

**O PROBLEMA EPISTEMOLÓGICO DA
PROBABILIDADE E A CONTRIBUIÇÃO
DE KARL POPPER PARA O RESPECTIVO DEBATE**

A. BETÂMIO DE ALMEIDA

Fevereiro de 2005

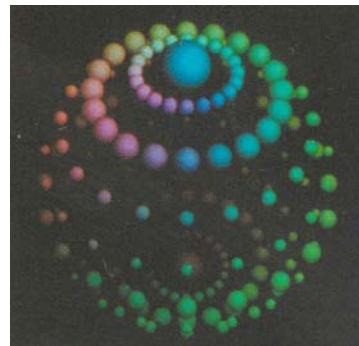
Trabalho realizado no âmbito da disciplina
de Filosofia da Ciência do Curso de Mestrado
de Filosofia e História de Ciência e Tecnologia (Edição de 2004-2005) da
Universidade Nova de Lisboa.

A verdadeira lógica deste mundo
é o cálculo de probabilidades

J. C. Maxwell

Mesmo os processos mais improváveis
ocorrerão algum dia

Karl Popper



*Probabilidade da presença do
electrão no átomo de hidrogénio*

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. O CONCEITO DE PROBABILIDADE.....	3
2.1. Perspectiva Histórica	3
2.1.1. Etimologia e espectro conceptual da palavra probabilidade	3
2.1.2. Síntese histórica	6
2.2. O Problema Filosófico da Interpretação.....	16
2.2.1. Enquadramento e Categorização	16
2.2.2. Condições de Adequabilidade	20
2.3. Súmula dos Diferentes Tipos de Interpretação	21
3. ALGUMAS QUESTÕES FINAIS SOBRE A FILOSOFIA DAS PROBABILIDADES	39
3.1. Contribuição de Karl Popper para o Debate	39
3.2. Probabilidade de Acontecimento Isolado	46
3.3. O Problema da Demarcação.....	50
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

O PROBLEMA EPISTEMOLÓGICO DA PROBABILIDADE E A CONTRIBUIÇÃO DE KARL POPPER PARA O RESPECTIVO DEBATE

1. INTRODUÇÃO

O conceito de probabilidade está, actualmente, associado à matemática aplicada como uma entidade com aplicações em problemas envolvendo a incerteza e a previsão de acontecimentos (cálculo de probabilidades). A aplicação das probabilidades foi-se revelando útil, desde o séc. XVIII, em diferentes domínios como os jogos de azar, os seguros, a economia, a física, a teoria fiabilidade e o controlo de qualidade de sistemas e componentes e, mais recentemente, a gestão e a análise do risco.

No final do séc. XIX e no séc. XX, o conceito de probabilidade foi objecto de uma controvérsia muito séria no contexto da Física, em particular no que concerne a mecânica estatística e a mecânica quântica e as novas interpretações ontológicas. Na epistemologia, e na filosofia em geral, os problemas associados à indução e à causalidade colocaram, também, a questão da interpretação da probabilidade.

A incerteza dos conhecimentos e a forma de a caracterizar são, na actualidade, aspectos muito relevantes na ciência e na engenharia. Nesta conformidade, o problema do significado das probabilidades e os limites epistémicos que lhes estão associados são tópicos que suscitam muito interesse.

Na discussão sobre o significado das probabilidades que se tem vindo a desenrolar, mantém-se a tensão entre dois tipos fundamentais de interpretações: as interpretações epistémicas, associadas a noções tais como crença, confiança e credibilidade, muito ligadas aos pontos de vista subjectivo, pessoal e interpessoal; e as interpretações frequenciais, associadas a noções

tais como frequência, disposição, tendência, simetria e propensão, muito ligadas a avaliações de tipo objectivo ou físico, hipoteticamente independentes das opiniões ou crenças subjectivas.

Esta tensão entre os referidos dois tipos de interpretação, e as diferenças filosóficas e operacionais relativas a cada interpretação específica, tem grande relevância num dos conceitos mais abrangentes e características da sociedade actual: o conceito de “risco”. Com efeito, o significado e as diferentes interpretações do risco têm especial importância na aplicação operacional do conceito, em particular no que concerne a respectiva validação científica (problema da demarcação) e a superação das dificuldades metodológicas na aplicação em domínios horizontais interdisciplinares, envolvendo a tecnologia e as ciências sociais.

Na Análise do Risco, como na Mecânica Quântica, pode não ser possível a sustentação frequencial, na medida em que o acontecimento-alvo pode ser isolado e não repetível. Neste caso, a probabilidade de um acontecimento suscita uma discussão epistemológica aprofundada. Por seu turno, a apresentação de resultados e a discussão relativa às respectivas consequências, envolvendo especialistas e não-especialistas (nomeadamente o público), coloca, de uma forma particularmente crua e evidente, a tensão entre os dois tipos de interpretações.

De entre os numerosos pensadores do séc. XX, que contribuíram para a discussão filosófica das probabilidades, destaca-se Karl Popper que, no seu livro “A Lógica da Pesquisa Científica¹”, desenvolve ideias originais que foram posteriormente sendo sujeitas a evoluções e debates. As duas tarefas que Popper propõe no início do Capítulo VIII do livro referido são as seguintes: 1) proporcionar fundamentos novos para o cálculo de probabilidades; e 2) a elucidar as relações entre probabilidade e experiência ou buscar a solução do problema da decisibilidade dos enunciados (problema da demarcação e da falsificabilidade segundo Popper).

O presente trabalho² aborda o conceito de probabilidade tendo em conta a perspectiva histórica e a apresentação das principais correntes do séc. XX

¹ Primeira edição (em alemão) em 1934, primeira edição em inglês em 1959. A edição utilizada neste trabalho é uma edição brasileira, em português, de 2002 (editora Cultrix, São Paulo).

² O objectivo do trabalho é apresentar questões e identificar situações relevantes para um estudo posterior mais aprofundado.

associadas às interpretações e ao significado do conceito de probabilidade. O trabalho insere-se num estudo mais vasto, relacionado com a filosofia do risco e as consequências práticas na gestão e análise do risco, o qual tem por finalidade principal contribuir para uma melhor sistematização das ideias e uma eventual superação de obstáculos ao desenvolvimento de novas metodologias, mais eficazes, nas aplicações de análises do risco.

2. O CONCEITO DE PROBABILIDADE

2.1. PERSPECTIVA HISTÓRICA

2.1.1. Etimologia e espectro conceptual da palavra probabilidade

O conceito de probabilidade é, de acordo com os seus fundamentos, um conceito duplo que pode ser estruturado com base em dois grandes aspectos ou paradigmas distintos: o aspecto epistémico, de cariz mais íntimo ou pessoal (subjectivo); e o aspecto frequencial, de cariz mais aparentemente objectivo e “real” ou “físico”.

As designações e palavras associadas, a semântica, reflectem, e podem também manter, a tensão e a dualidade das grandes interpretações da probabilidade.

A utilização da palavra probabilidade na perspectiva histórica deve ser encarada com parcimónia. O termo latino foi traduzido do termo grego³ pithanon, que caracterizava opiniões plausíveis ou impressões possíveis. Autores medievais e renascentistas associavam o conceito de probabilitas a opiniões ou crenças⁴. No período da Renascença, o termo “probabilidade” era considerado um atributo de opinião. Uma “opinião provável” não seria um enunciado ou um julgamento baseado em evidências factuais mas seria um julgamento aprovado por uma autoridade ou pelo testemunho de juizes respeitados (Hacking, 2002).

A origem da palavra probabilidade parece ter origem no adjectivo latino probus, por seu turno de raiz indoeuropeia (probhos – crescer bem, crescer direito). Ora o elemento pró-representa um dinamismo, uma acção positiva, um passo à

³ Traduzido por Cicero como “probabile” e “veri simile”.

⁴ O “peso” da opinião poderia ser associado ao número de apoiantes com autoridade.

frente no espaço e no tempo (Rey, A. 2001, p. 92). Probus ager caracteriza um campo que cumpre a sua função onde as sementes germinam. Corresponde a uma expectativa que produz, alimenta e satisfaz. Esta metáfora aplicada ao homem traduzia bondade e honestidade.

De probus obtém-se probare (encontrar o bom, fazer o ensaio e tornar credível) e approbare (e reprobare) que dá origem, na língua portuguesa, a aprovar (e reprovar) e, também, a provar (demonstrar ou colocar a prova), a probo (que tem carácter integro, que segue os deveres da moral) e probabilidade e, ainda, a provas.

Provável, na língua portuguesa, está associado à prova, que se pode provar mas, também, provém de probabilis, no sentido de ser louvável, de parecer verdadeiro, que pode acontecer, verosímil ou que tem visos de verdade. De provável surge probabilismo que designa uma doutrina científica segundo a qual as leis científicas têm apenas, relativamente aos factos particulares, um significado de probabilidade⁵.

Da etimologia da palavra probabilidade, e das palavras associadas com a mesma origem, bem como da história da aplicação da mesma palavra ao conceito em causa, conclui-se que se manteve uma ligação permanente às respectivas raízes psicológicas: significado de credibilidade, comportamento e julgamento éticos, julgamento de verdade (moralidade) e procedimentos de verificação da verdade objectiva. O formalismo matemático que, progressivamente, foi sendo aplicado (séculos XVIII e XIX) reforçou a vertente de rigor elevado ao conceito de probabilidade no domínio da ciência e a ideia da ligação a um real possível mas de conhecimento incerto. Regista-se que não ocorreu a “invenção” ou a adopção de um termo específico para a identificação deste significado.

A palavra probabilidade foi sendo adoptado num espaço de relativa ambiguidade, em particular no caso da referida tensão, que se foi consolidando entre a interpretação do vocabulário corrente e a interpretação associada a uma nova entidade com valores numéricos compreendidos entre 0 e 1. Nesta conformidade, o significado da palavra probabilidade convida a que consideremos em planos sobrepostos os conceitos dinâmicos dos pares

⁵ A Cournot (1801-1877) escreve: “só na teoria do azar (teoria das probabilidades) é que se pode encontrar a definição verdadeira, a justificação ou a crítica do julgamento por indução” (Cournot, 1875, II p. 5).

provável-improvável, necessário-impossível, falso-verdadeiro, aceitação-rejeição e certeza-incerteza.

A probabilidade pode, assim, ser aplicada a um acontecimento que pode ter ocorrido, no passado-presente, ou que poderá ocorrer, no futuro, mas sobre o qual não temos conhecimentos completos, designadamente sobre a respectiva realização.

Entre a convicção ou conhecimento profundo do que não ocorreu ou não irá ocorrer (probabilidade de valor nulo) ou, pelo contrário, que ocorreu ou que irá ocorrer (probabilidade de valor um), o valor da probabilidade (entre um e zero) traduzirá um grau de convicção ou conhecimento resultante de diversos factores relativamente aos quais não descortinamos evidências suficientes para nos convencer definitivamente da realização ou não do acontecimento. Teríamos, assim, uma convicção ou uma certeza incompleta proporcional ao valor numérico. No entanto, o que o conceito parece pretender traduzir, adicionalmente, é a ideia que esse grau de convicção ou de certeza epistémica é fundamentado ou justificado de um modo “sério” ou até mesmo objectivo. Não se trata pois de mera intuição ou sugestão.

A vontade de conhecer a verdade oculta no incerto, ou de conhecer – dominar o passado ou o futuro, é pois condicionada pela honestidade de procedimentos e crenças ou pela análise racional, mas ponderada, das hipóteses possíveis através de uma metodologia científica (sujeita a prova científica ou digna de aprovação).

A possibilidade de, sob o manto da probabilidade ou da incerteza, existir uma realidade objectiva e única, independente das nossas convicções e ignorâncias, foi abalada com os desenvolvimentos da mecânica quântica. No domínio quântico, a probabilidade surge-nos como uma característica intrínseca da natureza. O efeito de implexidade (princípio da sobreposição) não permite a destrição dos “estados” de partículas, surgindo a distribuição de probabilidades como uma “realidade”, como se a ontologia fosse probabilística. Na caracterização da natureza macroscópica este efeito desfaz-se e passa a ser “legítimo”, do ponto de vista da mecânica clássica, admitir o modelo de sistemas de partículas com “estados” bem definidos. A probabilidade passa a ser, então, associada predominantemente a “complexidade” para além dos limites cognitivos humanos e falta de informação completa (Balibar, 2001, p. 60).

Contudo, no domínio subjectivo ocorre, também, algo semelhante ao que nos confrontamos no mundo quântico. A nossa convicção pode ser preenchida simultaneamente por mais de um “estado” supostamente possível ou por estados contraditórios (sobreposição). Estes “estados” ambíguos só se desfazem no momento da realização do acontecimento⁶.

Durante esse período da sobreposição de “estados mentais” poderemos, contudo, tentar contabilizar o peso da crença ou da plausibilidade de cada “estado” ou situação alternativa.

Em qualquer dos pontos de vista conceptuais, a probabilidade tem uma propriedade intrínseca específica:

- o valor de uma probabilidade corresponde a uma expectativa não realizada, mas realizável, e só tem sentido até à realização de acontecimento associado; a probabilidade não “sobrevive” ao acontecimento; não há conservação de probabilidade para além do acontecimento associado.

Esta propriedade faz divergir o conceito de probabilidade de outros conceitos das ciências da natureza, nomeadamente da física macroscópica. A “realidade objectiva” da probabilidade, como conceito potencialmente associado a uma característica física mensurável (conservativa ou transformável noutra entidade), é, assim, sujeita à discussão.

Reflexões sobre as interpretações actuais da probabilidade podem ser encontradas em Paty (2001), B. d’Espagnat (2002) e Jarrosson (1992).

2.1.2. Síntese histórica

Apresentar uma breve síntese histórica de um conceito tem duas dificuldades relevantes: a primeira, que é óbvia, é a de resumir o essencial e significativo que ocorreu ao longo de um período de tempo passado, a segunda, que é inevitável, é a de tentar marcar o início desse período em conformidade com o início do conceito específico em causa.

⁶ Esta situação ocorre em situações binárias de incerteza, por exemplo, quando, num momento crítico, ainda não sabemos se um ente querido vai sobreviver ou não a um acto cirúrgico. Durante uns instantes “vive-se” (antecipa-se) as duas situações. O desfecho da sobreposição só termina quando conhecemos o acontecimento (realização).

Se adoptarmos uma posição prática, aceitamos a definição corrente e predominante de probabilidade: uma definição técnica, formal, axiomatizada e sustentada por uma metodologia de cálculo matemático. No entanto, a definição técnica e operacional tem uma “arqueologia”, tem uma génese. O conceito de probabilidade foi sendo desenvolvido com alterações e sentidos diferentes. Com efeito, como refere Ian Hacking (Hacking, 1975, 2002) “instalou-se desde a origem uma tensão constante entre a face dita objectiva e face dita subjectiva da probabilidade”.

Com efeito, a interpretação da probabilidade pode ser procurada através de uma via racional e neutra que procura um sentido objectivo e real, uma grandeza ou uma medida que poderá ser avaliada e utilizada em cálculos. Outra via de definição depende da convicção subjectiva ou do grau de crença que cada um ou um colectivo possa ter e manifestar.

Ambas as faces são actuais e estão presentes em muitos critérios de decisão. Não sendo completamente autónomas nem antagónicas, nem sempre são equivalentes e conciliáveis. Do ponto de vista histórico, têm origens diferentes mas percursos entrelaçados.

A face subjectiva do conceito como grau de crença, baseado em determinadas evidências, estava, provavelmente, presente em muitos actos e práticas das sociedades humanas executados com o objectivo de prever acontecimentos futuros, de influenciar a evolução dos acontecimentos futuros ou de confirmar hipóteses sobre acontecimentos futuros.

Uma parte, ou uma visão da história de cultos religiosos, de superstições e de explicações sobrenaturais pré-científicas estaria, assim, associada à génese do conceito de probabilidade como instrumento de suporte ou apoio à decisão.

