

MODELOS RASTER DE ESCOAMENTO SUPERFICIAL EM BACIAS HIDROGRÁFICAS

João R. HIPÓLITO

Eng.º Civil, Agregado em RH, Professor Associado do IST, jh@civil.ist.utl.pt

Joana M. A. SIMÕES

Geógrafa, Estudante do Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos, IST, jmsimoes@ualg.pt

RESUMO

Apresentam-se dois modelos de simulação do escoamento superficial directo resultante de precipitação efectiva sobre bacias hidrográficas.

Um dos modelos, designado por **K8**, utiliza o conceito cinemático para a definição da vazão dos seus elementos, o outro, designado por **D8**, utiliza o conceito da difusão. Assim, no modelo **K8** a perda de carga unitária da fórmula de resistência é igual ao declive do elemento e no modelo **D8** a perda de carga unitária é igual ao declive da superfície livre.

O tratamento formal das equações envolvidas conduz, nos dois modelos, a sistemas de equações lineares simultâneas, com o mesmo número de incógnitas, com matrizes dos coeficientes muito esparsas, que são resolvidos em cada passo de cálculo.

Descreve-se a aplicação dos modelos à bacia do rio de Loures em Ponte de Pinhal.

Com base no formalismo teórico e nas aplicações práticas caracterizam-se de modo comparativo algumas das propriedades de cada um dos modelos.

Palavras-chave: Modelos hidrológicos, modelos digitais do relevo, modelo cinemático, modelo de difusão

1 INTRODUÇÃO

O crescente desenvolvimento das aplicações de Sistemas de Informação Geográfica à Hidrologia e Recursos Hídricos, especialmente em formato *raster*, a disponibilidade cada vez maior de dados de precipitação obtidos por radares meteorológicos, tradicionalmente em formato *raster*, e a necessidade de continuar a prevenir eventuais efeitos nocivos de cheias, quer por meios estruturais, quer por planeamento criterioso da ocupação do território, quer ainda por emissão de avisos às populações, mantêm a motivação para o desenvolvimento de modelos distribuídos de escoamento superficial suportados por modelos *raster* do relevo da superfície das bacias hidrográficas e que, desejavelmente, estejam cada vez menos sujeitos a restrições de aplicabilidade.

Discretizações da superfície de bacias hidrográficas ou de trechos de cursos de água em elementos irregulares têm sido utilizadas ao longo do tempo por vários autores, como por exemplo se descreve em KIBLER e WOOLHISER (1970), CUNGE (1975), PALACIOS-VELEZ e CUEVAS-RENAUD (1986) e SILVA (1996).

Nas últimas décadas, são também vários os autores que têm utilizado discretizações em elementos regulares, como por exemplo se descreve em BEASLEY e HUGGINS (1982), ABBOTT et al. (1986), YOUNG et al. (1989), ROSÁRIO (1990), HIPÓLITO e ROSÁRIO (1994), HIPÓLITO e PORTELA (1995), PAULO (1998) e LANÇA e RODRIGUES (2000).

Nos modelos fisicamente baseados, como a própria classificação indica, utilizam-se os princípios físicos da conservação para modelar os processos que se pretende simular. Regra geral, na modelação hidrológica, utiliza-se todo o rigor no princípio da conservação da massa e permite-se alguma simplificação, quando justificável, no princípio da conservação da quantidade de movimento.

No domínio de cada elemento, a equação de conservação da massa pode escrever-se

$$\frac{dV}{dt} = I - O \quad (1)$$

onde

V representa o volume de água armazenado no elemento,
I, o volume de água que entra no elemento por unidade de tempo,
O, o volume de água que sai do elemento por unidade de tempo e
t, o tempo,

e a equação da conservação da quantidade de movimento na componente horizontal da direcção do escoamento, quando forem desprezáveis as variações de velocidade nas outras duas direcções ortogonais, pode escrever-se

$$S_f = S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2)$$

onde

S_f representa a perda de carga unitária,
 S_0 , o declive do fundo,
h, a altura do escoamento,
g, a aceleração da gravidade,
x, a ordenada ao longo da componente horizontal da direcção do escoamento e
t, o tempo.

Designam-se por modelos cinemáticos os modelos que utilizam apenas a primeira parcela do lado direito da equação (2)

$$S_f = S_0 \quad (3)$$

ou seja, os modelos onde se faz a perda de carga unitária igual ao declive do fundo, e designam-se por modelos de difusão os modelos que utilizam as duas primeiras parcelas do lado direito da equação (2)

$$S_f = S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4)$$

ou seja, os modelos onde se faz a perda de carga unitária igual ao declive da superfície livre (S_w)

$$S_f = S_w \quad (5)$$

Neste artigo, descrevem-se dois modelos de escoamento superficial, aplicáveis a bacias hidrográficas, um (designado por **K8**) fazendo uso do conceito cinemático e outro (designado por **D8**) fazendo uso do conceito de difusão, apontam-se vantagens e inconvenientes de cada um e relata-se a sua aplicação a uma bacia hidrográfica de teste.

