Teste de Análise de Estruturas I
Licenciatura em Engenharia Civil
15 de Novembro de 2000
1º Teste
1º Semestre

Observações: Duração de 1h30m.
Consulta **apenas** do **formulário** e de **uma folha A4**.
Inicie cada problema numa nova folha. Identifique todas as folhas.
Justifique convenientemente todas as respostas.

PROBLEMA 1

Considere a laje fina representada na figura 1. Considere que o coeficiente de Poisson é nulo, $\nu = 0$ e que o carregamento é por uma craga uniformemente distribuída, $q = 1.0\,kN/m^2$;

1.1. Obtenha um campo de deslocamentos cinematicamente admissível;

1.2. Determine uma distribuição de esforços estaticamente admissível;

1.3. Considere agora que a laje se encontra simplesmente apoiada em todo o seu contorno e que se encontra instalado o seguinte campo de curvaturas:

$$\begin{cases} \chi_x = (6x - 8)(y^3 - 2y) \\ \chi_y = (x^3 - 4x^2)(6y - 4) \\ \chi_{xy} = (3x^2 - 8x)(3y^2 - 4y) \end{cases}$$

Qual o carregamento a aplicar no domínio para que este campo de curvaturas possa corresponder à solução exacta

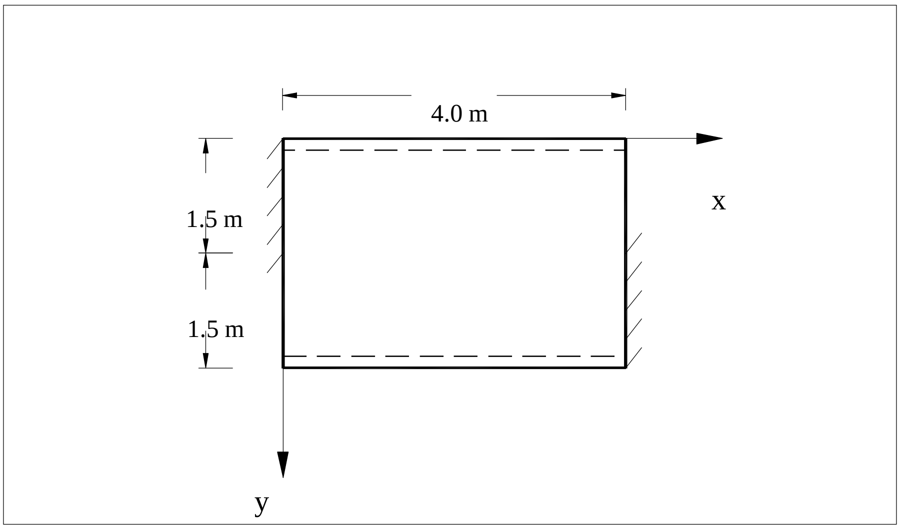


Figura 1

PROBLEMA 2

Considere a estrutura representada na figura 2. Assuma que todas as barras apresentam a mesma rigidez à flexão, EI. Considere ainda que as barras ABCD são axialmente indeformáveis (EA = ∞) e que a barra BD tem uma rigidez axial dada por EA = 3 EI.

2.1) Indique qual o grau de indeterminação estática da estrutura e um sistema-base para a sua análise pelo Método das Forças.

2.2) Obtenha o operador de equilíbrio da solução complementar, B, e o vector de esforços independentes da solução particular, X_0.

2.2) Calcule a contribuição da barra BD para a matriz de flexibilidade do sistema-base, F_*. Represente graficamente os termos de uma coluna (não nula) dessa contribuição.

