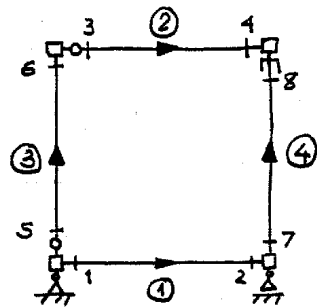


PROBLEMA PROPOSTO 2

①

Orientação e linearização



Esforço e deformação independentes

$$\tilde{X}_1^t = \{M_1, M_2, N_2\}$$

$$\tilde{X}_2^t = \{M_3, M_4, N_4\}$$

$$\tilde{X}_3^t = \{N_6\}$$

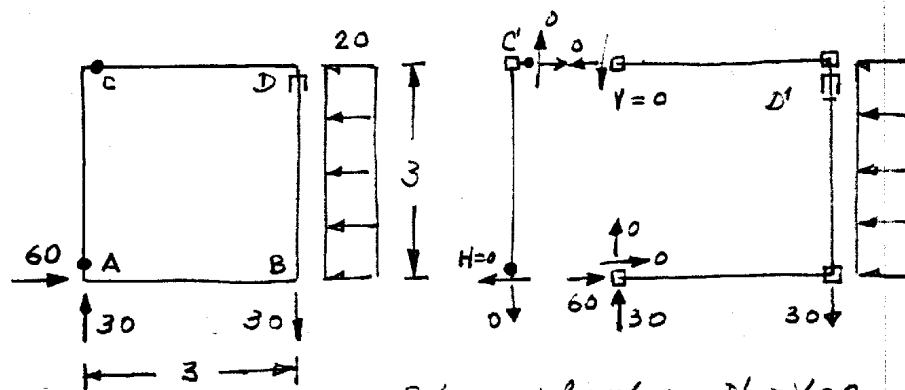
$$\tilde{X}_4^t = \{M_7, M_8\}$$

Barras 3: Biarticulada ($M_5 = M_6 = 0$) e não tem cargas de var de flexão ($\bar{\theta}_5 = \bar{\theta}_6 = 0$) $\Rightarrow \theta_5 = \theta_6 = 0$

Barras 4: Liberação de esforço axial ($N_2 = 0$) e não tem cargas de var axiais ($\bar{e}_2 = 0$) $\Rightarrow e_2 = 0$

Reações

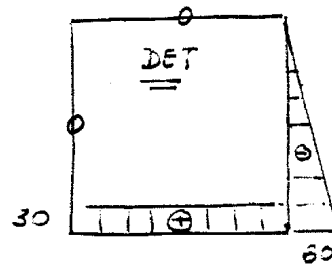
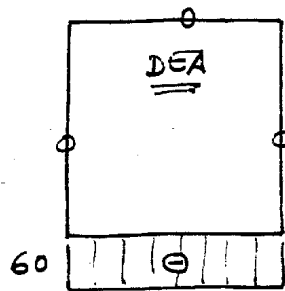
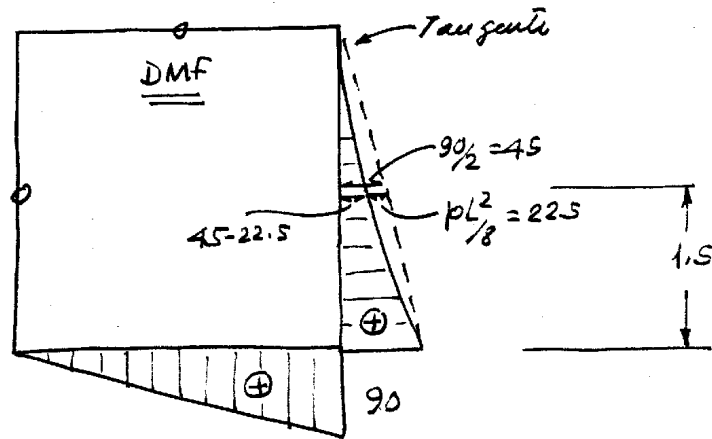
Diagrama de corpo livre



Esforço axial nulo em $D' \Rightarrow V = 0$
Momento flexor nulo em $C' \Rightarrow H = 0$

2

a) Diagramas de esforços



b) Esforços independentes

$$\underline{X}^t = \begin{bmatrix} 0 & 90 & -60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 90 & 0 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{M_1 \quad M_2 \quad N_2}_{\text{Barra ①}} \quad \underbrace{M_3 \quad M_4 \quad N_4}_{\text{②}} \quad \underbrace{N_6}_{\text{③}} \quad \underbrace{M_7 \quad M_8}_{\text{④}}$

