rectangulares apresentam menor rigidez à expansão lateral do betão devido ao seu funcionamento em flexão.

Com base em resultados experimentais conhecidos é possível enumerar as seguintes características do efeito de confinamento:

- aumento do valor da tensão máxima (f_c);
- aumento da ductilidade através do incremento da extensão para a qual se verifica a tensão máxima e através do incremento do valor da extensão última (ϵ_{cu});
- alterações imperceptíveis da rigidez inicial (E_{co}).

Para um elemento de betão armado sujeito a compressão simples ocorre inicialmente o *descasque* da secção (esmagamento do betão de recobrimento) e, se a cintagem é inadequada, verifica-se uma rotura frágil provocada pelo esmagamento do betão

interior, logo após a rotura do betão de recobrimento. Este fenómeno é agravado com a encurvadura dos varões longitudinais. Se o elemento de betão armado está também sujeito a flexão (flexão composta) as consequências do *descasque* são ainda mais gravosas, pois não só se verifica a redução da zona em compressão, como também diminui a altura da secção. Assim pode-se afirmar, e em forma de conclusão, que a cintagem adequada das secções de betão armado tem um papel preponderante no aumento da ductilidade uma vez que torna mais resistente o betão do núcleo e ainda porque evita a encurvadura dos varões longitudinais, garantindo assim uma maior capacidade de compressão desses varões.

O comportamento uniaxial do betão sujeito a carregamento cíclico em compressão está ilustrado na figura 27 em termos de tensão-deformação. É conhecido, por se ter constatado experimentalmente, que se pode definir uma envolvente independente da história de carregamento, e onde todo o diagrama cíclico σ_c - ε_c , está contido. A envolvente, representada na figura 27, coincide com a curva do ensaio monotónico.

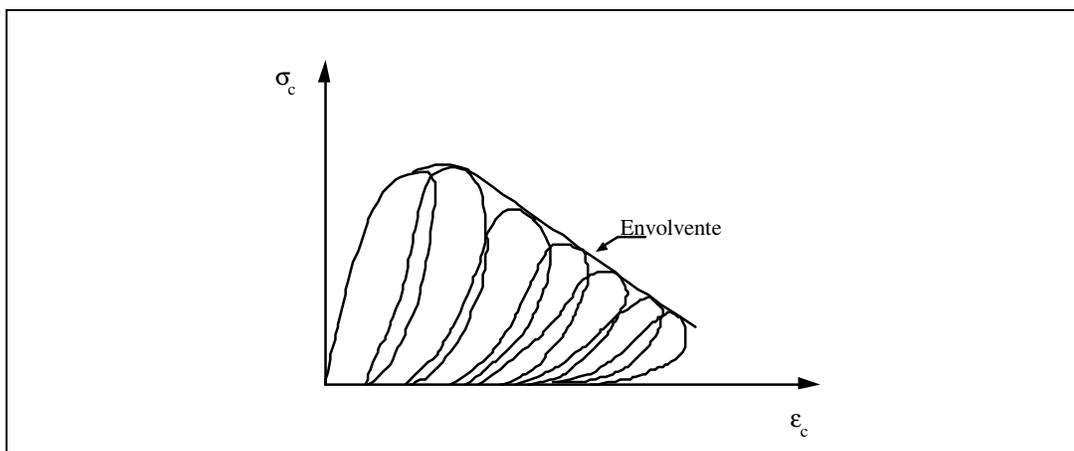


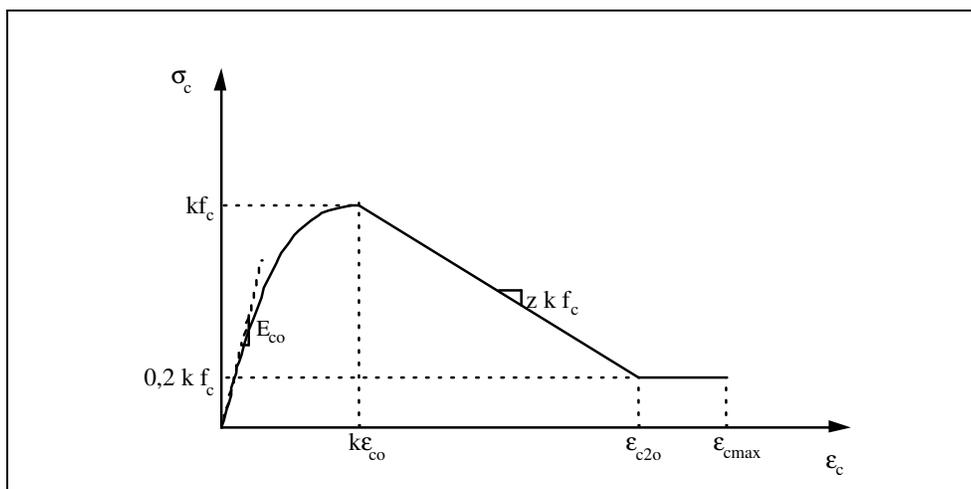
Figura 27 – Diagrama σ_c - ε_c do betão para carregamento cíclico em compressão.