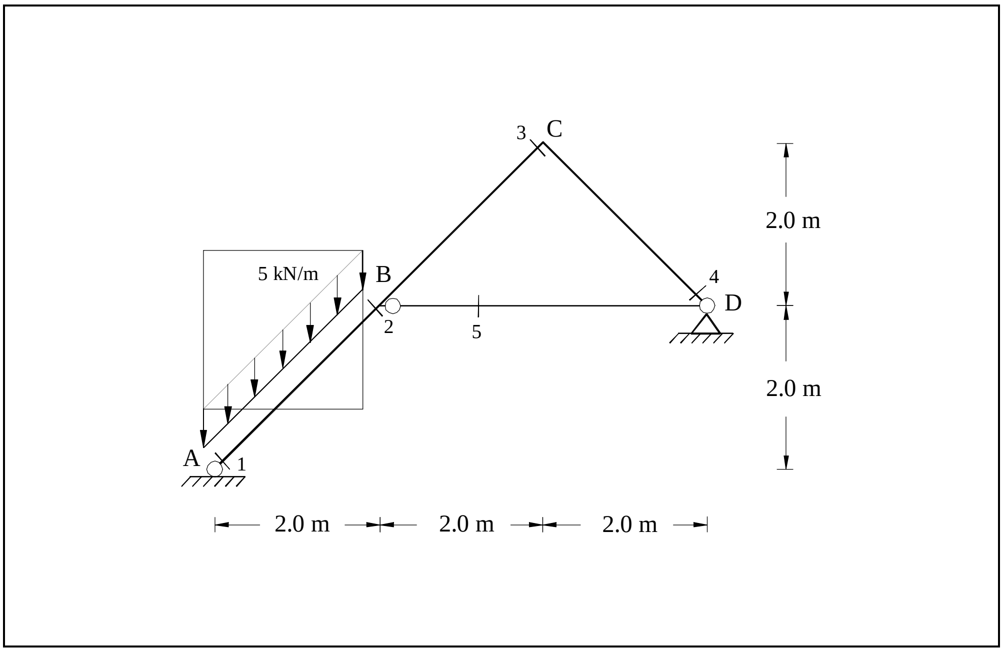


Figura 2

PROBLEMA 3

Considere de novo a estrutura representada na figura 2. Depois de resolvida a estrutura pelo método das forças, obtiveram-se os seguintes esforços independentes

$$X_{AB}^{T} = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.259 \end{bmatrix};\ X_{BC}^{T} = \begin{bmatrix} -0.259 & -1.389 \end{bmatrix};\ X_{CD}^{T} = \begin{bmatrix} -1.389 & 0.0 \end{bmatrix};\ X_{BD}^{T} = \begin{bmatrix} -13.708 \end{bmatrix};$$

2.1.a) Trace os diagramas de esforços finais (M,V,N).

2.1.b) Indique, em função das deformações independentes, o valor do deslocamento horizontal em C.

Formulário

Matriz de flexibilidade elementar:
$$\underline{F} = \frac{L}{6EI}\begin{bmatrix} 2 & 1 & \\ 1 & 2 & \\ & & 6I/A \end{bmatrix}$$

Relação deformações-esforços: $\underline{u} = \underline{F}\,\underline{X} + \overline{\underline{u}}$

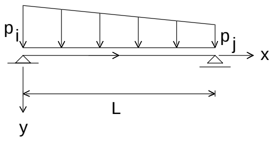
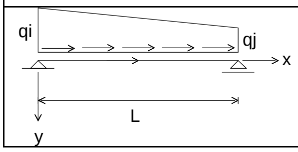
Deslocamentos: $\delta = \mathbf{B}_0^{\mathbf{T}}\mathbf{u} - \mathbf{B}_{0\mathbf{R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{r}$

Eq. do Método das Forças: $\mathbf{F}_{*}\mathbf{p} + \mathbf{v_0} = \mathbf{0}$

Matriz de flexibilidade global: $\mathbf{F}_{*} = \mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{F}\mathbf{B}$

Vector das descontinuidades: $\mathbf{v_0} = \mathbf{B}^{\mathbf{T}}\mathbf{u_0} - \mathbf{B}_{\mathbf{R}}^{\mathbf{T}}\mathbf{r}$

Deslocamentos transversais $y(x)$ para elemento de barra

	$y(x = \frac{L}{2}) = \frac{5\,pL^4}{384\,EI}$ para $p = p_i = p_j$ deformações independentes $\overline{\theta_i} = \overline{\theta_j} = \frac{pL^3}{24\,EI}$
	deformação independente $\overline{e}_j = \frac{q_i L^2}{6EA} + \frac{2q_j L^2}{6EA}$

Lajes

Eq. de Lagrange:
$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

Equação de equilíbrio:
$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + 2\frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} = -q$$

Relações constitutivas:
$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = D\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{(1-\nu^2)D}\begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix},$$

Rigidez de flexão da laje: $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$

Relação curvatura-deslocamento:
$$\chi_x = -\partial^2 w / \partial x^2$$
$$\chi_y = -\partial^2 w / \partial y^2$$
$$\chi_{xy} = -\partial^2 w / \partial x \partial y$$

Esforço transverso:
$$v_x = \left(\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}\right)_{x=a} \quad v_y = \left(\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x}\right)_{y=a}$$

Esforço transverso efectivo:
$$r_x = v_x + \left.\frac{\partial m_{xy}}{\partial y}\right|_{x=a}. \quad r_y = v_y + \left.\frac{\partial m_{xy}}{\partial x}\right|_{y=a}.$$

Condições de apoio:
encastramento, $w = 0$, $\theta_n = 0$
apoio simples, $w = 0$, $m_n = 0$
bordo livre, $r_n = 0$, $m_n = 0$