Nota: Para o carregamento dado, bastava considerar os esforços e as deformações nas barras 1 e 4

c) Deformações independentes

③

Para todas as barras $\begin{cases} L/6EI = 1/2EI \\ 6I/A = 0.2 \end{cases}$

Barras 1 e 2

$$\begin{bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \\ e_j \end{bmatrix} = \frac{L}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6I/A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_i \\ M_j \\ N_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\theta}_i \\ \bar{\theta}_j \\ \bar{e}_j \end{bmatrix} = 0$$

$$\underline{u}_0^t = \{ \theta_1 \ \theta_2 \ e_2 \} = 1/EI \{ 45 \ 90 \ -6 \}$$

$$\underline{u}_0^t = \{ \theta_3 \ \theta_4 \ e_4 \} = 1/EI \{ 0 \ 0 \ 0 \}$$

Barra 3

$$\begin{bmatrix} e_6 \end{bmatrix} = \frac{L}{EA} \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{e}_6 \end{bmatrix} = 0$$

$$\underline{u}_3^t = \{ e_6 \} = 1/EI \{ 0 \}$$

Barra 4

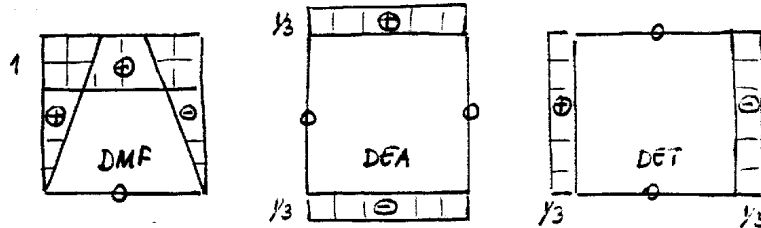
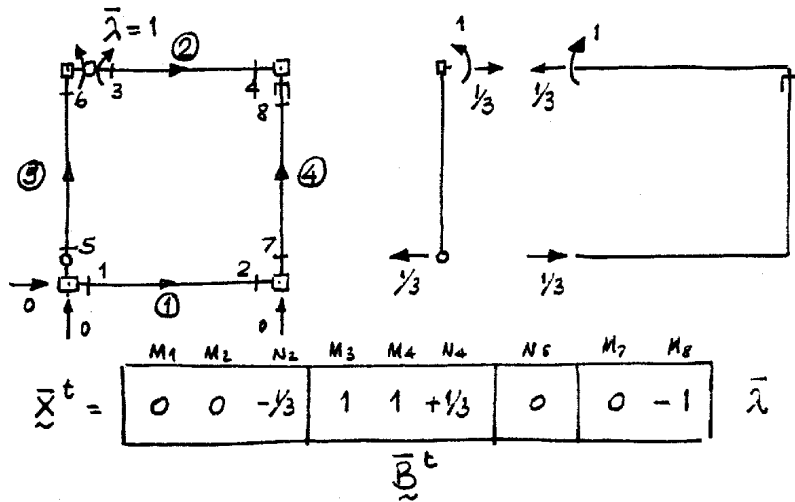
$$\begin{bmatrix} \theta_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix} = \frac{L}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_7 \\ M_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\theta}_7 \\ \bar{\theta}_8 \end{bmatrix} = \frac{pL^3}{24EI} \quad \begin{matrix} p = -20 \\ L = 3 \end{matrix}$$

$$\underline{u}_4^t = \{ \theta_7 \ \theta_8 \} = 1/EI \{ 67.5 \ 22.5 \}$$

$$\underline{u}^t = 1/EI \begin{bmatrix} 45 & 90 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 67.5 & 22.5 \\ \theta_1 & \theta_2 & e_2 & \theta_3 & \theta_4 & e_4 & e_6 & \theta_7 & \theta_8 \end{bmatrix}$$