Os jogos de azar ou os dispositivos de geração de saídas aleatórias são muito antigos, podendo mesmo ser uma das primeiras invenções da sociedade humana (Hacking, 2002, p. 26): a utilização de ossos com a capacidade da estabilização em diferentes posições, após o respectivo lançamento sobre uma superfície plana, seria uma antecipação do lançamento de dados ou da geração de números aleatórios actuais. Estão referenciados indícios da prática de jogos de azar no Egipto (Hacking, 2002, p. 26) e na Grécia (Rédei, 2003, p. 5).

A interpretação subjectiva-crença está, assim, intimamente associada com a forma como a sociedade humana percepção a origem do “poder de determinar” os acontecimentos presentes e futuros, nomeadamente os do meio natural.

Enquanto a convicção predominante fosse a de que o “poder de determinar” os acontecimentos pertencia aos deuses ou a um deus (poder sobrenatural, não terreno), o comportamento predominante foi o de aplacar as potenciais iras dos deuses (sacrifícios, oferendas), por um lado, e o de tentar interpretar a predisposição dos mesmos por via indirecta (interpretação de sinais). A sociedade humana estava subjugada, sentia a impotência perante os deuses, só a submissão era possível ou razoável para tentar afastar os acontecimentos prejudiciais ou favorecer os acontecimentos desejados (Bernstein, 1998, p. 16).

A convocação de um sinal para apoio à decisão permitia, em sociedades antigas, evitar a dificuldade ou o ónus de interpretações mais elaboradas da vontade dos deuses, nomeadamente na resolução de disputas (prova judicial). Este aspecto de procura da “verdade” (como actualmente poderíamos entender um inquérito judicial) ou da obtenção de uma decisão através de um poder emanente (retirando o ónus da responsabilidade ao decisor humano) corresponde à conjugação da utilização de um sinal aleatório ou “pseudo-aleatório” com o sentido de o mesmo ser uma manifestação “válida” ou “justa”.

A génese do conceito “grau de crença”, subjectivo, estará assim associado a estas práticas e a um estatuto de subordinação total (física ou real e epistemológica) do humano face ao devir e às relações que o caracterizam. Esta componente subjectiva e psicológica mantém-se, não obstante poder surgir alterada ou conjugada com outros factores. Aparentemente, este aspecto do comportamento humano face à incerteza ou ao futuro, ou da utilização de jogos de azar como entretenimento aceitável (não-enviesado ou “justo”) ou como passatempo, não parece ter sido uma invenção de uma determinada sociedade, há indícios que é generalizável (Hacking, 2002, p. 26).

O julgamento subjectivo exprime uma certeza que se confronta com a certeza objectiva. Segundo Hacking (Hacking, 2002, p. 203), um acontecimento é certo relativamente a um dado conjunto de informações se não é possível que essas informações sejam correctas sem que o acontecimento se produza. A probabilidade (epistémica) poderá ser considerada como o grau deste tipo de certeza.

Quando fosse possível obter uma certeza subjectiva quase total estaríamos perante uma certeza moral.

A face objectiva do conceito de probabilidade tem uma origem histórica consensual no período renascentista, com os jogos de azar e, especificamente, com a correspondência Pascal-Fermat de 1654 relativa a um problema colocado por De Méré sobre a divisão de apostas e a forma equitativa de dividir o total apostado se o jogo fosse interrompido antes do seu “terminus” (Gonçalves e Lopes, 2000, p. XIII). Esta correspondência é usualmente considerada a “origem”⁷ do estudo matemático da probabilidade.

O método “objectivo” baseia-se numa definição específica de probabilidade (definição clássica) baseada na proporção entre o número de acontecimentos favoráveis e o número total de acontecimentos possíveis e equiprováveis. Esta definição requer que o conjunto de acontecimentos possíveis tenha como elementos um número finito de acontecimentos com igual possibilidade, “a priori”, de se realizarem. Nem sempre esta condição é possível ou fácil de identificar ou garantir. No entanto, a contribuição de Pascal (1623-1662) é considerada essencial pois forneceu um critério quantitativo e rigoroso como base para a teoria matemática de probabilidade e como uma referência para uma interpretação do conceito de probabilidade.

A concordância na associação da correspondência de Pascal à fundação da definição “clássica” da probabilidade não impede a identificação de outros precursores. Hacking refere Cardano como o autor do primeiro livro de probabilidades, o “Líber de Ludo Aleae” (Hacking, 2002, p. 73), escrito cerca de 1525 (talvez 1564), e que teria já a ideia de sequência, de probabilidade como uma frequência. Bernstein também apresenta Cardano como “podendo ser” o primeiro autor a definir a probabilidade como uma fracção entre o número de acontecimentos favoráveis e o número possível de acontecimentos (designado de “circuito” por Cardano⁸) e a introduzir o lado estatístico da teoria da probabilidade (Bernstein, 1988, p. 49). Cardano admitiu que teria “descoberto a razão de muitos factos”, a razão que explicava a frequência de acontecimentos nos jogos, ou seja a teoria que explicaria tais frequências. O

⁷ Na realidade os chamados “problemas da divisão” foram já tinham sido formulados em épocas anteriores como, por exemplo, no trabalho de Luca Pavioli (Pacioli, 1494) (Rédei, 2003, p. 5). Contudo, procurava-se uma solução justa ainda fora do contexto probabilístico.

⁸ Bernstein, 1998, p. 50).

livro de Cardano não fazia uso de símbolos matemáticos e passou quase despercebido.

Cardano ao reconhecer a importância das “combinações de números” deu um passo relevante no desenvolvimento do cálculo das probabilidades. O objecto do livro de Cardano é o jogo e, na verdade, esse foi, e ainda é, um domínio privilegiado para a análise e o exercício das probabilidades. Bernstein considera, contudo, que o livro pode também ser considerado como uma referência no contexto de uma gestão do risco para jogadores. A manipulação de dados, cartas ou bolas segundo determinadas regras pode constituir um modelo de simulação analógico de outros sistemas reais mais complexos mas com uma estrutura de incerteza análoga.

No domínio do que actualmente se designa por ciência, é indispensável referir Galileo na medida em que também teve curiosidade sobre a frequência de combinações no lançamento de dados e escreveu um livro sobre este assunto, “Sopra la Scoperte dei Dadi” (Bernstein, 1998, p. 55), possivelmente a pedido do seu patrono, o Grão Duque de Toscana.

Para além da referência história e da discussão sobre as precedências das contribuições seminais do desenvolvimento das capacidades operacionais do conceito, é também relevante registar indícios da forma como as probabilidades eram interpretadas à data da respectiva “criação”. Ora o problema da interpretação colocava-se no quadro da correspondência entre Pascal e Fermat: os enigmas probabilísticos resultariam de uma constatação empírica ou teriam uma origem “puramente aritmética”? Ou seja, seriam o resultado de condições específicas da experiência realizada ou dependeriam de uma estrutura, ou lógica, ou lei interna, caracterizada matematicamente. Parece que era difícil (ou impossível) responder a esta questão. De acordo com Hacking, Galileo afirmou que uma “longa observação” (sequência ou série) seria a fonte do enigma e introduziu o método de obtenção de médias de resultados que não era, até então, utilizado na ciência, preocupando-se, também, com as frequências relativas nos diversos resultados (Hacking, 2002, p. 90).

Pascal recolheu-se, em 1654, no mosteiro de Port-Royal onde escreveu o livro “Pensamentos”. O nome deste mosteiro ficou célebre, na história das probabilidades, pelo facto dos seus membros terem produzido, em 1662, um trabalho pioneiro no domínio da filosofia e da probabilidade com o título “Lógica” ou “Arte de Pensar” (cinco edições, entre 1662 e 1668). A

identificação dos respectivos autores é objecto de interpretações discordantes mas admite-se que a redacção do Livro IV, o mais importante no domínio das probabilidades, seja da autoria de Antoine Arnauld. Este Livro IV contém quatro capítulos relacionados com o conceito de probabilidade (Bernstein, 1998, p. 70 e Hacking, 2002, p. 115 e 116). Estes capítulos dizem respeito a “regras para conduzir bem a razão na crença dos acontecimentos que dependem da fé humana” (Capítulo 13), nos milagres (Capítulo 14), nos acontecimentos históricos (Capítulo 15) e, por último, nos “futuros contingentes” (Capítulo 16). É neste último capítulo que o respectivo autor, ao analisar um jogo e o risco para os respectivos jogadores, escreve a expressão “nove graus de probabilidade de perder uma moeda para só um de ganhar nove”. De acordo com Hacking esta é a primeira vez que surge num documento escrito a palavra probabilidade associada a uma medida. Este capítulo tem ainda outras razões para ser historicamente relevante pois sugere uma associação entre probabilidade e frequência e aborda o conceito actualmente designado por esperança matemática (combinação de probabilidades e utilidades na decisão).

A questão da decisão perante incerteza no contexto dos jogos ocupou os melhores espíritos do séc. XVII (Pascal, Leibniz, Huygens, entre outros). Entre a correspondência Pascal-Fermat e a Lógica, Huygens (1620, 1699) publicou o que é considerado como o primeiro manual de probabilidades (1657), em latim e com o título “De ratiociniis in aleae ludo”.

O interesse pelo conceito probabilidade não se limitava, no séc. XVII, a problemas de jogos de azar. O conceito, associado à incerteza e à decisão relativa a eventos futuros foi também aplicado a outros domínios.

Leibniz desenvolveu trabalho no domínio jurídico, especificamente em direito condicional, na sua tese de bacharel, “De conditionibus” (1665) e no livro “Specimena Juris” de 1672 em que aplicou o termo probabilidade associado ao “grau de prova” em direito (Hacking, 2002, p. 131). Neste caso só uma parte de uma proposição implicaria uma conclusão final. Leibniz faz corresponder o valor 1 quando a implicação é total (condição necessária para ocorrer a conclusão), o valor 0 quando a implicação é impossível e um valor entre 0 e 1 (fracção) quando a implicação é incerta ou contingente. Leibniz não propõe nenhum método especial para calcular o valor numérico das fracções de probabilidade. Leibniz não deu contribuições para o cálculo matemático das probabilidades mas sim à conceptualização das probabilidades,

nomeadamente com a associação dos graus de probabilidade a graus de certeza (probabilidade epistémica). Considera-se que Leibniz concebeu a teoria da probabilidade como uma lógica de acontecimentos contingentes (Hacking, 2002, p. 133).

O desenvolvimento de análises estatísticas aplicadas a casos ou situações reais, mais complexas que os jogos com dados, tem um marco histórico na publicação, em 1662, do livro “Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality” da autoria de John Graunt (1620-1674) o qual contém uma compilação de nascimentos e falecimentos na cidade de Londres entre 1604 e 1661. Este livro pode ser considerado um pioneiro nos estudos estatísticos e nas bases de cálculos futuros nas áreas dos seguros, da saúde e das ciências sociais entre outros. O livro teve um grande sucesso e Graunt foi mesmo proposto para a Royal Society (Bernstein, 1998, p. 75). Um dos aspectos que interessavam Graunt era o das diversas causas dos falecimentos mas tinha consciência da dificuldade, ou impossibilidade, em conhecer todos os dados e utilizou o conceito de amostragem sendo, assim, um pioneiro da actual inferência estatística.

Apesar de Graunt não utilizar a palavra probabilidade, parece não existirem dúvidas que conhecia o respectivo conceito, tendo elaborado cálculos de esperança de vida para diferentes idades. O trabalho de Graunt deu contribuições essenciais para conceitos teóricos na tomada de decisões práticas em condições de incerteza.

As probabilidades, em proporções bem definidas (“a priori”) de resultados, à Pascal, e as frequências com que se obtêm resultados em repetidos ensaios são dois aspectos de uma caracterização que convergiram com o trabalho de Jacob Bernoulli em 1703. Bernoulli coloca o problema a Leibniz da possível equivalência entre a determinação, bem definida, da probabilidade associada a uma “saída” de dados e a da probabilidade de um outro acontecimento que esteja associado a situações reais muito mais complexas, nomeadamente no que respeita a sobrevivência humana em determinadas condições etárias. A resposta de Leibniz parece não ter sido explicitamente esclarecedora (Bernstein, 1998, p. 118). Contudo, Bernoulli persistiu na resolução deste problema e os resultados dos seus esforços para identificar probabilidades a partir de amostras de séries de dados são apresentados no livro “Ars Conjectandi” publicado em 1713, oito anos após a sua morte.

Jacob Bernoulli realça a distinção entre as situações que podem ser resolvidas de uma forma exacta mas abstracta, através do pensamento e raciocínio, das situações em que tal não é possível por manifesta falta da informação essencial sobre todas as possibilidades, como acontece na maioria das situações reais. Só muito raramente é que a natureza replica exactamente os jogos de azar deixando estes últimos de poderem ser um modelo adequado de análise das probabilidades objectivas.

A solução proposta por Bernoulli baseia-se na seguinte hipótese: nas mesmas condições, a ocorrência (ou a não-ocorrência) de um acontecimento futuro seguirá o mesmo padrão que foi observado no passado (Bernstein, 1998, p. 121). Esta é uma condição crucial pois pressupõe que (1) tudo o que possa influenciar intrinsecamente (internamente) o acontecimento é repetido, em cada ensaio, ou que (2) as condições externas controláveis directamente terão de ser constantes.

Bernoulli propõe, assim, que, nestas condições, a série de acontecimentos passados possa fornecer (“a posteriori”) valores das probabilidades futuras. O enunciado da conclusão de Bernoulli é actualmente designado por Teorema dos Grandes Números (Bernstein, 2003, p. 122): a média (de proporções) baseada num grande número de ensaios será mais credível do que a média correspondente a um pequeno número de ensaios e poderá divergir do valor exacto por uma quantidade tão pequena quanto se queira (em função do número de ensaios). Bernoulli identifica a certeza da probabilidade obtida com base numa série muito longa como sendo uma “certeza moral”, ou prática, com uma margem de erro tão pequena quanto se queira, em oposição a uma “certeza absoluta” (sem erro algum). Conceitos estes já propostos anteriormente por Leibniz.

Jacob Bernoulli define, então, probabilidade como sendo o “grau de certeza e difere da certeza absoluta como a parte difere do todo” (Bernstein, 1998, p. 123).

Não obstante a relevante contribuição de Jacob Bernoulli para o cálculo das probabilidades através da determinação de frequências relativas em ensaios, subsistia o problema de saber quão bem uma amostra de acontecimentos representava o verdadeiro universo do qual teria sido extraída a amostra. Coube a Abraham de Moivre o mérito de ter esclarecido este problema ao apresentar a curva (distribuição) normal em 1733, nas segunda e terceira edições do seu livro “Doutrina do Azar” (Bernstein, 1998, p. 127).

Em meados do séc. XVIII (1764) é publicado, postumamente, um trabalho de Thomas Bayes (1702-1761) que abriu um caminho muito fecundo do cálculo e na filosofia das probabilidades. A questão colocada por Bayes refere-se ao uso de nova informação para rever probabilidades baseadas em informação mais antiga ou à comparação de “probabilidades a posteriori” com a “a priori”. Este problema, muito actual, está associado a um modo (Teorema de Bayes) de revisão das probabilidades tendo em conta novas evidências (Paulino *et al.*, 2003).

O desenvolvimento do cálculo das probabilidades no séc. XVIII e uma parte do séc. XIX está intimamente associado ao desenvolvimento de instrumentos matemáticos, nomeadamente o cálculo diferencial e integral, as séries e a passagem ao limite, bem como o domínio de análise combinatória. O Teorema de Bernoulli (1713) é um exemplo desta aplicação e, desde essa época, os métodos de demonstração de relações assintóticas aperfeiçoaram-se consideravelmente pelo que se tornou possível a obtenção de resultados mais importantes como foi, como exemplos relevantes, o caso do Teorema de De Moivre (1733), associando a probabilidade da diferença entre a frequência relativa, obtida por uma sequência, e a probabilidade real a uma distribuição normal, quando o número de termos de sequência tende para infinito, e, também, o Teorema Central do Limite, resultado da contribuição de muitos matemáticos eminentes mas ao qual se associa o nome de Laplace que o apresentou em 1809. Este teorema generaliza o anterior⁹.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) encerra um ciclo da história das probabilidades anterior ao séc. XX. A sua obra “Theorie Analytique des Probabilités (1812)” concentra os avanços conseguidos à época e marca um patamar no desenvolvimento do cálculo das probabilidades. A contribuição é tão forte que alguns aspectos “clássicos” do conceito de probabilidade tendem a ficar associados ao seu nome. É o caso do conceito de equipossibilidade (princípio da indiferença) na medida em que Laplace definiu a probabilidade

⁹ O Teorema do Limite Central pode ser expresso da seguinte forma: “se uma população tem uma variância finita σ^2 e média μ , a distribuição da média amostral tende para a distribuição normal com variância σ^2/n e média μ ao aumentar o tamanho n da amostra” (Mood, 1966, p. 138 e Cramer, 1966, p. 123).

como sendo a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos igualmente possíveis¹⁰.