A influência da relação constitutiva do betão no comportamento cíclico de um elemento de betão armado é, relativamente à do aço, muito menos relevante. No entanto, tem-se constatado que a envolvente monotónica condiciona de alguma forma o comportamento do elemento (ou secção) e, pelo contrário, alterações nos caminhos de carga e descarga traduzem-se em alterações pouco significativas na resposta estrutural do elemento. Assim, conclui-se não haver necessidade de se desenvolver modelos muito sofisticados para idealizar o betão devendo-se, no entanto, ter algum cuidado com a definição da sua envolvente.

Atendendo a que se deve ter um cuidado especial com a definição da curva envolvente dos diagramas cíclicos do betão à compressão apresenta-se, nestes apontamentos, o modelo proposto por Scott, Park e Priestley [18] que considera o efeito de cintagem,

não só na inclinação do troço descendente da curva envolvente, como também no valor da tensão máxima e na extensão correspondente.

A envolvente para o betão cintado, proposta por Scott, Park e Priestley e definida com base em resultados experimentais, está representada na figura 28. A envolvente para o betão cintado é definida a partir de três troços: um primeiro parabólico até se atingir a tensão máxima (kf_c), seguido de um troço recto de Figura 28 – Modelo de Scott, Park e Priestley para a envolvente do betão cintado.



scendente até se atingir uma tensão igual a $0,2kf_c$ e por último um patamar.

Figura 28 – Modelo de Scott, Park e Priestley para a envolvente do betão cintado.

A envolvente para o betão não cintado está representada na figura 29, e obtém-se a partir da envolvente proposta por Scott, Park e Priestley para o betão cintado admitindo que o parâmetro k é igual à unidade e a extensão ϵ_{c20} toma o valor de 0,004 (atendendo que não há armadura transversal e, conseqüentemente, ρ_v é nulo).

A envolvente para o betão não cintado é definida a partir de dois troços: um primeiro parabólico até se atingir a tensão máxima (f_c), seguido de um troço recto descendente até se atingir uma tensão igual a $0,2f_c$.

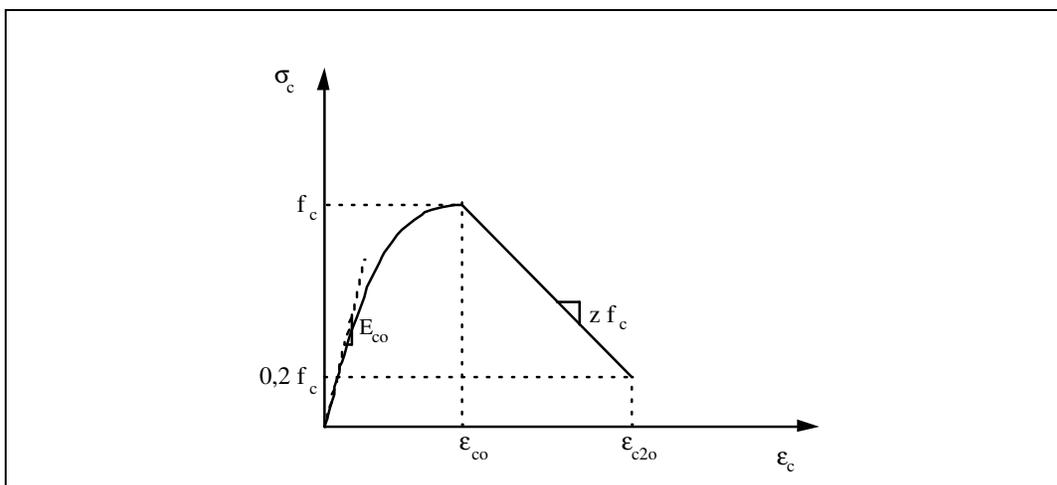


Figura 29 – Modelo para a envolvente do betão não cintado.