d) Rotação relativa na rótula C

④



$$\theta_{rel}^c = \bar{B}^t \bar{X} = -20.5/EI \text{ (rad)}$$

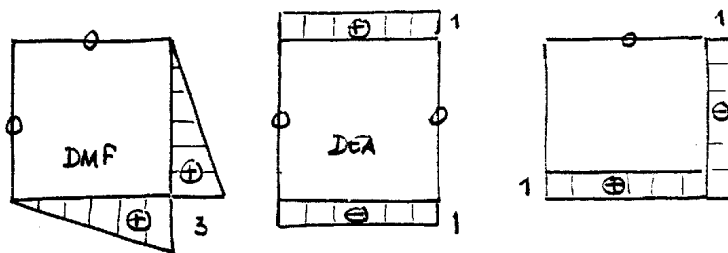
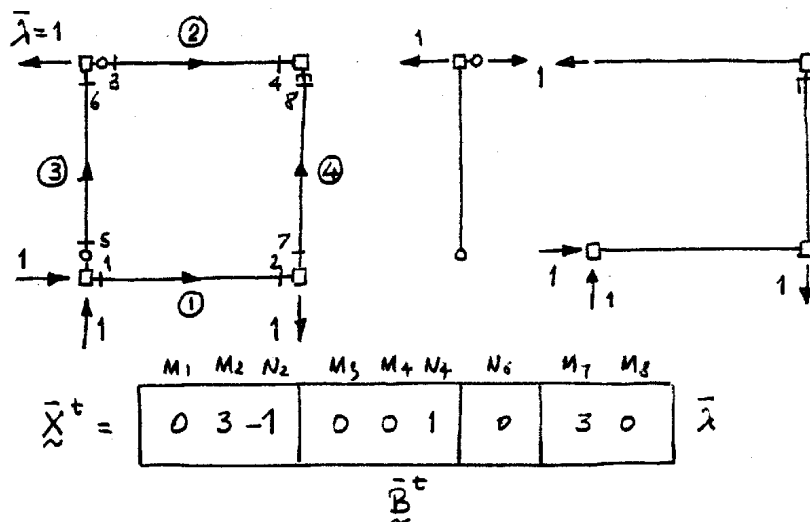
e) Deslocamento vertical do nó C

Como o nó A está apoiado na vertical e a soma 3 nas duas deformações axial para o comprimento lado, o deslocamento vertical do nó C é nulo:

$$\delta_v^c = 0$$

f) Deslocamento horizontal do nó C

5



$$\delta_H^C = \bar{B}^t \bar{M} = 478.5/EI$$

g) Deslocamento vertical da barra E

$\delta_v^E = 0$, pelas mesmas razões da alínea e).

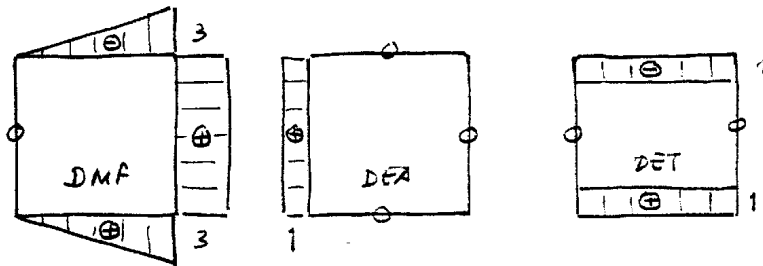
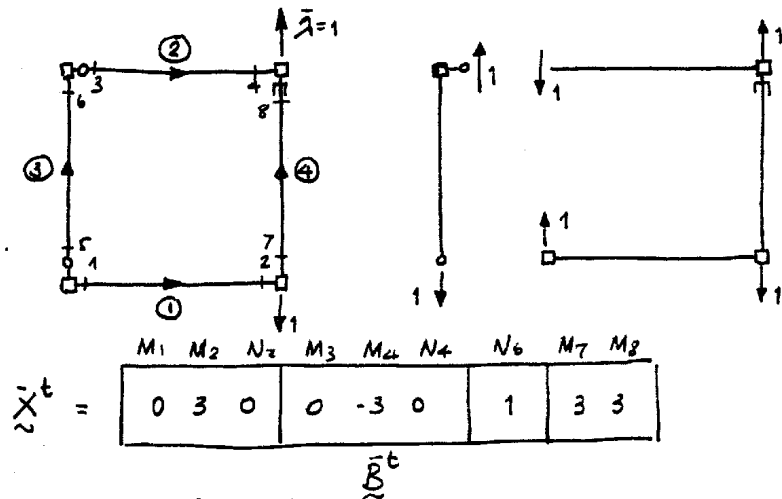
h) Deslocamento horizontal da barra E

Como o nó A está fixo, a barra 3 roda, sem se deformar, em torno da rótula A, pelo que

$$\delta_H^E = \frac{1}{2} \delta_H^C$$

i) Deslocamento vertical do nó D

6



$$\delta_V^D = \bar{B}^t \bar{U} = 540/EI$$

j) Deformada

- As barras 2 e 3 deslocam-se e se deformam
- A barra 4 não tem deformação axial, sendo δ_V^D devido à libertação do esforço axial