Laplace é considerado como um dos maiores homens da ciência de todos os tempos e integrou uma época dourada do pensamento francês. Laplace tinha uma firme convicção determinista acerca da natureza. No entanto tinha também a convicção que a possibilidade de o conhecimento humano alcançar a certeza absoluta está “completamente” vedada. O melhor que poderá aspirar é alcançar um conhecimento provável. Para o homem existem muitas coisas que são incertas e algumas que são mais ou menos prováveis. Nesta conformidade, e atendendo a esta dificuldade humana, há que compensar a insuficiência de conhecimento determinando distintos graus de aparência. Laplace afirma que “devemos à debilidade da mente humana uma das mais delicadas e engenhosas teorias matemáticas: a ciência do azar ou probabilidade” (Laplace, Obras Completas, 1878 a 1912, VIII, p. 114). Laplace não só prossegue a obra realizada pelos antecessores neste domínio, nomeadamente no capítulo das probabilidades descontínuas (e.g. jogos de azar) como se ocupa de problemas de probabilidades contínuas e da probabilidade das “causas dos acontecimentos” (1774). Neste último aspecto, Laplace interessou-se pela aplicação do conceito de probabilidade a diversos domínios da sociedade: decisões de corpos representativos, procedimentos eleitorais, credibilidade de testemunhas e fiabilidade dos tribunais.

No livro “Ensaio filosófico sobre as probabilidades”, baseado em dez lições que proferiu em 1795 na Escola Normal de Paris, constitui uma síntese das suas ideias sobre o conceito e cálculo de probabilidades.

No século XX Andrei Kolmogorov (1903-1987) desenvolveu uma estrutura matemática para a teoria das probabilidades de um modo comparável ao da geometria de Euclides.

A probabilidade pode ser tratada como uma “medida” no sentido da teoria das funções e todos os teoremas do cálculo clássico das probabilidades podem ser considerados no quadro da axiomática de Kolmogorov¹¹, com todo o rigor.

¹⁰ No entanto, Leibniz já utilizava este conceito em 1678 (Hacking, 2002, p. 173). No volume da Enciclopédia de Diderot e d’Alambert consagrado à letra P, datado de 1765, o tipo de probabilidade possível de ser mensurável apoiava-se na “igual possibilidade de muitos acontecimentos”. O registo histórico de discussão da relação do conceito de possibilidade com a probabilidade é objecto de um capítulo em Hacking, 2002.

No séc. XX, a perspectiva filosófica e científica sobre a interpretação das probabilidades alterou-se substancialmente.

A visão determinista, de que Laplace, foi um representante distinto, deixou de ser predominante. A questão de complexidade da natureza e da falta de conhecimento, ou de capacidade cognitiva, humana foi fortemente abalada com as “revoluções científicas” na Física, nomeadamente na mecânica quântica. Assim, para além do aprofundamento de vertentes lógicas (crença racional) e subjectivistas (crença pessoal) consolidou-se uma base de aceitação do indeterminismo, incluindo a posição de K. Popper relativamente à sua interpretação da probabilidade baseada na teoria que propôs: a teoria de propensão.

2.2. O PROBLEMA FILOSÓFICO DA INTERPRETAÇÃO

2.2.1. Enquadramento e Categorização

Tal como se pode concluir da breve resenha histórica apresentada, desde o início convencionalizado da história das probabilidades subsiste uma tensão entre as perspectivas subjectiva e objectiva do conceito. Quer de um modo cíclico, quer nas abordagens e sustentações de um mesmo autor ou de diferentes autores, o termo probabilidade ou outros termos associados pode ser conotado com um ou outro tipo de significado. Esta tensão e dualidade é identificada por Poisson (1837) ou por Cournot (1843)¹².

Esta tensão intensificou-se no séc. XX e Karl Popper ocupa uma posição crucial neste debate.

¹¹ A axiomática de Kolmogorov foi apresentada no seu livro “Foundations of the Theory of Probability” (1933). Seja Ω um conjunto não vazio (o “conjunto universal”). Um “campo” (ou “álgebra”) em Ω é o conjunto S de sub-conjuntos de Ω , que tem Ω como um elemento. Seja P uma função de S para os números reais obedecendo a:

1 - $P(A) \geq 0$ para todo A e S (não negatividade)

2 - $P(\Omega) = 1$ (normalização)

3 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ para todo A, B e S tal que $A \cap B = \emptyset$

Designa-se por P , uma função de probabilidade e (Ω, S, P) um espaço de probabilidade (A. Hajek).

¹² Hacking, 2002, p. 39.

Do ponto de vista filosófico, a questão que é colocada é, fundamentalmente, a questão da interpretação do conceito de probabilidade. Para enquadrar as discussões e os argumentos produzidos por diversos autores é conveniente adoptar uma categorização relativa aos diversos tipos de interpretação. Esta categorização também não é unânime podendo ser mais ou menos detalhada.

Apresentam-se, seguidamente, algumas propostas de categorização relativamente às interpretações de probabilidade:

- Probabilidade objectiva¹³: probabilidade é uma propriedade da natureza, do mundo físico que poderá ser apreendida independentemente do observador.
- Probabilidade subjectiva¹³: probabilidade é uma crença que corresponde a um grau maior ou menor de certeza.

Carnap na obra “Fundamentos Lógicos” considera que se deveria distinguir entre Probabilidade₁ e Probabilidade₂ (Hacking, 2002, p. 39).

Esta é uma divisão muito simples mas que é susceptível de ser facilmente contestada. Hacking, por exemplo não concorda com este tipo de divisão, na medida em que a mesma pode conduzir a situações de confusão e proporcionar a consideração inadequada de preconceitos redutores (Hacking, 2004, p. 144).

Tendo em conta a atitude intelectual que possa ser adoptada é possível categorizar as interpretações de probabilidade da seguinte forma dual (Williamson)¹⁴:

- Caso Isolado / Repetível: consoante a aplicação ou a definição é aplicada ou pretende se adequada a situações em que a variável só poderá ter um valor uma única vez ou a situações em que a variável poderá ter valores em diferentes oportunidades. O caso isolado poderá ser considerado um caso único enquanto um caso repetível poderá constituir uma sequência.

¹³ Henri Poincaré apresenta em *Ciência e Hipótese* (1902) uma definição de probabilidades objectivas e subjectivas (pág. 188). Karl Popper descreve as interpretações subjectiva e objectiva das probabilidades na Parte II, Capítulo VIII, ponto 48 do seu livro “A Lógica da Pesquisa Científica” (edição inglesa de 1959 e Tradução portuguesa de 2002).

¹⁴ Baseado em Jon Williamson (2004), texto (provisório) para a obra *Handbook of the Philosophy of Mathematics*, Vol. 9, do *Handbook of the Philosophy of Science*, Elsevier.

- Mental / Físico: consoante as probabilidades são conceitos meramente mentais (ou epistemológicos ou personalistas) e são interpretadas como características do estado mental do agente, caso contrário são consideradas físicas (ou aleatórias).
- Subjectivo / Objectivo: consoante as probabilidades são subjectivas (relativas ao agente), podendo dois agentes distintos com o mesmo conhecimento de base, discordarem do valor da probabilidade apesar de nenhum estar errado; no caso contrário as probabilidades serão objectivas.

Hacking apresenta uma súpula de categorização semelhante a esta (Hacking, 2004, p. 146):

- Subjectivo / Objectivo: sendo a probabilidade subjectiva a correspondente a uma probabilidade epistémica e a probabilidade objectiva correspondente a uma probabilidade frequencista.
- Epistémico / Aleatório: a probabilidade epistémica corresponderá a um tipo de crença ou conhecimento e a probabilidade aleatória (do latim “álea”, azar) corresponderá à probabilidade frequencial obtida a partir de sequências de valores.
- Número 1 / Número 2: de acordo com a classificação de Carnap sendo Probabilidade₁ a epistémica e a Probabilidade₂ a frequencial.

De acordo com Donald Gillies, as principais quatro correntes de interpretação das probabilidades são as seguintes (Gillies, 2003, p. 1):

- Teoria lógica, que identifica probabilidade com o grau de crença racional, considerando-se que perante uma mesma evidência, todos os seres humanos racionais terão o mesmo grau de crença numa hipótese ou previsão.
- Teoria subjectiva, que identifica a probabilidade com o grau de crença de um determinado indivíduo, não se considerando já o pressuposto que todos os seres humanos racionais, perante uma mesma evidência, tenham o mesmo grau de crença numa hipótese ou previsão, as diferenças de opinião são permitidas.

- Teoria frequencista, que define a probabilidade de um acontecimento como a frequência-limite com que esse acontecimento ocorre numa “longa” sequência de eventos semelhantes.
- Teoria da propensão (Popper), que considera a probabilidade como sendo uma propensão inerente às condições que produzem as sequências.

Gillies considera ainda uma quinta teoria ou interpretação de probabilidade introduzida mais recentemente (1991): a corrente intersubjectiva que é um desenvolvimento da teoria subjectiva na qual a probabilidade é considerada como um consensual grau de crença de um grupo social.

A apresentação de Gillies parece ser adequadamente conveniente e abrangente. Contudo, de um modo mais aglutinado poder-se-á aceitar dois grandes tipos de probabilidade (Gillies e Hacking):

- probabilidade epistemológica ou epistémica, referente ao conhecimento ou crença de seres humanos, grau de conhecimento, grau de crença racional, grau de convicção íntima ou pessoal (os tipos de probabilidade lógica, subjectiva e intersubjectiva serão epistemológicas).
- probabilidade objectiva, referente a probabilidades consideradas como propriedade do modo material (os tipos de probabilidade frequencistas e de propensão serão objectivistas).

Hacking difere sensivelmente de Gillies na designação do segundo tipo: em Hacking, 2002 (p. 39) faz uso das designações de probabilidade epistémica e aleatória e em Hacking, 2004, p. 145 é adoptada a distinção geral entre probabilidade epistémica e frequencial.

O termo aleatório corresponderá a acontecimentos associados a fenómenos físicos aleatórios, com comportamento sujeito ao acaso ou fortuito. Este conceito poderá ainda ser subdividido em dois sub-tipos consoante se aplique a fenómenos potencialmente previsíveis, com suficiente informação, e a fenómenos considerados genuinamente imprevisíveis, como alguns que são considerados na física atómica (mecânica quântica).

Uma interpretação relevante que se desenvolveu no séc. XX é a referente à teoria da probabilidade lógica a qual é considerada como sendo do tipo epistemológico. Este tipo de probabilidade está associado à inferência indutiva baseada em evidências passadas e sustenta leis gerais ou previsões

específicas, na sequência do clássico problema colocado por David Hume no séc. XVIII. Assim, o grau de suporte ou de convicção que uma evidência poderá dar para se acreditar numa hipótese constituirá um tipo de probabilidade: probabilidade indutiva, que poderá ser também definida como o grau de confirmação de uma hipótese na base da evidência existente (Carnap, 1955¹⁵).

Aos diversos tipos de interpretação de probabilidade associaram-se autores constituindo grupos, alguns dos quais defendendo, por vezes, posições que podem ser consideradas como exclusivistas ou radicais: De Finetti, um dos fundadores da moderna teoria de probabilidade, considerava que todas as probabilidades tinham a característica de serem subjectivas (Gillies, 2003, p. 2).

2.2.2. Condições de Adequabilidade

As interpretações da probabilidade deverão estar sujeitas a alguns critérios de adequabilidade. Uma interpretação deve ser precisa, sem ambiguidade e fazer uso de conceitos primeiros bem compreensíveis. Condições gerais para qualquer interpretação filosófica. No que concerne as interpretações específicas da probabilidade, Salmon (1966) propõe o seguinte critério:

- Admissibilidade, a interpretação de um sistema formal é admissível quando os significados associados aos termos primitivos na interpretação transformam os axiomas formais, e os consequentes teoremas, em afirmações ou declarações (“statements”) verdadeiras; devem os conceitos de probabilidade satisfazer as relações matemáticas especificadas pelo cálculo da probabilidade.
- Verificabilidade, que implica a necessidade de existir um método que, em princípio, permite verificar valores de probabilidade; um conceito deve permitir de determinação das probabilidades.
- Aplicabilidade, que implica a possibilidade de utilização prática.

¹⁵ Carnap (1955): *Statistical and Inductive Probability*, possivelmente apresentado no Simpósio sobre Filosofia da Ciência em Chicago, 1951.

Hajek (2002) detalha e clarifica o critério de aplicabilidade de Salmon considerando que o mesmo pode ser entendido como incorporando um conjunto (“cluster”) de critérios:

- Não-trivialidade: o conceito de probabilidade deverá aceitar valores numéricos intermédios entre 0 e 1;
- Aplicabilidade a frequências: uma interpretação deverá tornar clara a relação entre probabilidades e as frequências de sequências longas e deveria explicar a razão pela qual acontecimentos mais prováveis ocorrem mais frequentemente que acontecimentos menos prováveis.
- Aplicabilidade a crenças racionais: uma interpretação deverá clarificar a função que as probabilidades terão nas restrições dos graus de crença de seres racionais, nomeadamente tendo em conta que um acontecimento mais provável que outro tornará um agente mais confiante na ocorrência desse acontecimento.

Hajek indica ainda outros aspectos complementares da aplicabilidade relativos à inferência, à utilização na ciência e outros aspectos.

Ellery Eells (1983) descreve as condições a satisfazer (em vez de critérios) para que uma interpretação de probabilidade seja teoricamente adequada: no que concerne os conceitos, tem que satisfazer uma axiomática standard (condição de admissibilidade) e o conceito proposto tem que ser teoricamente adequado (condição de adequação conceptual) e no que concerne as metodologias, tem que satisfazer a condição de definir as características da estrutura axiomática (condição de adequabilidade formal) e a condição impondo que as probabilidades sejam compreendidas independentemente de probabilidades quantitativas (condição de interpretação/idealização).

Ellery Eells estuda a aplicação das condições referida a teorias objectivas de probabilidade, nomeadamente a teoria de propensão (Popper).

2.3. SÚMULA DOS DIFERENTES TIPOS DE INTERPRETAÇÃO

De acordo com as teorias, ou correntes, filosóficas das probabilidades, as principais interpretações deste conceito podem ser agrupadas do seguinte modo (Gillies, 2003): clássica, lógica, subjectiva, frequencial, propensitiva e intersubjectiva.

Resumem-se, seguidamente as principais características e questões associadas a cada tipo com base nos pontos de vista de pensadores do séc. XX:

- Interpretação (teoria) clássica, associada aos conceitos subjacentes às principais contribuições a partir do séc. XVII (Pascal, Bernoulli, Huygens ...) e tem, no séc. XIX, o expoente reconhecido de Laplace. A interpretação baseia-se no modelo de apostas (“paris”) e de situações igualmente possíveis, baseadas em simetrias supostamente iguais e igualmente prováveis (princípio da indiferença). As probabilidades associadas a um acontecimento correspondem, nesta interpretação, à proporção dos casos favoráveis no universo dos casos igualmente possíveis. É uma interpretação lógica baseada num modelo de simetria platónico e num modelo de escolha perfeita e cega, em cada realização, sobre essa simetria. Este tipo de escolha pode ser equivalente ao axioma de aleatoriedade. O que determina cada acontecimento (Deus ou a complexidade das interacções objectivas da natureza) não tem preferências, nem é influenciado por outros resultados, tendendo a satisfazer todas as hipóteses possíveis ao fim de um intervalo de tempo adequado (lei dos grandes números e axioma da convergência). Esta interpretação idealista está associada a um número finito de acontecimentos possíveis. É possível uma generalização geométrica que faça a correspondência entre este conceito discreto e um conjunto de classes de acontecimento em número não-finito (zonas de uma superfície plana, por exemplo). O princípio de indiferença está associado a diversos paradoxos (e.g. o paradoxo de Bertrand) os quais correspondem à violação do axioma da unicidade: conduzem a probabilidades com múltiplos valores.