De entre os diferentes modelos propostos para idealizar o comportamento cíclico do betão com inclusão de regras para as cargas e as descargas salienta-se o modelo de Thompson e Park [19], que é um dos mais utilizados (figura 30).

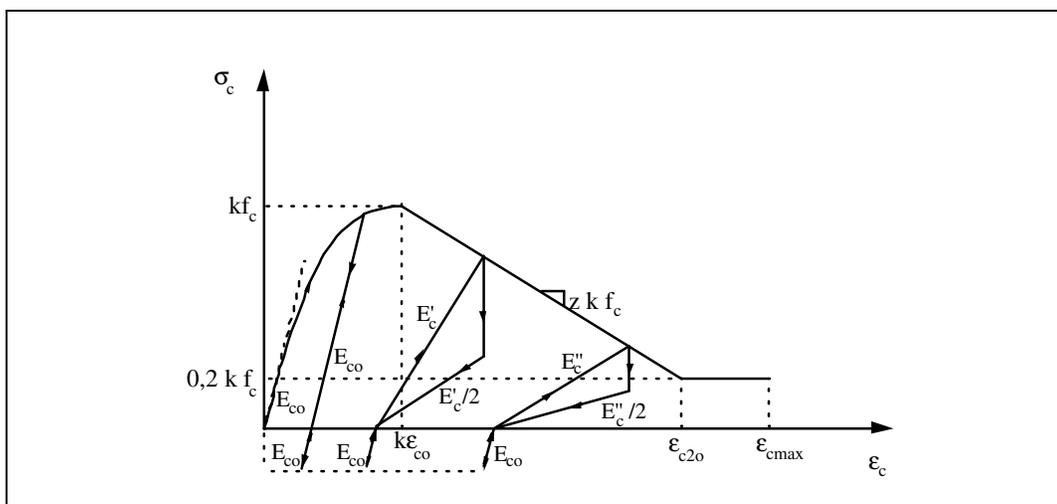


Figura 30 – Relação constitutiva do betão confinado com os caminhos de carga e descarga propostos por Thompson e Park [19].

Este modelo de tensão-extensão foi definido com base em observações experimentais tendo-se verificado, apesar da sua simplicidade, a obtenção de resultados suficientemente precisos na avaliação do comportamento cíclico de elementos estruturais de betão armado.

4.4 Equações de equilíbrio dinâmico - Integração directa

Em problemas de análise dinâmica não linear de estruturas, a equação de equilíbrio dinâmico (equação de movimento) pode escrever-se de acordo com a equação (8).

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = P \quad (8)$$

onde $M \ddot{u}$ representa as forças de inércia, $C \dot{u}$ as forças de amortecimento, $K u$ as forças de restituição e P as forças exteriores aplicadas à estrutura.

Existem basicamente dois métodos para a resolução da equação (8):

- os métodos de sobreposição modal;
- os métodos de integração numérica.

Os primeiros baseiam-se no Princípio da Sobreposição dos Efeitos pelo que se aplicam em análises lineares.

Os métodos de integração numérica consistem na integração directa da equação (8) para obter a história da resposta no tempo (em termos de deslocamentos u_t , ou velocidades \dot{u}_t ou acelerações \ddot{u}_t), através da utilização de procedimentos incrementais - Integração passo-a-passo. Estes métodos são os únicos esquemas que permitem considerar a variação de rigidez e do amortecimento ao longo do tempo, atendendo assim ao comportamento fisicamente não linear

A integração passo-a-passo é realizada de forma a satisfazer as equações de equilíbrio dinâmico incrementalmente para que, no final de cada incremento, isto é em determinados pontos discretos (... , $t-\Delta t$, t , $t+\Delta t$,...), o equilíbrio seja mantido e o deslocamento u , a velocidade \dot{u} e a aceleração \ddot{u} sejam usados como condições iniciais do incremento seguinte. Para evitar a acumulação de erros resultantes das forças de desequilíbrio em cada passo de integração é corrente, nos métodos de integração passo-a-passo para a análise dinâmica não linear de estruturas, aplicar uma força correctiva (de desequilíbrio - Q_i) no passo de integração seguinte por forma a que o equilíbrio seja mantido (figura 31).

