

## Resumo

Neste trabalho é proposta e testada a utilização de bases digitais, designadamente de sistemas de wavelets e de séries de Walsh, na simulação dos estados de tensão e de deformação em placas e lajes, tanto em regime elástico como em regime elastoplástico, utilizando formulações não convencionais de elementos finitos híbridos-mistos.

No domínio de cada elemento aproximam-se simultânea e independentemente os campos de tensão e de deslocamento e, também, a distribuição dos parâmetros plásticos em cada uma das células críticas em que se considera subdividido o elemento. A escolha da grandeza a aproximar na fronteira e a forma como são tratadas as condições do problema permitem obter dois tipos alternativos de elementos híbridos-mistos, os elementos de equilíbrio e de compatibilidade. Os critérios de aproximação são definidos de modo a assegurar as condições de dualidade estática-cinemática, de reciprocidade elástica e de plasticidade associativa.

O tipo de sistemas que é necessário resolver obriga ao desenvolvimento de algoritmos especialmente adaptados à manipulação eficaz de matrizes esparsas de grandes dimensões. Realiza-se um conjunto de testes numéricos para caracterizar as soluções obtidas, estudar a eficiência dos processos de refinamento  $p$ - e  $h$ -hierárquicos e analisar a influência da distorção da malha de elementos finitos. Os exemplos apresentados permitem ainda sublinhar as vantagens e identificar alguns dos inconvenientes associados à utilização das funções de aproximação estudadas.



## Abstract

The main objective of the present work is to suggest and test the use of digital bases, namely wavelet systems and digital Walsh series, in the simulation of elastic and elastoplastic states of stress and deformation in laminar structures, using non-conventional hybrid-mixed finite element formulations.

The stress and displacement fields are simultaneously and independently approximated in the domain of each finite element, which is discretised into plastic cells wherein the plastic parameter distribution is also approximated. The selection of the boundary field to be approximated and the technique used to process the equilibrium and compatibility conditions lead to two alternative hybrid-mixed finite elements, namely stress and displacement elements. The finite element approximation criteria are so chosen as to ensure the fundamental conditions of static-kinematic duality, elastic reciprocity and associated plasticity.

The nature of the resulting solving systems requires the development of algorithms specially suited to process efficiently large sparse matrices. A complete set of numerical tests is performed to characterise the behaviour of the finite element models being implemented and to validate the solutions they generate. Besides the study of specific aspects, such as the efficiency of  $h$ - and  $p$ -hierarchical refinement procedures and the sensitivity to mesh distortion, the numerical tests are also used to stress the advantages and to identify some of the limitations associated with the use of digital finite element approximation bases.



## **Palavras Chave**

Elementos finitos

Modelos híbrido-mistos

Séries de Walsh

Wavelets

Elasticidade e Plasticidade

Placas e Lajes

Tratamento de matrizes esparsas

## **Keywords**

Finite elements

Hybrid-mixed models

Walsh series

Wavelets

Elasticity and Plasticity

Stretching and bending plates

Sparse matrix techniques



## Agradecimentos

Esta tese foi desenvolvida no âmbito dos programas de investigação do Núcleo de Análise de Estruturas do Instituto da Construção do Departamento de Engenharia Civil do Instituto Superior Técnico.

A investigação foi apoiada pela Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica através dos projectos STDRA/C/CEG/715/92 e *Praxis*/2/2.1/CEG/33/94, pelo programa *Human Capital & Mobility* ERB4050PL930382 da Comunidade Europeia e pelo programa PRODEP - Subprograma 4, "Ensino Superior - Formação de Formadores".

Este trabalho só se tornou possível graças a um grande número de contributos. A todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a sua realização, aqui deixo os meus agradecimentos. Não posso no entanto deixar de mencionar algumas pessoas que contribuíram para esta tese de uma forma muito especial.

Ao meu orientador, Professor Teixeira de Freitas, quero expressar o meu profundo reconhecimento pela amizade e pelo apoio constante que me dedicou ao longo de todos estes anos. A minha formação muito deve aos seus ensinamentos, ao exemplo de grande rigor científico que transmite e ao entusiasmo pelo trabalho com que nos consegue contagiar.

Para além da amizade e do companheirismo que nos une, muito devo também ao Eduardo Pereira e ao Moitinho de Almeida. Sem os seus ensinamentos, ajuda, conselhos, disponibilidade e permanente incentivo, teria sido bem mais complicado realizar este trabalho.

Ao Moitinho de Almeida agradeço ainda a forma paciente e cuidada com que me ajudou a detectar e corrigir alguns erros e imprecisões no texto.

Ao Pedro Parreira e ao Vitor Leitão agradeço a amizade e apoio que sempre me dispensaram. Ao Pedro devo o facto de ter começado a trabalhar *aqui*, no grupo de Análise de Estruturas. Ao Vitor, estou grato por me ter feito entrar em contacto com o *mundo* das wavelets.

Aos meus colegas do Instituto Superior Técnico, e em especial ao Pedro Mendes, ao Francisco Virtuoso, ao João Vinagre, à Rita e ao João Bento, ao Orlando Pereira, ao Luís Guerreiro, ao Augusto Gomes, ao António Gago e ao Jaime Santos, agradeço a amizade, a camaradagem e a boa disposição com que me ajudam a ultrapassar as dificuldades do dia a dia e possibilitam que o trabalho se transforme num agradável convívio.

Por fim, não posso deixar de referir a minha família. Aos meus pais estou grato por todo o apoio e incentivo que sempre me souberam dar. À Ana, ao Luís Nuno e ao Pedro ainda não sei como agradecer o carinho e a infinita paciência com que me têm aturado nestes últimos tempos.