Na prática, as evidências mostram que a situação ideal de simetria nem sempre é bem aproximada. O enfiamento desfaz a equiprobabilidade o que altera as proporções. Laplace considerou este caso e criou um coeficiente de enfiamento α no caso de lançamento de moedas (Gillies, 2003, p. 18): as probabilidades de “cara” ou de “coroa” passam então a ser $(1 + \alpha)/2$ ou $(1 - \alpha)/2$ em vez do valor comum de $1/2$.

A interpretação clássica das probabilidades pode ainda ser considerada a interpretação básica nas aplicações e nos cálculos de probabilidades correntes. Os exemplos com dados, bolas coloridas e outros elementos utilizam abundantemente a definição clássica das probabilidades bem como o

princípio de indiferença ao qual se associa a análise combinatória (e.g. fórmula do binómio).

A probabilidade, segundo a definição clássica, tem a característica de ser “a priori” ou pode ser considerada como dedutiva¹⁶. É obtida a partir de axiomas ou hipóteses mentais (lógicas) e o respectivo valor é definido ou calculado sem necessidade do recurso à experiência. Contudo, na ciência (mecânica quântica) as hipóteses de base podem depender do objectivo ou da aplicação o que perturba o fundamento “a priori” das probabilidades.

- Interpretação (teoria) lógica, incide, basicamente, na quantificação do grau de implicação ou do grau de convicção de uma determinada evidência. Corresponde a uma lógica “não-dedutiva”. Este tipo de interpretação foi fundamentalmente desenvolvido e discutido no séc. XX (Keynes, B. Russell, Johnson e Jeffreys, Carnap...) B. Russell interessou-se pela lógica indutiva e, em 1912, (“Problems of Philosophy”) advoga uma interpretação probabilística para o pensamento indutivo (Gillies, 2003, p. 27).

A interpretação lógica está muito associada à questão clássica da indução colocada por David Hume (séc. XVIII). O exemplo clássico do “problema dos corvos negros” permite dar uma ideia da questão:

- Admite-se que a premissa corresponde à evidência (*e*) de vários milhares de corvos observados serem todos negros. Considera-se, agora, a hipótese (*h*) que todos os corvos (do mundo) são negros ou a previsão (*d*) que o próximo corvo observado será negro. O argumento de Hume é o seguinte: *e* não implica logicamente nem *h*, nem *d*, posição que está em acordo com posições da “lógica moderna” (Gillies, 2003, p. 30).
- A questão que se coloca é a de discutir se não poderá ser considerada uma “vinculação parcial” entre *h* (ou *d*) e *e*. Esta questão está associada a uma eventual lógica de vinculação parcial. Keynes identifica (em 1921) o grau de vinculação parcial (lógica) por probabilidade.

Nesta interpretação de Keynes, a probabilidade é condicional: $p(h|e)$ ou $p(d|e)$. Keynes associou ainda os graus de vinculação com graus de crença

¹⁶ Laplace também considerou o caso da situação em que ocorrem *n* sucessos seguidos e admitiu que a probabilidade da ocorrência de sucesso na oportunidade *n + 1* seria então $n + 1/(n + 2)$, conforme é referido a seguir.

racional. Esta asserção foi rejeitada por Karl Popper. Um dos argumentos utilizados por Popper é o da referida associação deixar de ser válida no caso de uma evidência finita vincular parcialmente um número infinito de potenciais casos, como é o caso dos futuros corvos observados ou observáveis. Nesta situação, o grau de vinculação deve ser zero. No entanto, Popper ainda admite que o grau de crença racional pode ser não nulo. Esta é uma situação que pode ocorrer na ciência: uma evidência finita pode justificar um grau de crença racional numa teoria científica.

Segundo Gillies, Popper aceita uma interpretação lógica da probabilidade no caso da probabilidade ser identificada com grau de vinculação parcial, desde que este não seja identificado com grau de crença racional. Para Popper o grau de crença racional é designado por grau de corroboração (Gillies, 2003, p. 31).

A questão que se coloca é a de saber como é possível obter um conhecimento (valor) relativo a esta relação lógica de probabilidade. Keynes, neste ponto, segue B. Russell: o nosso entendimento (knowledge) pode ser obtido directamente ou por conhecimento (acquaintance) indirecto. Keynes admite que algumas ideias lógicas e relações lógicas podem ser apropriadas directamente, mas alguns “homens” podem ter um poder maior para a intuição lógica do que outros (Gillies, 2003, p. 32). O conhecimento directo parece ser, para Keynes, o modo de atingir as relações lógicas. No entanto, Keynes não deixa de apresentar, no “Treatise on Probability”, um sistema axiomático para a probabilidade (estrutura semelhante à da lógica dedutiva de Russell e Whitehead).

Apesar da interpretação de probabilidade de Keynes associar a probabilidade ao grau de crença racional. O facto de ser designado por racional implica que a probabilidade não é subjectiva no sentido de poder ser fruto do capricho humano. Com base nos factos (evidência) o que é provável ou improvável, nessas circunstâncias, é fixado objectivamente e deve ser independente da nossa opinião livre. O conceito de objectividade é adoptado em sentido platónico, como estando as probabilidades num mundo de ideias abstractas (Mundo 3 de Popper?). Este mundo platónico nem sempre será fácil de atingir pelo Homem: “as percepções de algumas relações de probabilidade poderão estar fora dos poderes de alguns de nós” (Keynes).

Carnap¹⁷ segue também a afirmação de que a probabilidade lógica não é um resultado subjectivo e propõe uma definição baseada na linguagem em que o núcleo estruturante é a “descrição de estado” ou “mundo possível”: descrição na linguagem adoptada de referência da forma como o “mundo poderia ser constituído com base em propriedades”.

A cada uma das descrições elementares será associada uma probabilidade “a priori” e o grau de confirmação de um enunciado por outro. Atendendo à liberdade de afectar as probabilidades, Carnap propõe um conjunto de restrições: regularidade, simetria, aprendizagem pela experiência. As propriedades primitivas totais na linguagem constituem, assim, o universo de possibilidades. O número de elementos no enunciado relativamente ao número total de propriedades conduz à noção de “extensão lógica relativa” a qual pode ser então considerada igual à probabilidade. Retoma-se, assim, um esquema equivalente ao conceito clássico o qual é, também, um modo lógico de obter as probabilidades. Esta definição parece ser semelhante à de Wittgenstein (afirmação 5.15 do *Tractatus Logico-philosophicus*, 1921): “a probabilidade de um enunciado é o número relativo das suas “razões de verdade”.

O problema da incorporação da experiência não está resolvida por estas definições. A frequência de casos conhecidos através da observação é uma alternativa baseada na experiência. A questão que se coloca então é a de conciliar a definição anterior com este tipo de frequência que poderia também ser uma medida do grau de confirmação. Carnap pretende resolver este problema com uma definição para o grau de confirmação de um enunciado tendo em conta os resultados das observações:

$$c(P(a) | E) = [s_p + E_R(P) \lambda] / [s + \lambda]$$

em que $P(a)$ é o enunciado que afirma que um indivíduo a possui uma propriedade P , s_p é o número de indivíduos, entre os s observados, que apresentam a propriedade P , $E_R(P)$ é a “extensão lógica relativa”, já referida, e λ é um parâmetro com valores superiores a zero. A lógica probabilística Carnapiana apresenta, assim, um contínuo de “métodos indutivos” que correspondem aos diferentes pesos λ entre a componente

¹⁷ Baseado no *Logical Foundations of Probability* de R. Carnap (1950) através do artigo Jacques Dubucs em *Sciences et Avenir*, 2001, p. 36.

estatística e a componente lógica. Não sendo conhecido um critério adequado para a selecção deste parâmetro λ , poder-se-á concluir que o “peso” relativo das duas componentes da probabilidade é basicamente subjectivo.

- Interpretação (teoria) Subjectiva, está associada, no séc. XX, aos trabalhos fundamentais de Frank Ramsey¹⁸ e Bruno de Finetti. Relativamente à Interpretação lógica segundo a qual a probabilidade de h , tendo em conta c evidência e , é identificada com o grau racional de crença o qual é considerado como sendo o mesmo para todos os agentes racionais. A interpretação subjectiva abandona esta posição. A probabilidade subjectiva é definida como o grau de crença de cada indivíduo. Tendo em conta que a teoria matemática das probabilidades corresponde a considerar que as probabilidades numéricas têm valores compreendidos entre 0 e 1, coloca-se a questão de encontrar o modo de “medir” o grau de energia individual relativo a um determinado acontecimento.

Ramsey discute este problema e apresenta três possibilidades: um hipotético aparelho medidor de graus de crença do tipo “detector de mentiras”, a introspecção e a atribuição de apostas¹⁹ ou lances. A primeira não existe, a segunda não é fiável (o hábito altera a nossa intensidade de sensação ou de convicção), resta a terceira que tem sido muito utilizada nas discussões filosóficas acerca desta interpretação.

Aparentemente, os graus de crença individuais podem ser arbitrários e não satisfazerem os axiomas da probabilidade. A escola subjectivista introduz o conceito de coerência, para resolver este problema, o qual está na base do Teorema Ramsey – De Finetti que é um condicionamento racional aos graus de crença não racionais. O teorema impõe a necessidade de aceitação dos axiomas gerais de probabilidade (à Kolmogorov) para garantir a coerência²⁰

¹⁸ Ramsey critica a posição de Keynes segundo a qual seria possível ter a percepção da probabilidade de uma relação lógica (intuição lógica). A intuição é posta em causa como um fundamento da probabilidade (Ramsey, 1926 e 1928).

¹⁹ Trata-se de simulação de decisões sujeitas a risco de se perder dinheiro tendo em conta o grau de convicção individual. O conceito de “utilidade” económica tem também sido adoptado.

²⁰ São três axiomas: definição do valor da probabilidade entre 0 e 1; lei da adição; e lei de multiplicação. Em Gillies, 2003 pode encontrar-se a prova da consistência com base nos axiomas.

ou seja para evitar um comportamento do tipo “livro Holandês” (Dutch book)²¹.

A posição radical da escola subjectivista conduz à posição de que todas as probabilidades são do tipo subjectivo (posição de De Finetti): a probabilidade objectiva corresponderá à situação de, face às evidências, os diferentes indivíduos tenderem a atingir um acordo no que respeita as respectivas probabilidades subjectivas. Este acordo pode ser explicado com base na fórmula de Bayes e das evidências existentes (Axioma 3 da teoria subjectiva ou lei da multiplicação de probabilidades):

$$P(H_{n+1} | e) = \frac{P(H_{n+1} \& e)}{P(e)}$$

A evidência é baseada em seqüências de resultados anteriores ($n - r | o$) ou seqüências de n acontecimentos em que se verificou ou não um atributo. Admitindo que a experiência ou o conhecimento desses n acontecimentos permitiu concluir que ocorreu r vezes o atributo favorável, introduz-se a condição de permutabilidade, condição fundamental de De Finetti, a qual corresponde à hipótese de o lance ou aposta do agente ser indiferente às permutação de r e n . Prova-se, então, que a probabilidade de sucesso no acontecimento $n + 1$, tendo em conta a evidência ou conhecimento dos resultados anteriores e a aplicação da fórmula de Bayes, tem a seguinte expressão (Gillies, 2003, p. 71).

$$P(H_{n+1} | e) = \frac{(r + 1) w_{r+1}^{(n+1)}}{(n + 1) w_r^{(n)}}$$

Sendo $w_{r+1}^{(n+1)}$ e $w_r^{(n)}$ as probabilidades “a priori”, subjectivas, correspondentes a r e $r + 1$ sucessos, respectivamente para os acontecimentos de ordem n e $n + 1$. Esta expressão mostra que a probabilidade “a posteriori” tenderá para r/n (frequência observada) no caso de $n \rightarrow \infty$ e a razão entre as probabilidades “a priori” tender para a unidade. Esta condição corresponderá a uma indiferença das probabilidades subjectivas face a um número muito grande de resultados. Este resultado é muito interessante na medida em que seria a base de justificação da convergência entre as probabilidades subjectivas “a priori”, potencialmente variáveis de agente para agente, e o

²¹ Expressão adoptada para designar a incoerência e a possibilidade das decisões serem sistematicamente desfavoráveis.

resultado comum de probabilidade objectivo que corresponderá à convergência da frequência relativa observada, em n observações ou acontecimentos, com a probabilidade objectiva quando n tende para infinito.

De acordo com a axiomática de De Finetti, a atribuição de valores às probabilidades “a priori” ($w_i^{(n)}$) só estarão sujeitas à condição de coerência (Axioma 1) seguinte:

$$\sum_{i=0}^n w_i^{(n)} = 1$$

Introduzindo, o princípio da indiferença, pode admitir-se que as probabilidades “a priori”, correspondentes a todos os cenários de sucesso ($0 \leq r \leq 1$) na sequência de n acontecimentos, são iguais entre si, obtém-se, então, do Axioma 1:

$$w_i^{(n)} = \frac{1}{n+1}$$

expressão que substituída no numerador e ou denominador da fórmula de Bayes, atrás indicada, conduz à seguinte expressão geral para a probabilidade objectiva $P(H | e)$:

$$P(H | e) = \frac{r+1}{n+2}$$

a qual corresponde ao resultado clássico denominado Regra da Sucessão de Laplace²². De Finetti defende que existe uma relação entre as características de independência no paradigma de probabilidades objectivas e de permutabilidade no paradigma de probabilidades subjectivas. Na verdade, a transposição da hipótese de independência para as probabilidades subjectivas conduziria automaticamente a $P(H | e) = P(H)$. Com a introdução da condição de permutabilidade, De Finetti mostra (ou pretendeu mostrar) que seria possível eliminar as noções de base metafísica de probabilidade objectiva e de independência. Não é, contudo, pacífica esta conjectura:

²² Esta regra pretendia ser uma solução, do ponto de vista de probabilidade, ao problema da indução de David Hume: acreditamos que o sol vai nascer amanhã, atendendo a que não há notícias, até hoje, de tal não ter acontecido, na medida em que a probabilidade desse acontecimento $P(H_{n+1} | e)$ tende para a unidade. Este exemplo foi discutido por K. Popper através de um contrafacto: se no dia anterior o sol não nasceu por fenómeno extraordinário qual será a probabilidade $P(H_{n+1} | e)$? A mesma segundo a teoria de De Finetti.

1) Gillies defende que a condição de permutabilidade só é admissível quando os acontecimentos são independentes (facto que deve ser sujeito a testes rigorosos); 2) coloca-se também o problema dos acontecimentos que são dependentes de acontecimentos anteriores como ocorre no caso das “cadeias de Markov” (a consideração exaustiva das condições possíveis para aplicação da metodologia de De Finetti torna-se pouco operacional); 3) finalmente a não alteração drástica das probabilidades quando ocorre um acontecimento extraordinário no conjunto das evidências é, também, um ponto vulnerável das probabilidades subjectivas.

De Finetti não aceitava a visão determinística clássica (e.g. como era a de Laplace), posição que teve um peso relevante no início do séc. XX, e foi influenciado por diversos autores da época, nomeadamente por Poincaré²³.

Não obstante as dificuldades e as críticas apresentadas (Gillies, 2003) a via Bayesinista é actualmente muito conhecida sob as formas subjectiva e objectiva. A primeira forma respeita as diferenças nos diferentes graus de convicção ou de crença, portanto sem constrangimentos especiais. Na segunda forma os constrangimentos são mais apertados e impõem constrangimentos de dois tipos²⁴: empírico (baseado no conhecimento de evidências) e lógico (baseado na falta de conhecimento – como é o caso do critério de maximização de entropia).