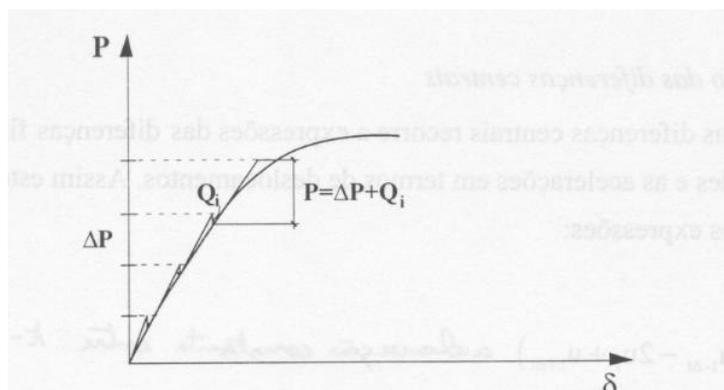


Figura 31 - Forças de desequilíbrio Q_i .

O procedimento indicado envolve a subdivisão do tempo total em intervalos Δt . A equação de equilíbrio dinâmico toma a forma:

$$M \Delta \ddot{u} + C \Delta \dot{u} + K \Delta u = \Delta P \quad (9)$$

Os métodos de integração passo-a-passo são normalmente classificados em duas categorias [20], correspondendo a estratégias diferentes:

- Métodos explícitos;
- Métodos implícitos.

Nos métodos explícitos a resposta $u_{t+\Delta t}$ num instante genérico $t+\Delta t$, pode ser obtida a partir do estabelecimento de equações no instante t (não sendo necessário a resolução do sistema de equações para o instante $t+\Delta t$). Como exemplo de um método explícito apresenta-se o método das diferenças centrais que é um dos métodos mais conhecidos de integração passo-a-passo.

Nos métodos implícitos o esquema de integração é baseado na consideração de determinadas hipóteses para a variação dos deslocamentos, velocidades ou acelerações entre os instantes t e $t+\Delta t$. A resposta no instante $t+\Delta t$ depende da resolução das equações de equilíbrio estabelecidas nesse instante. Assim, a solução obtida depende não só da solução dos valores dos deslocamentos, velocidades e acelerações correspondentes ao instante t (u_t , \dot{u}_t e \ddot{u}_t) como ainda de $u_{t+\Delta t}$. Apresenta-se a título exemplificativo de métodos implícitos, o método de Wilson- θ e o método de Newmark.

4.4.1 Método das diferenças centrais

O método das diferenças centrais recorre a expressões das diferenças finitas para exprimir as velocidades e as acelerações em termos de deslocamentos. Assim este método baseia-se nas seguintes expressões:

$$\ddot{u}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (u_{t-\Delta t} - 2u_t + u_{t+\Delta t}) \quad (10)$$

$$\dot{u}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-u_{t-\Delta t} + u_{t+\Delta t}) \quad (11)$$

Utilizando estas equações para exprimir as velocidades e as acelerações na equação de equilíbrio para o instante t (\dot{u}_t e \ddot{u}_t) pode obter-se a solução $u_{t+\Delta t}$ através da equação (12).

$$\bar{M} u_{t+\Delta t} = \bar{P} \quad (12)$$

onde

$$\bar{M} = \frac{1}{\Delta t^2} M + \frac{1}{2\Delta t} C \quad (13)$$

$$\bar{P} = P_t - \left(K - \frac{2}{\Delta t^2} M \right) u_t - \left(\frac{1}{\Delta t^2} M - \frac{1}{2\Delta t} C \right) u_{t-\Delta t} \quad (14)$$

Como se constata a solução $u_{t+\Delta t}$ é baseada em condições de equilíbrio estabelecidas no instante t ; i.e. $u_{t+\Delta t}$ é determinado usando a equação (8) para o instante t . Por esta razão este procedimento de integração é chamado de método de integração explícito.

Note-se que a solução $u_{t+\Delta t}$ só pode ser determinada se forem conhecidos os valores da resposta nos dois incrementos anteriores, o que geralmente obriga a procedimentos específicos no início do cálculo.

4.4.2 Método de Wilson- θ

O método de Wilson- θ é um método implícito de integração e baseia-se no estabelecimento de uma variação para a resposta estrutural em aceleração, idêntica para todos os graus de liberdade. Este método é essencialmente uma extensão do método de aceleração linear onde se assume uma variação linear da aceleração entre o instante genérico t e o instante $t+\Delta t$. No método de Wilson- θ considera-se a aceleração linear entre o instante t e o instante $t+\theta\Delta t$, onde $\theta \geq 1,0$ (figura 32). Para $\theta=1,0$ o método reduz-se ao método de aceleração linear.

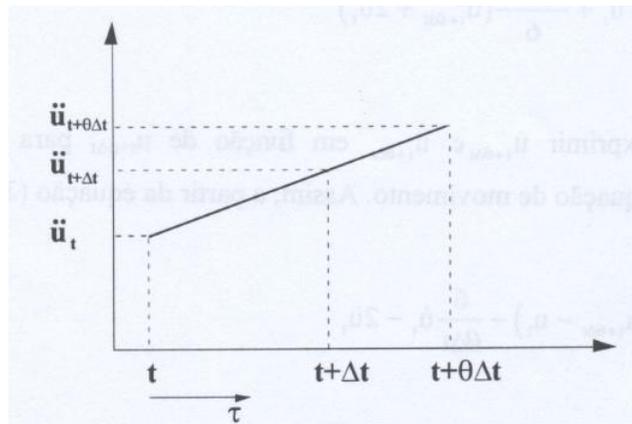


Figura 32 - Método de Wilson- θ ; aceleração linear.

Considerando um intervalo de tempo $\theta\Delta t$ entre dois instantes genéricos t e $t+\theta\Delta t$, a lei de variação da aceleração neste intervalo pode exprimir-se por:

$$\ddot{u}_{t+\tau} = \ddot{u}_t + \frac{1}{\theta\Delta t} (\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t) \tau \quad (15)$$

em que:

$$0 \leq \tau \leq \theta\Delta t \quad (16)$$

Integrando, tem-se as seguintes expressões para a velocidade e o deslocamento:

$$\dot{u}_{t+\tau} = \dot{u}_t + \ddot{u}_t \tau + \frac{1}{\theta\Delta t} (\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{u}_t) \frac{\tau^2}{2} \quad (17)$$

$$u_{t+\tau} = u_t + \dot{u}_t \tau + \ddot{u}_t \frac{\tau^2}{2} + \frac{1}{\theta \Delta t} (\ddot{u}_{t+\theta \Delta t} - \ddot{u}_t) \frac{\tau^3}{6} \quad (18)$$

Usando as duas equações anteriores (equações 17 e 18) tem-se para o instante $t+\theta \Delta t$:

$$\dot{u}_{t+\theta \Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\theta \Delta t}{2} (\ddot{u}_{t+\theta \Delta t} + \ddot{u}_t) \quad (19)$$

$$u_{t+\theta \Delta t} = u_t + \theta \Delta t \dot{u}_t + \frac{\theta^2 \Delta t^2}{6} (\ddot{u}_{t+\theta \Delta t} + 2\ddot{u}_t) \quad (20)$$

O objectivo é exprimir $\dot{u}_{t+\theta \Delta t}$ e $\ddot{u}_{t+\theta \Delta t}$ em função de $u_{t+\theta \Delta t}$ para seguidamente serem substituídos na equação de movimento. Assim, a partir da equação (20) obtém-se:

$$\ddot{u}_{t+\theta \Delta t} = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} (u_{t+\theta \Delta t} - u_t) - \frac{6}{\theta \Delta t} \dot{u}_t - 2\ddot{u}_t \quad (21)$$

Substituindo a equação (21) na equação (19) tem-se:

$$\dot{u}_{t+\theta \Delta t} = \frac{3}{\theta \Delta t} (u_{t+\theta \Delta t} - u_t) - 2\dot{u}_t - \frac{\theta \Delta t}{2} \ddot{u}_t \quad (22)$$

As expressões obtidas para $\dot{u}_{t+\theta \Delta t}$ e $\ddot{u}_{t+\theta \Delta t}$ são substituídas na equação de equilíbrio para o instante $t+\theta \Delta t$:

$$M\ddot{u}_{t+\theta \Delta t} + C\dot{u}_{t+\theta \Delta t} + K u_{t+\theta \Delta t} = P_{t+\theta \Delta t} \quad (23)$$

onde $P_{t+\theta \Delta t}$ obtém-se assumindo uma variação linear para a carga (equação 24).