A interpretação subjectiva diferencia-se de uma interpretação objectiva da probabilidade mas não pode ser considerada autónoma. A probabilidade está fortemente associada a crenças parciais (graus de crenças ou graus de confiança). A natureza do grau de crença não é entendida de um modo único: 1) poderia ser uma medida de intensidade de emoções ou de convicções²⁵ (posição de De Morgan), variando entre certeza absoluta e incerteza absoluta (rejeição convicta), mas apresenta a dificuldade das intensidades não seguirem um padrão de coerência face aos acontecimentos; 2) ou ser uma “inclinação” ou “maneira de ser do carácter” para ter uma crença parcial ou particular revelada pela metodologia de apostas ou dos lances (“betting behaviours”), posição desenvolvida anteriormente (posições

²³ Henri Poincaré introduz as probabilidades subjectivas no seu livro *Ciência e Hipótese* (1902, p. 188) que considera adequadas para acontecimentos isolados.

²⁴ (Williamson, 2004, draft do *Handbook of the Philosophy of Mathematics*, Vol. 9 do *Handbook of the Philosophy of Science*).

²⁵ Interpretação usual no meio técnico com pendor depreciativo ou crítico.

de Ramsey e De Finetti); 3) poderá ser uma abordagem teórica, entendida como uma entidade teórica que explica a ordenação das preferências do indivíduo (teoremas de representação); 4) ou poderá ser uma forma subjectiva de estimar uma probabilidade objectiva (esta interpretação é interessante no contexto da análise dos riscos).

Recentemente, Achinstein (2001) propôs uma interpretação alternativa: a teoria de probabilidade epistémica objectiva (Achinstein, 2001, p. 95). Nesta interpretação, a probabilidade será “uma medida do quão razoável é acreditar numa proposição”. Esta medida obedece às regras formais de probabilidade. Nesta interpretação, a probabilidade não é uma medida (um grau) de crença numa hipótese mas sim no quanto é razoável acreditar em algo. De acordo com Achinstein, na probabilidade epistémica não há uma relativização subjectiva e difere das interpretações de Carnap (probabilidade “lógica”): a probabilidade como medida de quão forte é a crença (grau de crença) e como justificação da crença. Pelo contrário esta nova interpretação relaciona-se o grau de razoabilidade independentemente da situação epistémica real ou imaginada (idem, p. 99). Trata-se de uma probabilidade objectiva, empírica ou não.

- “Princípio Principal”, também designado por princípio de Lewis (Achinstein, 2001, p. 62) e de Miller (Barberousse, Kistter e Ludwig, 2000, p. 78), é fundamental na relação entre probabilidade e crença e na ponte entre as funções epistémicas e de representação de algumas características dos fenómenos naturais. Este princípio é considerado essencial para complementar a teoria Bayesiana de modo a que esta possa preencher (ou contribuir para) as duas funções.

Formulação de Lewis (1994): “Seja X a proposição que tem a “possibilidade” $C_{wt}(h|e) = r$ ²⁶. Seja p uma função de probabilidade subjectiva racional. Então $p(h|X \& e) = r$ ”.

Achinstein apresenta as diferentes características da interpretação que propõe, no contexto de análise do conceito evidência, e as diferenças entre a probabilidade objectiva epistémica e a probabilidade associada a propensões (K. Popper): os valores respectivos podem não coincidir.

²⁶ Para Lewis a “possibilidade” (“chance”) é objectiva, não subjectiva. C_{wt} é a “possibilidade” no mundo w e instante t .

Numa simbologia mais acessível o princípio pode ser escrito do seguinte modo (1994):

$$C_r (A | H_{tw} T_w) = P_{wt} (A | T_w)$$

sendo H_{tw} uma proposição que descreve completamente a história do mundo ou até ao instante t , T_w o conjunto completo dos condicionais história-possibilidade que existem em w e P_{wt} a função possibilidade e C_r a função de crença.

Formulação de Miller: “A probabilidade epistémica que A , admitindo que eu sei que a probabilidade objectiva de A é igual a x , é precisamente igual a x ”: $P_e (A | p(A) = x) = x$, sendo P_e a probabilidade epistémica. Este princípio tornaria, segundo Barberousse et ali (2001), a teoria bayesiana a teoria “mais completa do conhecimento científico”, explicitamente fundada na consideração do carácter incerto do conhecimento científico (p. 79).

- Interpretação (teoria) Frequencial, é uma interpretação forte e histórica das probabilidades e desenvolveu-se vigorosamente ao longo da história das probabilidades. Com efeito, a experiência foi mostrando que as frequências relativas, em sequências de acontecimentos, carregam uma relação íntima com as probabilidades. As interpretações frequenciais pressupõem a relação mais íntima de todas: a identidade entre probabilidade e frequência relativa. A convergência do valor limite de frequência relativa numa sequência longa para o valor exacto da probabilidade é uma constatação que decorre dos trabalhos de Cardan, Bernoulli, De Moivre e Laplace.

Carnap considerou que John Venn, em 1866 foi o primeiro a defender o conceito (interpretação) frequencial da probabilidade sem ambiguidade e de modo sistemático (Hacking, 2002, p. 90). Na realidade, o conceito já era conhecido três séculos antes. No séc. XX a interpretação frequencial está fortemente ligada aos trabalhos de Von Mises e de Hans Reichenbach, ambos associados ao Círculo de Viena.

Nesta interpretação, a probabilidade do atributo A é então definida como o limite da frequência relativa de A numa sequência longa (colectivo na terminologia de V. Mises) de acontecimentos, em condições semelhantes:

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(A)}{N}$$

sendo $N(A)$ o número de acontecimentos em que se verifica o atributo A e N é o número total de acontecimentos da sequência. Esta definição pressupõe que existe um limite: $N(A)/N$ vai convergir para um valor limite, o qual será o mesmo, para cada A , seja qual for a sequência longa utilizada. A garantia da existência deste limite decorre de um axioma específico: o Axioma de Convergência. Por seu turno, será preciso garantir, também, que seja excluído qualquer “sistema de jogo” que influencie ou determine os resultados dos eventos da sequência. Esta garantia é fornecida pelo Axioma de Aleatoriedade. Estes dois axiomas são os pilares fundamentais da teoria frequencial.

Von Mises publicou a sua teoria num artigo de 1919 e, fundamentalmente, no seu livro “Probability, Statistics and Truth”, publicado em 1928. De acordo com Von Mises, a teoria da probabilidade é uma teoria científica com uma estrutura matemática, como a mecânica, e o respectivo objecto é a análise de repetição de eventos. Nesta interpretação, a probabilidade é um número racional²⁷ e está intimamente ligada a séries de acontecimentos, sequenciais ou colectivos. O termo colectivo foi introduzido por Von Mises e corresponde a um conjunto de acontecimentos repetidos ou “fenómenos de massa”. Von Mises distingue colectivos empíricos e colectivos matemáticos. Os primeiros correspondem a conjuntos de acontecimentos (em número finito) que ocorreram no mundo em determinadas circunstâncias (e.g. saída de cara ou coroa em lançamentos sucessivos de uma moeda). Os segundos correspondem a sequências infinitas de elementos do conjunto de possíveis acontecimentos.

Von Mises considera os dois axiomas referidos anteriormente como leis empíricas que são sustentadas pelos colectivos empíricos.

A primeira lei (referente à convergência) é referida por Von Mises como sendo um facto empírico, associado aos “fenómenos de massa”: as frequências relativas de atributos tornam-se cada vez mais estáveis à medida que o número de observações aumenta (Lei da estabilidade das frequências estatísticas). Esta lei é, de acordo com Von Mises, confirmada em todos os jogos de azar, pelas companhias de seguros e nas estatísticas em biologia, entre outros casos (Gillies, 2003, p. 92). Conforme se pode concluir da história da probabilidade, esta lei já era conhecida muito antes de Von Mises.

²⁷ Propriedade que é violada pelas probabilidades no contexto da mecânica quântica.

A segunda lei empírica, contudo, é original e Von Mises considera-a fundamental à teoria das probabilidades: trata-se da falta de ordem nos elementos dos colectivos empíricos (aleatoriedade).

A interpretação frequencial, segundo Von Mises, é uma forma de definir de explicitamente o conceito de probabilidade, à semelhança de outras definições de conceitos da Física²⁸ (tese definicional de Von Mises).

A passagem ao limite das frequências relativas coloca questões relativas ao axioma da soma e não permite a correspondência entre as frequências relativas de sequências finitas com as probabilidades associadas. Outra questão envolve a compatibilidade lógica entre os dois axiomas: uma estrutura convergente do ponto de vista matemático e, simultaneamente, uma condição de aleatoriedade que impede uma relação entre os elementos de sequência. Popper propõe-se resolver este problema no seu trabalho “A Lógica da Pesquisa Científica” (primeiras das tarefas propostas por Popper).

- Interpretação (teoria) da Propensão, proposta por Popper em 1957, que coloca a probabilidade “no mundo”, e não em abstracções lógicas, como sendo uma propensão física ou disposição (tendência) de um determinado tipo de uma situação física para produzir um determinado resultado (“outcome”), ou para produzir uma frequência relativa limite desse resultado (“long run relative frequency”). Popper empolgou-se com a sua interpretação: “vivemos num mundo de propensões” (Popper, 1992, p. 29), declarou o filósofo. A “interpretação propensiva” da probabilidade surgiu em Popper pelo seu interesse pela teoria quântica. Com efeito, a mecânica quântica proporcionou um profundo debate sobre a natureza incerta ou aleatória do mundo quântico, nomeadamente no que concerne o “evento isolado”, fora de uma sequência de acontecimentos em condições idênticas ou semelhantes. Popper explicita a sua posição em “Conjecturas e Refutações” (1963)²⁹:

“Embora os testes da teoria sejam estatísticos, e ainda que a teoria (suponhamos a equação de Schrödinger) possa implicar consequências estatísticas, não tem necessariamente de ter um significado estatístico. E podemos dar exemplos, de propensões objectivas (que são uma espécie

²⁸ Gillies dá como exemplo o conceito de “trabalho” que tem uma definição na mecânica e outras definições e significados.

²⁹ Edição Almedina, 2003, p. 91.

de forças generalizadas) e de campos de propensões que podem ser medidos por métodos estatísticos sem serem eles próprios estatísticos.”

A interpretação propensista insere-se na convicção de Popper de que a probabilidade deve ter uma interpretação objectiva. Relativamente à interpretação frequentista, Popper introduz uma ligeira diferença: as sequências admissíveis (virtuais ou não) são caracterizadas por um conjunto de condições específicas de geração, condições essas que, quando realizadas de forma repetida, produzem os elementos das sequências. As condições de geração de acontecimentos estão, nesta interpretação, dotadas com a propensão (tendência ou disposição) para produzir as frequências observadas ou observáveis. Estas frequências que seriam tomadas por probabilidades correspondem a sequências finitas ou infinitas (Popper não é totalmente explícito nesta afirmação – Gillies³⁰, 2003, p. 116). De acordo com esta interpretação, qualquer probabilidade de um acontecimento A está condicionada às condições repetíveis de geração S ($P(A|S)$) - probabilidade relativa de A em oposição à probabilidade absoluta $P(A)$.

Segundo Popper, a tendência para a estabilidade dos resultados estatísticos, inerente à interpretação frequencial, é uma manifestação das propensões que se realizam como “forças que garantem a estabilidade das frequências (Popper, 1992, p. 33). As propensões não são possibilidades, são uma realidade física. A quantificação das propensões não poderá estar, segundo Popper, directamente relacionada com o grau de certeza ou incerteza dos acontecimentos: essa quantificação traduzirá a existência da actuação de “forças³¹ concorrentes” sem se poder definir o resultado da mesma (actualização ou realização das propensões). Estas “forças” ou condições podem ser criticadas por serem ocultas ou metafísicas, mas também podem ser um modo de designar ou caracterizar a complexidade do Mundo (envolvendo condições físicas e não físicas, decisões). Segundo Popper (Popper 1992), o “universo das propensões” não é equivalente a uma posição determinística do mundo (à Laplace): as propensões mudam e nós mudamos as propensões mas o passado não determina o futuro. As condições do passado determinam ou podem determinar a variabilidade das propensões as quais influenciam as situações futuras sem as determinar (Popper, 2002,

³⁰ Gillies refere que a relação entre os acontecimentos e as condições repetíveis já tinha sido apresentada anteriormente por Kolmogorov (1933).

³¹ Popper desenvolve a analogia entre os conceitos propensões e forças (Newtonianas).

p. 39). O futuro permanece aberto. O presente pode ser descrito como um processo contínuo de actualização das propensões mas quando as propensões se realizam deixam de ser processos reais, tornaram-se pertença do passado e irreais (Popper).

Relativamente ao futuro contingente, Popper escreve o seguinte, que tem muito interesse para a filosofia do risco (Popper, 2002, p. 42):

“Todas as possibilidades não nulas, incluindo aquelas às quais estão ligadas propensões muito pequenas, acabarão por se actualizar (realizar), desde que as condições pertinentes se repitam muitas vezes, ou permaneçam durante um período de tempo suficientemente longo. Esta lei significa que existe como que um *horror vacui* no seio das diferentes espécies do possível, de modo que as propensões são semelhantes a forças de atracção activas.”

Existem diversas variantes da teoria da propensão. Popper, ele próprio, alterou a sua primeira definição ao passar a afirmar que propensões em física são propriedades da “situação física global” (Popper, 1992) e, por vezes, do modo como a situação muda, em vez da condição de condições repetíveis. Esta mudança pode ter tido como razão o desejo de garantir probabilidades objectivas no caso de acontecimentos ou eventos isolados (probabilidades singulares). De acordo com D. Miller³² (1994) as propensões não são propensões para produzir frequências. Na interpretação das propensões, a probabilidade de um acontecimento não é a medida de qualquer frequência, mas sim a medida de uma “inclinação” da situação actual para se realizar um acontecimento (“outcome”). Assim, as teorias da propensão podem ser classificadas, segundo Gillies, em dois tipos: a) teorias de propensão de sequências longas (“long-run”); e b) teorias de propensão de casos isolados (“single-cases”). As primeiras estão associadas às condições repetíveis capazes de gerar sequências “longas” em que as frequências são aproximadamente iguais (tendem para) às probabilidades. As segundas consideram as propensões como capazes de produzir ou de realizar um determinado acontecimento isolado numa ocasião específica. Esta capacidade dupla, ou alternativa, tem sido objecto de grande controvérsia, sendo a principal objecção a de que a probabilidade de acontecimentos

³² Gillies, 2003, p. 127.

isolados não pode ser objectiva (posição de Gillies³³, por exemplo). Existe, contudo, outra posição que admite este tipo de probabilidade no quadro de uma teoria da decisão (Max Albert, 2002).

Uma das variantes da teoria foi proposta por Fetzer (1982): em vez do estado completo do Mundo, o conjunto completo de condições relevantes. Estas condições poderão conduzir a repetições e à geração de sequências susceptíveis de teste.

A teoria de propensão tem sido sujeita a críticas, dificuldades ou paradoxos diversos. Um dos paradoxos mais conhecidos é o “paradoxo de Humphrey”. Este paradoxo tem origem na sugestão de Popper (Popper, 1992) de que a propensão possa ser uma generalização da noção de “causa”. Causação é tão somente um caso especial de propensão: o caso de propensão igual a 1 (Popper, 1992, p. 44). Esta interpretação introduz dificuldades com o sentido do tempo e a simetria das probabilidades: uma situação pode ter a propensão de conduzir a um determinado evento, por exemplo a rotura de uma barragem ou a geração de um “tsunami” ($P(A|S)$); como interpretar³⁴ então a probabilidade $P(S|A)$ correspondente à propensão do evento subsequente ter propensão para gerar a situação S ? Em Gillies (2003) e em Miller³⁵ (2002) encontram-se esclarecimentos sobre as relações temporais e as propensões.

A “força quantitativa” dos argumentos contra a interpretação da propensão nas análises de probabilidade está expressa no trabalho de A. Eagle (21 Arguments Against Propensity Analysis of Probability, s.d.).

Um exemplo de contraste entre duas interpretações da teoria propensiva é a diferença entre as seguintes duas posições, de Popper e de Giere:

Giere – propensão de um sistema aleatório para produzir o resultado A num evento particular.