$$P_{t+\theta \Delta t} = P_t + \theta (P_{t+\Delta t} - P_t) \quad (24)$$

Assim, substituindo as equações (21) e (22) na equação (23), obtém-se a seguinte equação:

$$\tilde{K} u_{t+\theta \Delta t} = \tilde{P}_{t+\theta \Delta t} \quad (25)$$

em que:

$$\tilde{K} = K + \frac{6}{(\theta\Delta t)^2} M + \frac{3}{\theta\Delta t} C \quad (26)$$

$$\tilde{P}_{t+\theta\Delta t} = P_{t+\theta\Delta t} + M \left(\frac{6}{(\theta\Delta t)^2} u_t + \frac{6}{\theta\Delta t} \dot{u}_t + 2\ddot{u}_t \right) + C \left(\frac{3}{\theta\Delta t} u_t + 2\dot{u}_t + \frac{\theta\Delta t}{2} \ddot{u}_t \right) \quad (27)$$

Depois de calculado $u_{t+\theta\Delta t}$, calcula-se $\ddot{u}_{t+\theta\Delta t}$ utilizando a equação (21) e, por fim, calcula-se $u_{t+\Delta t}$, $\dot{u}_{t+\Delta t}$ e $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ recorrendo às equações (15), (17) e (18) e para $\tau=\Delta t$.

O valor óptimo para θ , em termos de uma análise de estabilidade é $\theta=1,420815$, com um mínimo igual a 1,37. Por defeito é habitual admitir $\theta=1,4$.

4.4.3 Método de Newmark

O método de Newmark é um dos métodos implícitos de integração mais utilizados. Assim como o método de Wilson- θ , também o método de Newmark se baseia no estabelecimento de uma variação para a resposta estrutural em aceleração, tratando-se de uma extensão do método da aceleração linear. Newmark admitiu o seguinte:

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + [(1 - \delta)\ddot{u}_t + \delta\ddot{u}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (28)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t\dot{u}_t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}_t + \alpha\ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (29)$$

Nas duas expressões anteriores α e δ são parâmetros que são determinados por forma a se obter integrações estáveis e precisas. Se α for igual a 1/6 e δ igual a 1/2 o método de Newmark corresponde à consideração de uma lei de variação linear para a aceleração entre os instantes t e $t+\Delta t$. Newmark propôs $\alpha=1/4$ e $\delta=1/2$, uma vez que para estes valores o método é incondicionalmente estável. Para estes valores de α e δ o método de Newmark corresponde a um esquema de integração onde se considera uma aceleração constante no intervalo Δt com valor igual à média entre \ddot{u}_t e $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ (figura 33).

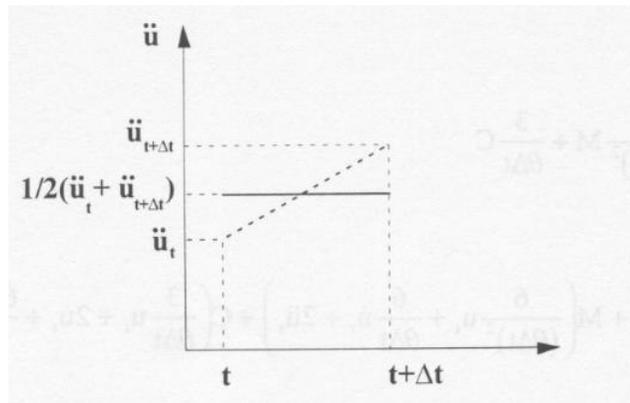


Figura 33 - Aceleração média constante - Método de Newmark.

Como é habitual, se se exprimir $\dot{u}_{t+\Delta t}$ e $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ em função de $u_{t+\Delta t}$, pode-se substituir na equação (30), calcular $u_{t+\Delta t}$, e seguidamente obter $\dot{u}_{t+\Delta t}$ e $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ (método implícito).

$$M\ddot{u}_{t+\Delta t} + C\dot{u}_{t+\Delta t} + Ku_{t+\Delta t} = P_{t+\Delta t} \quad (30)$$

4.4.4 Intervalo de integração - Δt

A principal desvantagem do método das diferenças centrais é o facto de a solução se tornar instável se for utilizado um incremento Δt superior a determinado valor crítico Δt_c , definido em função do menor período de vibração da estrutura - é, por esta razão, um *método condicionalmente estável*. No caso do método das diferenças centrais Δt_c é dado pela equação seguinte:

$$\Delta t \leq \Delta t_c = \frac{T_m}{\pi} \quad (31)$$

em que T_m é o menor período do sistema. Normalmente usa-se $T_m/10$ para se obter uma solução estável.