Popper – propensão de um sistema experimental repetível sujeito a determinadas especificações para produzir sequências com frequência relativa r .

³³ Gillies, 2003, p. 124.

³⁴ Existem diversas discussões sobre este paradoxo.

³⁵ Gillies, 2003, p. 132 e Miller, 2002, p. 111.

Segundo Giere, as propensões são a realização das probabilidades abstractas formais que ocorrem nas leis da física, tal como acontece com as forças na física Newtoniana. Este exemplo de contraste mostra que as diferenças são de natureza metafísica, sem possibilidade de resolução ou de teste objectivo.

- Representação simbólica das principais interpretações da probabilidade apresentadas anteriormente:

- Interpretação Clássica

$$P(A|B) = \frac{N(A)}{N(B)}$$

Razão entre o número de acontecimentos possíveis em que A pode ocorrer e o número total de acontecimentos em que B pode ocorrer.

- Interpretação Lógica

$P(A|B)$ é o grau com que B vincula parcialmente A .

- Interpretação Subjectiva

$P(A|B)$ é o grau de crença em A atendendo à informação B .

- Interpretação Frequencial

- Frequência finita

$P(A|B)$ é a proporção das amostras B observadas que são A .

- Frequência limite ou hipotética

$P(A|B)$ é a frequência limite dos B observadas que são A .

- Interpretação Propensiva

$P(A|B)$ é a probabilidade física, de um acontecimento isolado, relativo a algo que é B ser A .

- Interpretação (teoria) Intersubjectiva, é apresentada por Gillies como sendo uma extensão de interpretação subjectiva ao envolver um grupo de agentes. Trata-se da situação em que se atinge uma probabilidade de consenso num grupo social. Para este consenso ser atingido deve existir interesse comum e

fluxo de informação adequado entre os agentes. Esta interpretação pode ser considerada como estando numa posição entre a interpretação da crença racional (Keynes) e o grau de crença subjectiva (Ramsey).

Esta interpretação coloca, também, em discussão o conceito de objectividade ou do grau de objectividade das probabilidades, nomeadamente a diferenciação entre o completamento objectivo (independente do homem) e o artefacto ou construção para o homem. A probabilidade artefactual seria um tipo de probabilidade resultante da interacção entre o homem e a natureza.

Esta interpretação pode ter uma importância relevante no conceito do risco e, em particular, nas pontes entre os conceitos (interpretações) de risco técnico-científico e de percepção social do risco (visão dos grupos sociais ou da opinião pública).

Face às diferentes interpretações da probabilidade poder-se-á concluir que não é razoável adoptar a posição de só uma única interpretação da probabilidade ser filosoficamente admissível. As duas posições básicas, uma pretendendo ser mais objectiva (e.g. a interpretação frequencial), outra mais próxima da posição individual e da consideração de uma crença ou do raciocínio individual (e.g. interpretações de lógica e subjectiva). Carnap identifica estes tipos de probabilidades como probabilidade₂ e probabilidade₁. Ramsey (1926) também aceita esta dualidade de conceitos.

Segundo Gillies (Gillies, 2003, p. 184) é da opinião que a interpretação clássica é válida, mas limitada nas aplicações, a interpretação lógica tem dificuldades relacionadas com o princípio da indiferença e aos respectivos paradoxos. Por seu turno, as interpretações subjectivas e intersubjectiva são, de acordo com Gillies, bases adequadas para o cálculo de probabilidades. A interpretação frequencial é, também, uma interpretação válida tendo a teoria da propensão (não operacionalista) de Popper argumentos mais fortes do que a teoria de Von Mises³⁶ e permite uma boa relação com a regra de falsificação baseada na estatística. Ao associar as probabilidades com condições repetíveis e não em sequências do tipo “colectivos” de Von Mises, a teoria da propensão permite um campo de aplicações de cálculo mais amplo.

³⁶ A teoria da propensão evita dificuldades com o axioma da aditividade em sequências infinitas e o axioma da aleatoriedade de Von Mises pode ser reduzido ao axioma da independência.

Assim, de acordo com Gillies as interpretações actuais mais válidas são as seguintes: subjectiva, intersubjectiva e propensão³⁷. Segundo Ramsey (1926) é provável que seja possível uma explicação da possibilidade de aplicação do mesmo tipo de cálculo matemático (das probabilidades) a diferentes tipos de fenómenos: o principal problema que se coloca é, contudo, a explicação da ligação entre as probabilidades subjectiva e de propensão³⁸.

No caso de situações em que ocorrem, ou podem ocorrer, condições repetíveis com acontecimentos independentes, em que pode ser aplicada uma regra ou um critério de falsificação estatística, a teoria da propensão será mais indicada. Por seu turno, as probabilidades subjectivas serão as mais adequadas para os acontecimentos isolados.

3. ALGUMAS QUESTÕES FINAIS SOBRE A FILOSOFIA DAS PROBABILIDADES

3.1. CONTRIBUIÇÃO DE KARL POPPER PARA O DEBATE

Na discussão filosófica do problema de probabilidade como conceito e, nomeadamente, relativamente às diferentes interpretações discutidas no séc. XX, a intervenção de Karl Popper é das mais relevantes. Esta intervenção pode ser agrupada em quatro pontos fundamentais:

- a contribuição para melhorar a interpretação frequencial e a teoria formal das probabilidades (Ponto 1);
- a discussão da probabilidade lógica e do grau de corroboração de uma teoria (Ponto 2);
- a proposta de um novo tipo de interpretação designado por teoria da propensão (Ponto 3);
- e a discussão relativa à aplicação de critérios de demarcação (falsificabilidade) às teorias da probabilidade (Ponto 4).

³⁷ Estas interpretações correspondem a três tipos de factores de cognição propostos por Fleck (1935): o individual, o colectivo e a realidade objectiva.

³⁸ É uma questão importante na análise do risco.

Os quatro pontos apresentados constituem uma forma simplificada de condensar as contribuições de Popper neste domínio. Contudo, Popper abordou ainda aspectos específicos da maior importância, nomeadamente a questão da interpretação probabilística na mecânica quântica e a probabilidade de acontecimentos isolados.

Popper manifestou-se, numa fase da sua vida, contra a posição do indeterminismo em Física (Popper, 2002, p. 239):

“Quanto à controvérsia acerca da causalidade discordarei da metafísica indeterminista que, hoje, é tão popular. O que a distingue da metafísica determinista, até recentemente em voga entre os físicos, não é tanto a sua maior lucidez, mas a sua maior esterilidade.”

Na edição inglesa (e em língua portuguesa) da sua “Lógica da Pesquisa Científica”, Popper dá sinal da sua alteração neste ponto (Nota de fim de página, p. 239):

“Alterei, entretanto, a interpretação dada à teoria quântica, bem como à teoria das probabilidades. Minhas actuais concepções podem ser encontradas no Postscript, onde, independentemente da teoria quântica, argumento em favor do indeterminismo.”

No livro “Conjecturas e Refutações” (2003³⁹, p. 172), Popper é ainda mais explícito:

“... penso que o determinismo é uma teoria insustentável a diversos títulos, e que não temos qualquer razão para o aceitar. Creio, na verdade, que é importante para nós livrarmo-nos do factor “determinismo” da tradição racionalista.”

e, ainda (Popper, 2003, p. 91):

“A crença de Einstein no determinismo ... é, creio eu, infundada, e também infeliz...”

- Ponto 1: no Cap. VIII do Livro “A Lógica da Pesquisa Científica”, Popper interessa-se pela teoria frequencial da probabilidade (teoria de Von Mises) e procura melhorar as respectivas bases. Pretende propor novas contribuições

³⁹ A edição original foi publicada em 1963.

para o cálculo de probabilidades e elucidar as relações entre probabilidade e experiência. Popper descreve os axiomas da convergência e da aleatoriedade que definem as sequências consideradas por Von. Mises: os colectivos. Na sua forma mais simples, o colectivo pode reduzir-se a sequências designadas por “alternativas” (sequências de 1 e 0 ou de duas propriedades).

Popper coloca uma questão como ponto de partida: a aparente incompatibilidade do conceito de limite ou de convergência a sequências que, por efeito do axioma da aleatoriedade, deveriam estar livres de qualquer regra (p. 168). Popper propõe-se, então, elaborar uma teoria frequencial para as “classes finitas” Nesta linha, é proposta a eliminação do axioma da convergência (p. 170) e a derivação do Teorema de Bernoulli (Lei dos grandes números) a partir do axioma de aleatoriedade modificado. São apresentadas cuidadosas definições (selecção, independência, indiferença, irrelevância, sequências finitas, selecção ordinal e por vizinhança e liberdade - N em sequências finitas, entre outras) – Secções 53, 54 e 55. A definição Liberdade - N em sequências finitas é muito importante nesta fase de Popper: a estrutura da sequência α pode torná-la indiferente a qualquer selecção feita em termos das propriedades dos predecessores imediatos, está livre de quaisquer efeitos ulteriores por parte desses N predecessores (p. 177). É deduzida a “primeira forma da fórmula binomial ou de Newton”, com base em sequências finitas adjacentes (p. 181).

Popper passa das sequências finitas para as sequências infinitas e discute as “fontes” principais das nossas hipotéticas estimativas de frequência (p. 184): 1) hipótese igual oportunidade; e 2) extrapolação de verificações estatísticas. A primeira corresponde a admitir que são iguais as probabilidades das várias propriedades primárias (igual distribuição). A segunda baseia-se na hipótese de que as tendências anteriores continuarão a manifestar-se de maneira aproximadamente estável⁴⁰.

O texto apresenta, seguidamente, uma análise do axioma da aleatoriedade (Secção 58 – p. 186) ou do princípio de jogo excluído. Popper defende que não é necessário um axioma de aleatoriedade tão forte como o de Von Mises. Basta exigir a exclusão de uma classe especial de selecção por vizinhança:

⁴⁰ Este aspecto é importante quando se adopta uma sequência matemática, com uma lei de geração, e se admite, ou se espera, que se aproximará de uma sequência empírica.

que a sequência seja n - livre, de quaisquer efeitos ulteriores, para qualquer n ou que seja “absolutamente livre” (p. 188) – propriedade que constitui a definição de sequência casvalóide. O limite – frequência correspondente a este tipo de sequência é designado por “probabilidade objectiva” (p. 190) e Popper demonstra a “terceira fórmula de Bernoulli” aplicável a sequência causalóide infinita (p. 191) e a “Lei dos grande números”:

“... um longo segmento finito, de comprimento determinado, colhido a partir de uma sequência aleatória α será chamado “de amostra representativa” se e somente se a frequência de uns, neste segmento se desviar de P , isto é, do valor da probabilidade de uns na sequência aleatória α , por não mais que alguma reduzida fracção fixada (que podemos escolher arbitrariamente)”

Popper defende, então, que a “lei dos grandes números não é consequência trivial do axioma da convergência e que este se mostra insuficiente para a dedução da lei. O requisito do axioma da aleatoriedade modificado (“liberdade absoluta”) não pode ser dispensado e vai mais longe ao defender a possibilidade de que a lei dos grandes números seja independente do axioma da convergência (p. 201). A demonstração é feita com base nos conceitos de pontos de acumulação e de frequência medial (Secção 64 – p. 203), introduzindo um requisito de unicidade para garantir “uma e apenas uma probabilidade” (p. 206). Popper considera, assim, ter resolvido o “problema fundamental da teoria do acaso” e afirma: “o axioma da convergência não é parte necessária dos fundamentos do cálculo de probabilidades”. Segundo Popper, a teoria subjectiva não pode interpretar a “lei dos grandes números” coerentemente em termos de frequência (p. 208).

A descrição relativamente pormenorizada da contribuição de Popper na interpretação frequencial tem por justificação mostrar a forte adesão a esta teoria, as conclusões importantes que obteve⁴¹ e assinalar que, posteriormente, vai abandonar esta interpretação em favor de outra que é da sua responsabilidade: a teoria das propensões.

⁴¹ No Livro “A Lógica da Pesquisa Científica” Popper inclui diversos apêndices com demonstrações e análises relativas ao formalismo das probabilidades (Apêndices ii, iii, iv e Novos Apêndices *ii, *iii, *iv, *v e *vi) Salienta-se que no Apêndice *ii (1938), Popper apresenta um sistema axiomático semelhante ao de Kolmogoroff. Este assunto é continuado nos Novos Apêndices seguintes.

- Ponto 2: Popper discute no seu Livro “A Lógica da Pesquisa Científica” (Cap. X) a probabilidade lógica e a teoria de corroboração e defende que “o problema da probabilidade de hipóteses está, em seu conjunto, mal formulado” (p. 275). A “probabilidade” de uma hipótese deve ser sujeita a testes, a críticas e devemos tentar averiguar “até que ponto a hipótese mostrou-se capaz de manter-se incólume”, resistindo aos testes a que foi submetida”. Devemos averiguar até que ponto a lei foi “corroborada”. Popper comenta “o princípio da uniformidade da natureza” e o princípio da indução (p. 277 e 279) e procede a uma análise crítica do pressuposto da probabilidade de uma hipótese poder ser reduzida a uma probabilidade de eventos (crítica a uma proposta de Reichenbach que pretende reduzir a probabilidade₁ em probabilidade₂) – Secção 80 (p. 279 e seguintes).

Particularmente interessante é a discussão apresentada (Secção 83) relativamente à possibilidade de corroboração (grau de corroboração) e a probabilidade lógica de hipóteses na qual o autor defende a seguinte tese (p. 296):

“...a corroborabilidade de uma teoria e também o grau de corroboração de uma teoria que resistiu a testes severos, colocam-se, ambos, por assim dizer, na razão inversa de sua probabilidade lógica”

Ora existe nesta posição uma oposição a outros autores: Keynes usa a expressão “probabilidade a priori” para designar o que Popper designa de “probabilidade lógica”. A probabilidade de uma hipótese confundir-se-ia, assim, com o “grau de corroboração de uma hipótese⁴².”

- Ponto 3: Como foi já referido, Popper apresenta a sua teoria de propensão posteriormente aos trabalhos descritos nos pontos 1 e 2. No livro “Conjecturas e Refutações”, escreve que no livro anterior estava interessado em desenvolver uma teoria consistente da probabilidade tal como é usada na Ciência (teoria frequencial), e que trabalhou, também, com outro conceito designado por “probabilidade lógica”, mas sentiu a necessidade de uma generalização que permitisse diferentes interpretações, incluindo a probabilidade de um acontecimento relativo a um determinado “colectivo” de acontecimentos (acontecimento isolado). Popper declara então ter obtido

⁴² No Novo Apêndice *ix, Popper reproduz três notas publicadas no The British Journal for the Philosophy of Science (1954, 1957 e 1958) sobre corroboração, evidência, estatística e probabilidades.

uma teoria simples que permite uma série de outras interpretações, nomeadamente como um cálculo de propensões. Este interesse pela interpretação propensiva surgiu, em Popper, a partir da mecânica quântica (e.g. “a probabilidade de localizar a partícula em qualquer dada região do espaço” – 2002, p. 244, Secção 74).

No texto “A World of Propensities”⁴³ editado em 1990, Popper desenvolve de modo sucinto a sua visão sobre esta interpretação.

Conforme já foi referido, esta nova interpretação proposta por Popper apresenta vantagens relativamente à interpretação frequencial para as condições repetíveis, mas não resolveu o problema inicial de Popper relativo a acontecimentos isolados (Gillies, 2003, p. 119).

A reflexão de Popper relativamente ao aleatório (e às probabilidades) corresponde às alterações na compreensão da Física atómica (mecânica quântica). Essa reflexão manifesta-se, com alterações, desde a publicação de “A Lógica da Pesquisa Científica” e os seus “Postscripts”: desde uma posição associada à interpretação frequencial para uma posição de claro entusiasmo à interpretação baseada nas propensões. A sua oposição⁴⁴ à interpretação de Copenhague baseia-se na sua recusa em aceitar que a característica probabilística de física teria de ser explicada por uma “barreira irreduzível” ao conhecimento humano (subjectivo). O debate no livro de Popper sobre a mecânica quântica traduz um debate sobre a natureza ontológica do mundo quântico: a aleatoriedade é uma consequência da perturbação física da observação (uma troca de energia que altera o estado do objecto e cria dispersão – apreciação do princípio de Heisenberg por Popper)⁴⁵. A estabilística, através de um grande número de observação teria a essa justificação. Nas últimas edições do seu livro, Popper altera a sua posição, nomeadamente em termos da reflexão sobre o carácter ontológico do aleatório. Na primeira fase de Popper ele preocupa-se em desenvolver “novos fundamentos do cálculo das probabilidades” e em esclarecer o “problema da decidibilidade dos enunciados probabilísticos” ou seja na

⁴³ Tradução em língua francesa publicada em 1992. Popper apresenta a teoria da propensão em 1957.

⁴⁴ Em, por exemplo, “Quantum Theory and the Schism in Physics”.

⁴⁵ Popper, 202, p. 240.

procura de fundamentos “objectivos” da probabilidade e de evitar especulações “metafísicas” ilegítimas.

A interpretação objectiva é, assim, a opção de Popper que rejeita (em 1934) as interpretações subjectivas: os graus de conhecimento e ignorância são substituídos por frequências relativas em sequências. Especiais precauções relativamente às sequências são discutidas por Popper para evitar as especulações metafísicas”: para evitar explicações abusivas de regularidades (e.g. explicação de leis físicas através de acontecimentos aleatórios ou correlações ou acumulação accidental de ocorrências). Popper impõe então limites operacionais e não limites ontológicos ou epistémicos. Popper preocupa-se em evitar que as teorias probabilísticas deixem de ser científicas.

Posteriormente, Popper concede outra posição quando o conhecimento humano não é suficiente para previsão: quando as leis deixam de corroboradas, a nossa ignorância passa a ser o “aleatório”. O sucesso (ou insucesso) das previsões pode ser explicado pelas leis mas também pelo facto da natureza ser ou não constituída de acordo com essas leis. E Popper “ajusta” a sua alteração com a teoria da propensão que defendeu. A propensão torna-se inseparável de reflexão sobre a natureza e a ontologia. No postscript “Quantum Theory and the Schism in Physics”, Popper desenvolve um argumento subtil:

- o conceito subjectivo colocaria o aleatório nos limites do conhecimento humano (limites epistemológicos) – no seguimento da interpretação de Copenhague sobre a mecânica quântica;
- o conceito objectivo (à Popper) é compatível com uma “ontologia do aleatório”, o ser pode estar aleatoriamente estruturado⁴⁶ (probabilidades físicas objectivas são incompatíveis com determinismo).

Popper relaciona então a interpretação da probabilidade baseada na propensão⁴⁷ com tendências disposicionais objectivas: as disposições são interpretadas como tendências para se auto-realizarem e dão origem às correspondentes frequências relativas em colectivos virtuais ou reais (ser é

⁴⁶ Popper refere o exemplo do segundo princípio da termodinâmica: baseado na nossa ignorância ou no sistema em si?

⁴⁷ Popper vai buscar as raízes filosóficas à noção de “potencialidade” de Arsitóteles (potência).

simultaneamente a actualização de uma propensão “a priori” e ser uma propensão para se tornar). Onde é que as potencialidades se localizam não é relevante, mas a questão é ontológica e liberta-se da limitação epistémica. Sem a componente ontológica o aleatório ficaria uma função da ignorância (à Laplace).

3.2. PROBABILIDADE DE ACONTECIMENTO ISOLADO

A interpretação da probabilidade de um acontecimento isolado⁴⁸ é um dos problemas fundamentais da filosofia das probabilidades e um problema difícil de ordem prática. De acordo com a teoria frequencial, este problema poderá ser afastado se os cingirmos a um âmbito de validade limitada a longas sequências (“colectivos”). Do ponto de vista conceptual, a interpretação frequencial tem o seu lugar. É também válida na estimativa do valor da probabilidade de acontecimentos repetíveis. Para além destes dois aspectos, permanece o problema do significado e da estimativa da probabilidade inerente a um hipotético acontecimento isolado, incluindo um elemento isolado de uma sequência.

No que concerne o significado, poder-se-á considerar que este é o problema essencial e universal da probabilidade: quando se lança uma moeda ideal, sabemos que a probabilidade de sair “cara” é 0,5; este valor o que é que nos diz?; não garante “cara”, nem garante “coroa”; não prevê “cara”, nem prevê “coroa”...

Se sair “cara” a probabilidade deste evento torna-se instantaneamente um e a probabilidade de “coroa” zero. Mas, simultaneamente, estas probabilidades deixam de ser válidas e deixam de ser probabilidades: são valores conhecidos, eventuais evidências para posteriores estimativas. Contudo, com base nas informações anteriores, as probabilidades mantêm-se as mesmas⁴⁹.

O significado da probabilidade não é o de um método de previsão ou de simulação de futuros. O que é que nos fornece? Fornece-nos:

- uma medida de convicção ou de incerteza/certeza “a priori”, a melhor das informações possíveis com a informação disponível?

⁴⁸ Considera-se que este tipo de acontecimento está bem identificado e que não depende de uma “lei de jogo”, a independência e aleatoriedades estão garantidas.

⁴⁹ Popper faz esta referência de uma forma explícita (Popper, 202, p. 232).

- uma quantificação racional do grau de possibilidade de realização que possibilita um acordo intersubjectiva acerca de uma caracterização ponderada de um futuro plausível passível de ser objecto de expectativa e de cálculo no presente?
- ou o conhecimento de um estado possível intrínseco da situação geradora do evento que nada poderá alterar nem ninguém poderá conhecer melhor?

O problema da probabilidade de acontecimento isolado, nomeadamente no âmbito da mecânica quântica e dos novos paradigmas de incerteza colocados pela Física no séc. XX, de entre os quais o princípio da incerteza de Heisenberg é um caso particularmente importante, preocupou Popper e motivou muitas das suas análises (Popper, 2002, Cap. IX). A constatação de que o conhecimento de determinadas grandezas físicas do mundo quântico não poderia ir mais além do que a respectiva probabilidade perturbou a comunidade dos físicos e dos filósofos. Max Born foi o primeiro que deu ênfase ao carácter probabilístico da mecânica quântica. As ondas caracterizadas pela equação de Schrödinger seriam, então, ondas de probabilidade, desenvolvimento surpreendente que desiludiu alguns físicos. O debate entre posições antagónicas foi forte: as probabilidades são intrínsecas ou existem “variáveis ocultas⁵⁰”, e não conhecemos ainda a verdadeira estrutura do mundo quântico? Einstein⁵¹ recusava que “Deus pudesse jogar aos dados”. Para evitar uma situação de probabilidade intrínseca, uma corrente de Física procurou tornar a mecânica quântica mais aceitável através de uma interpretação estatística: as probabilidades deveriam ser interpretadas como frequências de um determinado resultado e como probabilidades de uma única partícula. Esta posição e a de “variáveis ocultas” foram contraditadas pelo teorema de Bell (1964) e pelas experiências de Alain Aspect (década de oitenta) que dão razão à teoria quântica e põem em causa a interpretação estatística.

Para fornecer um significado compatível para a probabilidade de um acontecimento isolado, Popper desenvolveu o conceito de propensão, apresentado no Ponto 2.

⁵⁰ Exemplo desta posição foi a explicação determinística de David Bohm exposta em 1954 (Polkinghorne, 2002).

⁵¹ No livro de Popper “A Lógica da Pesquisa Científica” (edição brasileira de 2002) está incluída uma carta de Einstein.

Segundo Bernard d’Espagnat, esta teoria não parece, contudo, ser aceitável na mecânica quântica (B. d’Espagnat, 2002, p. 372). Segundo este autor as probabilidades quânticas serão, simultaneamente, intrínsecas e de “aparição ao observador” (idem, p. 373).

No contexto de uma filosofia do risco a questão permanece a um nível macroscópico. Com efeito, as análises do risco baseiam-se em estimativas de probabilidades de eventos decorrentes de cenários que nunca ocorreram ou que nunca ocorreram nas condições seleccionadas. Exemplo: qual é a probabilidade de rotura de uma determinada barragem localizada num rio?

Uma forma de tentar estimar o valor de uma probabilidade deste tipo, baseado numa interpretação propensiva e numa metodologia frequencial para “desvelamento” do valor correspondente da propensão, é o de identificar uma “classe de referência”. Esta classe permitiria obter uma sequência ou um colectivo. A identificação ou definição desta classe passa então a ser da maior importância ou delicadeza pois exige a adopção de critérios de selecção adequados a cada caso.

Ora Popper designa a probabilidade de um acontecimento singular pela expressão “enunciado de probabilidade formalmente singular” (Popper, 2002, Secção 71, p. 230) e declara que, do ponto de vista frequencial, as probabilidades “não podem ser atribuídas a ocorrências isoladas, mas tão-somente a sequências infinitas de ocorrências ou eventos” (idem, p. 231). Popper define a probabilidade formalmente singular do seguinte modo (Popper, 2002, p. 231):

$${}_α P_k (β) = {}_α F (β)$$

expressão que corresponde à definição da probabilidade (P) do evento isolado k ter a probabilidade $β$, sendo k um elemento de sequência $α$, ser igual à probabilidade (F) da sequência ou classe de referência $α$.

A escolha da “classe de referência”, ou de sequência auxiliar, para estimar a probabilidade de um evento isolado implica determinadas considerações subjectivas (hipóteses de classificação do acontecimento). Esta particularidade motiva a posição extrema (Howson e Urbach) que advoga ser este tipo de probabilidade mais subjectivo do que objectivo (Gillies, 2003, p. 119). A estimativa de uma probabilidade de acontecimento isolado pode ter uma base subjectiva relevante, ou ser mesmo maioritariamente subjectiva, mas deve ter

em conta o maior número de evidências possível. Ora estas evidências podem ser consideradas como frequências de acontecimentos considerados equivalentes em sequências de referência.

Como directiva para a selecção da “classe de referência” refere-se o princípio da “classe de referência” mais “restritiva” (“narrowest reference class”), considerado como sendo de aceitação racional por Ayer (1963).

De acordo com Gillies, é razoável, em alguns casos, atribuir probabilidades objectivas a acontecimentos *A* que são resultados de conjuntos de condições *S* repetíveis (Gillies, 2003, p. 124). Noutros casos será aconselhável, segundo Gillies, analisar as probabilidades de eventos singulares como sendo probabilidades subjectivas, baseadas, pelo menos em parte, em probabilidades objectivas (eventualmente do tipo frequencial/propensões).

Numa análise do risco são aplicados dois tipos fundamentais de opções metodológicas para contornar o problema da determinação de probabilidades de acontecimentos isolados:

- Acontecimento rigidamente agregado, sem decomposição, o acontecimento é um todo que ocorre semelhante, ou não, a outros que já ocorreram (procura de “classes de referência” compostas por elementos semelhantes ou sujeitos a condicionamentos supostamente semelhantes).
- Acontecimento desagregável, admitindo a hipótese sistémica de que o sistema físico, ou situação não física, pode ser desagregado em componentes com comportamentos independentes ou relações determinadas (elaboração de árvores lógicas ou físicas de eventos ou de falhas) mas exige a atribuição de distribuições de probabilidades às condições iniciais e ao comportamento dos componentes⁵².

Do ponto de vista operacional, a questão filosófica ou do significado da probabilidades coloca-se, na análise do risco, a dois níveis:

- nível de cálculo das probabilidades conjuntas ou finais em que a cada conjunto de eventos, ou componentes de eventos, pretendemos atribuir uma distribuição de probabilidades e não é possível aplicar a

⁵² Popper aborda este ponto na Secção 70 – Reduzibilidade das Macroleis a partir das microleis (Popper, 2002, p. 228 a 230).

interpretação frequencial (ou propensiva) a todos (combinação⁵³ com frequências subjectivas);

- nível do significado das probabilidades e dos valores dos riscos tendo em vista a tomada de decisão e a comunicação ao público.

Se a discussão de um mundo determinista (à Laplace) está actualmente ultrapassada a nível quântico, a nível macroscópico a situação é diferente. A probabilidade associada à nossa falta de informação completa e à nossa correspondente incerteza (grau de incerteza) confronta-se com a complexidade do mundo e da discussão sobre as limitações inerentes à razão e à inevitabilidade do determinismo na perspectiva humana, que é a que interessa.

Assim, o acontecimento isolado, fundamental na tomada de decisão, conduz-nos à divisão já referida no ponto 2.2 (2.2.1.):

- podemos reconhecer componentes físicas ou não aleatórias, decorrentes de propensões (segundo a respectiva teoria) ou com regularidade frequencial (sequências) o que nos conduz a uma componente “objectiva”;
- temos ainda de reconhecer a necessidade de recorrer ao que sentimos e pensamos, em função de evidências subjectivas ou objectivas, à nossa crença ou conhecimento o que nos conduz, “grosso modo”, a uma componente importante que é a probabilidade “epistémica”.

Combinar estas duas “grandes” interpretações em métricas comuns (0 a 1) é um problema operacional no contexto da tensão histórica do conceito da probabilidade. O formalismo de Bayes e a consideração de novas informações poderão hipoteticamente fazer “convergir” os dois tipos de probabilidades.

3.3. O PROBLEMA DA DEMARCAÇÃO

O problema da validação demarcação de teorias é central em Popper. No que concerne os enunciados de probabilidade, Popper afirma, na Secção 65 de “Lógica da Pesquisa Científica” (2002, p. 209), que os mesmos não serão falseáveis enquanto a fórmula binominal for deduzível no interior do sistema: “as hipóteses de probabilidade não afastam nada que seja observável” e “estimativas da probabilidade não podem contradizer nem ser contraditadas por

⁵³ Como Popper refere, o “enunciado de probabilidade formalmente singular (fornece uma espécie de ponte à teoria subjectiva (Popper, 2002, p. 232).

um enunciado básico”. Esta constatação traduz uma dificuldade de monta na aplicação das probabilidades nas análises dos riscos. Constitui um obstáculo à aceitabilidade das respectivas conclusões.

Com Popper (2002, Secção 3, p. 33), podem ser consideradas quatro linhas para submeter uma teoria a prova: 1) prova de coerência interna da teoria; 2) investigação da forma lógica por forma a determinar se ela apresenta o carácter da teoria empírica ou se é uma tautologia; 3) comparação com outras teorias e verificação se constitui um avanço no caso de passar as provas a que seja submetida; e 4) a comprovação da teoria por meio de aplicações empíricas das respectivas conclusões. No caso do cálculo das probabilidades, nomeadamente as teorias frequenciais e de propensão, todas as linhas são satisfeitas com relativa facilidade, à excepção da segunda. No caso da teoria clássica (lógica) ou nas teorias lógicas, poder-se-á admitir que é uma tautologia, uma teoria puramente dedutiva e “analítica”. Se definirmos o que é um dado, se aceitarmos a hipótese de equiprobabilidade ou de indiferença (dado ideal e lançamento ideal) e se aceitarmos uma axiomática adequada, as conclusões e os resultados podem estar desligados da confirmação empírica, serão verdadeiros ou falsos por coerência interna, tal como nos enunciados matemáticos clássicos.

Nas teorias frequenciais e de propensão a situação é muito diferente: existem condições de base, dados de base aos quais se aplica uma teoria⁵⁴ da qual decorre uma previsão ou enunciado de conteúdo empírico os quais seria “logicamente possível verificar e falsificar (2002, p. 41). De acordo com Popper, as teorias nunca são inteiramente justificáveis ou verificáveis mas são susceptíveis de serem submetidas a prova. A objectividade dos enunciados científicos (probabilidades objectivas) reside em poderem ser, intersubjectivamente, submetidos a teste (2002, p. 46). A prova com características objectivas exige a repetição o que, no caso dos enunciados de probabilidade objectiva, apresenta uma dificuldade peculiar: só a repetição de um número infinito de acontecimentos poderia garantir a igualdade de resultados de acordo com a teoria.