Como os esquemas implícitos apresentados (métodos de Wilson- θ e de Newmark) são incondicionalmente estáveis, a dimensão do intervalo de integração Δt pode ser escolhida independentemente dos problemas de estabilidade numérica. Nestes métodos a escolha do valor de Δt depende apenas da precisão do resultado. De facto, uma escolha inadequada para Δt pode conduzir a uma diminuição da amplitude máxima da resposta ou a um aumento do período de vibração. Sugere-se, para obviar problemas de precisão que Δt seja inferior a $T/100$, sendo T o período fundamental de vibração da estrutura ($\Delta t/T \leq 0,01$).

$$\Delta t \leq \frac{T}{100} \quad (32)$$

4.5 Idealização baseada em discretizações ao nível dos elementos estruturais

4.5.1 Matriz de massa

Para a representação das características de inércia de uma estrutura, utiliza-se em geral uma matriz de massa M associada aos graus de liberdade considerados na discretização da estrutura em estudo. A matriz de massa permite definir as forças nodais, correspondentes às forças de inércia, que se desenvolvem nos elementos estruturais quando a estrutura está sujeita a um campo de acelerações (definido por um vector de acelerações nodais \ddot{u}).

4.5.2 Matriz de amortecimento

A idealização das características de amortecimento numa estrutura sujeita a uma acção dinâmica baseia-se na consideração da existência de forças de amortecimento em todos os graus de liberdade da estrutura, dependentes das velocidades associadas a esses graus de liberdade. A matriz de amortecimento C da estrutura relaciona as forças de amortecimento com o vector das velocidades nodais correspondentes \dot{u} .

Geralmente considera-se que a matriz de amortecimento C se obtém através de uma combinação linear das matrizes de massa M e de rigidez K da estrutura - amortecimento de Rayleigh - (equação 33).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (33)$$

Para um sistema de um grau de liberdade tem-se $c = \alpha m + \beta k$. Sabendo que o factor de amortecimento ξ é definido de acordo com a equação seguinte e onde p representa a frequência angular do sistema.

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2mp} \quad (34)$$

Substituindo a equação (34) na equação (33) e sabendo que $p = \sqrt{k/m}$ obtém-se a

seguinte expressão para o factor de amortecimento ξ :

$$\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{p} + \beta p \right) \quad (35)$$

A relação dada por (35), entre as constantes α e β e o factor de amortecimento ξ , está ilustrada na figura 34.

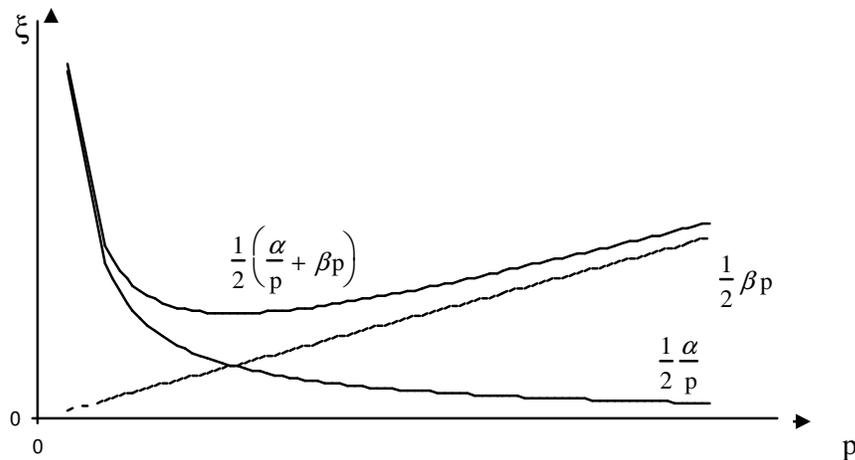


Figura 34 - Relação entre o factor de amortecimento ξ e frequência angular p .

4.5.3 Matriz de rigidez

De acordo com este modelo e com o que foi anteriormente referido, para idealização da estrutura global recorre-se a um modelo constituído por um sistema discretizado em elementos finitos de barra, ligados entre si nos pontos nodais (nós). Em cada nó da estrutura consideram-se os graus de liberdade associados aos deslocamentos desse nó que, num modelo plano, correspondem a duas translações e uma rotação. Esses graus de liberdade são referidos a um sistema de eixos ortonormado ligado à estrutura - referencial global da estrutura.

A matriz de rigidez global da estrutura pode ser obtida por um processo de espalhamento a partir das contribuições das matrizes de rigidez dos elementos. Cada coeficiente da matriz global é calculado através da soma apropriada dos coeficientes das matrizes elementares associadas aos deslocamentos nodais da estrutura correspondentes.

A matriz de rigidez de cada elemento é calculada num sistema de eixos ligado ao elemento - referencial local - e a sua definição vai depender do tipo de modelo

escolhido para simular o comportamento dos elementos estruturais (vigas, pilares ou paredes).

REFERÊNCIAS

- [1] RSA, "Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes", INCM, Lisboa, 1983.
- [2] EC8, "Eurocode 8. Earthquake Resistant Design of Structures", Part 1, Comissão Europeia de Normalização, CEN/TC250/SC8/N 83, 1993.
- [3] Moss, P.J. ; Carr, A.J. e Bachanan, A.H. "Seismic Response of Low Rise Buildings" Buletim da Sociedade Neo-Zelandesa de Engenharia Sísmica, Vol 19, N°3, Setembro 1986, pag 180-199.
- [4] Park, R. e Paulay, T. "Reinforced Concrete Structures", John Wiley and Sons, Nova Yorque, 1975.
- [5] Norma Neo-Zelandesa 3101 "Code of Practice for the Design of Concrete Structures", Wellington, 1982
- [6] EC3, "Projecto de estruturas de aço", Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios. CEN ENV1993-1-1, 1992.
- [7] Ma, S.; Bertero, V.; Popov, E. – "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behaviour of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams", Earthquake Engineering Research Center, Report N° EERC 76-2, University of California, Berkeley, California, 1976.
- [8] Park, R.; Paulay, T. – *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [9] Gomes, A. – "Comportamento e Reforço de Elementos de Betão Armado sujeitos a Acções Cíclicas", Tese submetida para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico (IST), Lisboa, 1992.
- [10] Eurocódigo 8 - "Estruturas em Regiões Sísmicas - Projecto, Parte I - Generalidades e Edifícios", Luxemburgo, 1988.
- [11] Paulay, T. e Santhakumar, A.R. "Ductile Behaviour of Coupled Shear Walls" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 102, N° ST1, Janeiro, 1976, pag 93-107.
- [12] Clough, R.; Benuska, K.; Wilson, E. – "Inelastic Earthquake Response of Tall Buildings", *Proceedings of Third World Conference on Earthquake Engineering*, **11**, New Zealand, 1965.
- [13] Kannan, A.; Powell, G. – "Drain-2d, A General Purpose Computer Program for Dynamic Analysis of Inelastic Plane Structures", Reports N° EERC 73-6 e EERC 73-22, University of California, Berkeley, 1975.
- [14] Giberson, M. – "The Response of Nonlinear Multi-story Structures Subjected to Earthquake Excitation", Thesis submitted to the California Institute of

Technology, in partial fulfilment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, California, 1967.

- [15] Takeda, T.; Sozen, M.; Nielsen, N. – “Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes”, *ASCE, Journal of the Structural Division*, **96**, ST 12, 2557-2573, 1970.
- [16] Menegotto, M.; Pinto, P. – “Method of Analysis for Cyclically Loaded R.C. Frames Including Changes in Geometry and Non-Elastic Behaviour of Elements Under Combined Normal Force and Bending”, Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads, IABS Reports Volume N° 13, Lisboa, 1973.
- [17] CEB – “CEB-FIP Model Code 1990 – Final Draft”, Comité Euro-International du Béton, Bulletin N° 203, Lausanne, 1991.
- [18] Scott, B.; Park, R.; Priestley, M. – “Stress-Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates”, *Journal of the American Concrete Institute*, January-February, 1982.
- [19] Thompson, K.; Park, R. – “Moment-curvature behaviour of cyclically loaded structural concrete members”, *Journal Structural Division, Proceedings Institute of Civil Engineers*, Part 2, 1980.
- [20] Bathe, K. J.; Wilson, E. L. - "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall, New Jersey, 1976.