A probabilidade objectiva (frequencial ou de propensão) poderá conduzir a “enunciados numericamente universais”, válidos apenas para uma classe finita

⁵⁴ Existe uma sequência e uma teoria que permite obter uma frequência relativa que se aproxima do valor da probabilidade.

de elementos específicos, numa região finita e particular do espaço-tempo (2002, p. 65). Os enunciados da probabilidade afastam-se, assim, dos “enunciados estritamente universais”, válidos para qualquer tempo e qualquer local (não verificáveis mas falsificáveis). A negação de um enunciado estritamente universal equivale a um enunciado estritamente existencial⁵⁵ e vice-versa. Um enunciado existencial poderá ser verificado (2002, p. 73).

Ora, de acordo com Popper (2002, Secção 66, p. 211), as estimativas de probabilidade não são falseáveis nem são naturalmente verificáveis: “não há resultados, por mais numerosos e favoráveis, capazes de verificar, de maneira definitiva”, o valor da frequência relativa constante. Os enunciados básicos e os enunciados de probabilidade não podem contradizer-se. No entanto, Popper propõe uma possibilidade: os enunciados de probabilidade podem apresentar consequências unilateralmente verificáveis (consequências puramente existenciais⁵⁶) – “comprovado que algo existe, aqui ou ali, em enunciado existencial (2002, Secção 15, p. 71) pode, por esse meio, ser verificado” (2002, p. 73). Um enunciado, uma estimativa de probabilidade, irá ter consequências numa sequência de acontecimentos ou sequência empírica, na ocorrência de diferentes tipos de elementos de sequência. Esta ocorrência pode ser retardada para além de todos os limites, segundo Popper e poder-se-á obter maior ou menor “informação”, no sentido de que podemos “ter êxito na tentativa de verificar muitas, algumas ou nenhuma” das consequências de uma estimativa de probabilidade (2002, p. 213). Enunciados deste tipo são designados por “hipóteses existenciais” (universalizadas) Popper sustenta que a relação entre estimativas de probabilidade e enunciados básicos, e a possibilidade de serem objecto de “confirmação” maior ou menor pode ser entendida se considerarmos o facto de que “hipóteses” existências são logicamente deduzíveis de todas as estimativas de probabilidade” (2002, p. 213).

Popper discute esta tese: os enunciados de probabilidade podem, eventualmente, assumir a forma de hipóteses existenciais. Esta análise é feita com base nos requisitos de aleatoriedade e da unicidade e Popper conclui que

⁵⁵ Não podem ser falsificáveis (falseados). Seriam (são) enunciados metafísicos ou não-empíricos.

⁵⁶ Exemplo: o enunciado “a probabilidade anual do caudal máximo de cheia ser superior a um determinado valor X é 10^{-4} significa que pode ocorrer pelo menos uma cheia com um caudal máximo superior a X em cada ano – equivalente a “há pelo menos um corvo negro” (2002, p. 72).

a eliminação do requisito da unicidade do sistema “não afecta as relações lógicas vigentes entre uma estimativa de probabilidade e enunciados básicos, bem como não afecta a “confirmação” maior dessa estimativa. Eliminando o requisito da unicidade podemos dar ao sistema a forma de uma hipótese existencial pura” (2002, p. 214).

Na Secção 68 do livro de Popper (2002), o autor introduz a definição física de probabilidade. Esta definição é associada a uma possibilidade prática de falsear uma estimativa hipotética de probabilidade (Popper 2002, p. 218):

“...há certos experimentos que, se realizados sob condições controladas, conduzem a resultados variáveis. No caso de alguns desses experimentos – dos que são “casualóides”, como os lançamentos de moedas – a repetição frequente conduz a resultados em que as frequências relativas, repetindo-se aproximam-se mais e mais de um valor fixado, que admite a denominação de probabilidade do evento em causa. Esse valor é “... empiricamente determinável, através de uma longa série de experimentos, com qualquer grau de aproximação⁵⁷”, o que explica, de passagem, a razão por que é possível falsear uma estimativa hipotética de probabilidade”.

Tendo em conta as objecções que se levantam a esta metodologia (e.g. Quão longe deve ser a série de experimentos? Como saber que foi alcançada a aproximação desejada?), Popper escreve em nota de página 222:

“Podemos, assim, esperar ter condição de refutar uma hipótese probabilística, no sentido aqui indicado; e podemos esperá-lo, talvez mais confiantemente do que no caso de uma hipótese não probabilística. A regra ou decisão metodológica de encarar (para n grande) um grau negativo de corroboração como falseamento é, sem dúvida, caso específico da regra ou decisão metodológica examinada na presente secção – a de desprezar certas improbabilidades extremas”.

E Popper resume a conclusão da sua análise sobre o problema de decidibilidade dos enunciados de probabilidade (2002, P. 224):

“... enunciados de probabilidade, na medida em que se revelam não falseáveis, são metafísicos e destituídos de significação empírica; e, na

⁵⁷ Citação de Born-Jordam.

medida em que se vêm utilizados como enunciados empíricos, são empregados como enunciados falseáveis”

A aparente contradição é resolvida pela “aplicação de alguma espécie de regra metodológica, uma regra, por exemplo, que exija se coloque a concordância entre enunciados básicos e a estimativa de probabilidade em conformidade com algum padrão mínimo .“...”a regra exige, não uma simples concordância grosseira, mas a melhor concordância possível quanto a tudo o que é reproduzível e susceptível de teste.” (2002, p. 225).

Gillies (2003, p. 146) actualiza a posição de Popper e mostra o procedimento estatístico que se pode adoptar com base na especificação de uma “região de rejeição” e considerar a hipótese em teste como refutada se o valor observado do teste estatístico estiver incluído na “região de rejeição⁵⁸”. Existe sempre uma probabilidade de erro na rejeição. Os testes estatísticos clássicos utilizados podem ser considerados como metodologias equivalentes às metodologias de falsificação defendidas por Popper.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O problema filosófico da probabilidade coloca-se no centro do conhecimento humano, nomeadamente do conhecimento científico e da natureza. Está fortemente associado aos problemas da indução, do determinismo/indeterminismo, da certeza/incerteza e da ordem/desordem.

A tensão entre as interpretações de tipo “objectivo”, associando a probabilidade a um conhecimento de uma realidade e à determinação da probabilidade a um desrolamento de uma característica objectiva, e de tipo “subjectivo” ou epistémico, associando a probabilidade a algo profundo, íntimo, racional ou lógico, dificilmente são superáveis.

O conceito de probabilidade confronta-nos com a eventual impossibilidade de conhecermos e prevermos o mundo sem desvios ou desordens perturbadoras ao espírito.

A propensão (inata?) de acreditarmos num mundo regido por leis, regularidades inalteradas (“princípio da uniformidade da natureza”, segundo

⁵⁸ Associada a um sinal de confiança ou “significance level”.

Popper⁵⁹), por uma ordem tem, segundo Whitehead origem “teológica, mágica e política⁶⁰”.

“A ordem do universo é um conceito derivado da crença religiosa na racionalidade de Deus que pôs em movimento um universo perfeito para demonstrar a sua onisciência”.

Origem política, também, segundo E. Morin⁶⁰, associada à origem divina das monarquias ocidentais. Com a mutação verificada no pensamento científico nos séculos XVIII e XIX, a ordem sobrevive e reforça-se com o relativo apagamento da intervenção divina (ordem e progresso, lema do positivismo e do cientismo). Laplace di-lo a Napoleão: “...não necessito dessa hipótese” (Deus).

O séc. XX alterou conceito na Física e na Sociedade em geral (Sociedade do Risco, U. Beck) e colocou na discussão epistemológica o aleatório: “o que não pode ser simulado por algum mecanismo, nem deduzido por alguma formalismo”, segundo R. Thom⁶¹.

Ora enquanto a ordem é o que permite a previsão rigorosa, o controlo, a desordem é o que conduz à angústia da incerteza face ao não controlável. A resistência à desordem assume um carácter metafísico e um carácter moral, segundo E. Morin que nos diz (Morin, 1982, p. 199) que um mundo totalmente aleatório é desprovido de organização e impossível para seres vivos, mas que um mundo totalmente determinista seria desprovido de inovação e de evolução. As probabilidades e a estatística mantêm, ao nível dos grandes números, um certo tipo de ordem. Ao nível quântico e ao nível do acontecimento isolado a realidade parece continuar a ultrapassar a capacidade do nosso conhecimento e entendimento.

Parece ser possível concluir que existe uma crença generalizada entre os cientistas, os engenheiros, os economistas e os filósofos do conhecimento: o conhecimento de probabilidades diminui o grau de incerteza. Frank Knight⁶²

⁵⁹ Popper, 2002, p. 277.

⁶⁰ Morin, 1982, p. 194.

⁶¹ Segundo Chaitin: toda a sequência que não pode ser gerada a partir de um algoritmo e necessita de ser descrita na totalidade.

⁶² O seu livro “Risk, Uncertainty and Profit (1921)” é considerado o primeiro trabalho de relevo no domínio da tomada de decisão em condições de incerteza.

(1921) distingue claramente a incerteza sem possibilidade de serem estimadas probabilidades (incerteza completa), da incerteza quantificada através de probabilidades (risco). A função principal do conhecimento das probabilidades de fenómenos macroscópicos é a sustentação de decisões e uma forma de integrar racionalmente informações e evidências. Ora estas decisões são tomadas, a diversos níveis, com informações e justificações de tipo “objectivo” ou com crenças “subjectivas”. Contribuir para uma melhor estruturação dessas bases de decisão é positivo. Esta estruturação passe em termos práticos (e.g. em análises do risco) por uma reflexão nos seguintes aspectos relevantes:

- aplicação e identificação do princípio da indiferença (ou equiprobabilidade) como base de esquemas de raciocínio probabilístico;
- identificação entre a definição de probabilidade “a priori”, do tipo lógico, e de outros tipos de probabilidade com intenção objectiva (frequencial ou propensiva) ou subjectiva (incluindo a metodologia Bayesiana).

Para terminar, fica-nos a reflexão sobre o que é possível ou impossível no nosso mundo, na nossa vida: “...mesmo os processos mais improváveis ocorrerão algum dia”...”a maior das improbabilidades sempre continua a ser uma probabilidade”. (Popper, 2002, p. 22); algumas coisas jamais ocorrem no mundo físico porque são impossíveis, outras, porque são demasiado improváveis”... (Eddington em “The Nature of the Physical World”, 1982 em Popper, 2002, p. 22).

Seja o efeito de uma propensão ou uma constatação lógica, seja uma entidade metafísica ou uma evidência empírica, a natureza multi-facetada da probabilidade não passível de uma unificação completa. Do levantamento efectuado, pode-se concluir que, seja qual for a melhor interpretação aplicável à mecânica quântica os resultados neste domínio da Física são um sucesso prático e que, no domínio macroscópico, a interpretação intersubjectiva é muito válida. Com efeito, admitindo uma estrutura axiomática formal e regras de cálculo matemático e incorporando os conhecimentos convictos subjectivos resulta uma metodologia de suporte à decisão que, colectivamente, pode ser adoptada se o grupo de actores intervenientes entender que seja útil. A ponderação de perdas ou ganhos sob a forma de valores expectáveis permite a consideração de decisões racionais que podem ser fundamentais na dinâmica da sociedade.

Para além das abordagens relativas aos significados no contexto dos domínios microscópicos (mecânica quântica) e macroscópico (aplicações práticas correntes do cálculo das probabilidades e análises frequenciais e lógicas) pode (e deve) considerar-se uma outra vertente: a vertente psicológica e o sentido da probabilidade no comportamento humano nomeadamente na relação pensamento-realidade. A probabilidade, neste contexto, seria também uma manifestação psicológica intrínseca, uma capacidade inata e cumulativa de experiências para defesa e avanço no futuro. O estudo da percepção de frequência e das intuições baseadas em evidências, conscientes e não conscientes, é um aspecto importante, nomeadamente na filosofia do risco. O desenvolvimento da probabilidade numérica, de acordo com a história, teria tido, assim, uma justificação consistente com a alteração da relação psicológica entre um mundo de ordem divina e um mundo entregue à razão humana.

Em termos individuais e de grupos, o conceito de probabilidade terá também um significado biológico como factor motivador de sobrevivência e desenvolvimento.

A existência de probabilidade, no sentido de possível mas não seguro, pode ser essencial para o desenvolvimento humano. Tal como a “propriedade” a “possibilidade” pode ser um direito “vital”: um dos argumentos que sustentam a caracterização de crimes parece basear-se no condicionamento ou previsão de “possibilidade” de vida imposto por outrem. Caso extremo será a privação de liberdade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Achinstein, P. (2001), *The Book of Evidence*, Oxford, p. 290.

Balibar, F. (2001), *La Probabilité sans Sujet*, *Sciences et Avenir*, N° 128, p. 60-66.

Barberousse, A., Kistler, M. e Ludwig, P. (2000), *La Philosophie des Sciences an XX Siècle*, Champs Université, Flammarion, p. 353.

Bernstein, P.L. (1996), *Against the Gods. The Remarkable Story of Risk*, J. Wiley e Sons, p. 383.

- Cournot, A. (1851), *Essai sur le Fondement de nos Connaissances*, in *La Méthode Experimentable et la Philosophie de La Physique* de Robert Blanché, A. Colin, p. 332-341.
- Cramer, H. (1966), *Elementos de la Teoria de Probabilidades*, edição em língua Castelhana, Aguilar, p. 321.
- Eells, E. (1983), *Objective Probability Theory*, *Syntese*, 57, p. 387-442.
- Espagnat, B. (2002), *Traité de Physique et de Philosophie*, Fayard, p. 585.
- Gillies, D. (2003), *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, p. 223.
- Gonçalves, E. e Lopes, N.M. (2000), *Probabilidades. Princípios Teóricos*, Escolar Editora, p. 215.
- Hacking, I. (1975), *L'Émergence de la Probabilité*, edição francesa (2002), Senil, p. 276.
- Hacking, I. (2004), *L'Ouverture an Probable*, edição francesa, A. Colin, p. 349.
- Hajek, A. (2002), *Interpretations of Probability*.
- Jarrosson, B. (1992), *Invitation à la Philosophie des Sciences*, Sciences, Senil, p. 233.
- Laplace, P.S. (1878–1912), *Obras Completas*, Paris, 14 Vol..
- Laplace, P.S. (1795), *Ensayo Filosofico sobre las Probabilidades*, edição em castelhano (1985), Alianza Editorial, p. 142.
- Miller, D. (2002), *Propensities May Satisfy Bayes's Theorem*, *Proc. of the British Academy*, 113, p. 111-116.
- Mood, A.M. (1966), *Introducción a la Teoria de la Estadística*, edição em lengua Castellana, Aguilar, p. 445.
- Morin, E. (1982), *Science avec Conscience*, Nouvelle édition, Sciences, Fayard, p. 315.
- Paty, M. (2001), *Physical Quantum States and the Meaning of Probability*, in *Stochastic Causality*, CSLI Publications, p. 235-255.

- Paulino, C.D. *et alii* (2003), *Estatística Bayesiana*, F. Calouste Gulbenkian, p. 446.
- Poincaré, H. (1902), *Science and Hypothesis*, edição inglesa (1952), Dover, p. 244.
- Polkinghorne, J. (2002), *Quantum Theory. A Very Short Introduction*, Oxford, p. 113.
- Popper, K. (1934), *A Lógica da Pesquisa Científica*, edição brasileira (2002), editora Cultrix, São Paulo, p. 567.
- Popper, K. (1963), *Conjecturas e Refutações*, edição portuguesa (2003), Almedina, p. 579.
- Popper, K. (1990), *Un Univers de Propensions*, edição francesa (1992), éditions de l'Éclat, p. 79.
- Ramsey, F. (2003), *Vérité et Probabilité (1926) e Degré Reasonnable de Croyance (1928)*, em *Logique Philosophic et Probabilités*, VRIN, p. 352.
- Rédei, M. (2003), *Lectures on Interpretations of Probability*.
- Rey, A. (2001), *De la Probité an Probable*, *Sciences et Avenir*, N° 128, p. 92-93.
- Williamson, J. (2004), texto para *Handbook of the Philosophy of Mathematics*, Vol. 9 do *Handbook of the Philosophy of Science*, Elsevier.
- Wittgenstein, L. (1921), *Tractatus Logico-Philosophicus*, edição inglesa (2002), Routledge, p. 106.