2 FORMALISMO

Considere-se uma malha regular de elementos quadrangulares horizontais, com lados iguais a L , sobreposta à bacia hidrográfica. O domínio da modelação é representado por todos os elementos da malha cujo centro esteja dentro dos limites da bacia hidrográfica. Ao centro de cada elemento é atribuída a cota do ponto homólogo da bacia hidrográfica, eventualmente obtida por interpolação.

Cada elemento da malha recebe água da precipitação que sobre ele ocorra e dos elementos vizinhos que para ele drenam, no número máximo de oito (8). Considerando-se apenas a precipitação efectiva, o volume de água que por unidade de tempo precipita sobre um elemento (V_{ri}) será

$$V_{ri} = A_e r_i \quad (6)$$

onde

A_e representa a área do elemento (L^2) e

r_i , a intensidade da precipitação efectiva sobre o centro do elemento i .

Considere-se que cada elemento apenas drena para um e um só dos vizinhos, aquele com o qual se obtém a maior perda de carga unitária (S_i) calculada com base nas propriedades definidas nos centros dos elementos intervenientes.

Para o modelo **K8**, onde se adopta o conceito cinemático, $S_f=S_0$, será

$$S_{rij} = \frac{z_i - z_j}{d_{ij}} \quad (7-K8)$$

onde

z_i representa a cota do elemento i ,

d_{ij} , a distância entre os centros do elemento i e do elemento j ,

i , o índice do elemento central e
 j , o índice do elemento vizinho.

Adopte-se como representativa da altura do escoamento em cada elemento a respectiva altura média de detenção (\bar{h}_i), definida por

$$\bar{h}_i = \frac{V_i}{A_e} \quad (8)$$

onde

V_i representa o volume de água armazenado no elemento i .

Para o modelo **D8**, onde se adopta o conceito de difusão, $S_f = S_w$, será

$$S_{fij} = \frac{(z_i + \bar{h}_i) - (z_j + \bar{h}_j)}{d_{ij}} \quad (7-D8)$$

Considere-se que o caudal drenado do elemento i para o elemento j (Q_{ij}), quando por exemplo se adopte uma fórmula do tipo Manning-Strickler, é

$$Q_{ij} = K_i d_{ij}^{-5/3} \bar{h}_i^{1/2} S_{fij} \quad (9)$$

onde

K_i representa o coeficiente de Strickler para o elemento i .

Das definições acima referidas resulta que no modelo **K8** pode haver escoamento de um dado elemento para um elemento vizinho, com o fundo mais baixo, mesmo que a cota da superfície da água nesse vizinho, avaliada pela altura média de detenção, seja mais elevada. Por outro lado, no modelo **K8** não poderá haver escoamento de um elemento a determinada cota quando os seus vizinhos tiverem cotas do fundo iguais ou superiores à desse elemento. Assim, para aplicação do modelo **K8** é necessário proceder a adaptações no modelo do relevo para que toda a bacia possa contribuir para o escoamento na secção de referência e, mesmo assim, podem obter-se escoamentos contra declives muito importantes da superfície livre.

Tendo como objectivo a aplicação da equação (1) a cada elemento i , pode escrever-se

$$\frac{dV_i}{dt} = I_i - O_i \quad (10)$$

com

$$V_i = A_e \bar{h}_i \quad (11)$$

$$I_i = A_e r_i + \sum_j Q_{ji} \quad (12)$$

$$O_i = Q_{ik} \quad (13)$$

onde o somatório da equação (12) se estende a todos os vizinhos do elemento i que para ele drenam.

Para a aplicação numérica adoptou-se um esquema de discretização em torno de um ponto Θ que se ilustra na Figura 1.

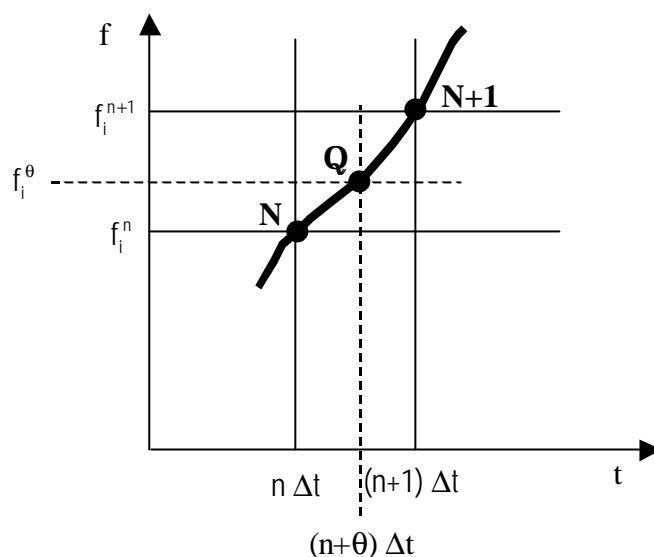


Figura 1 – Ilustração para o esquema de discretização das equações

Considere-se uma função $f_i(t)$ definida no elemento i e considere-se que

$$f_i^n = f_i(n \Delta t) \quad (14)$$

$$f_i^\theta = f_i[(n + \theta)\Delta t] \quad (15)$$

onde $0 < \theta \leq 1$.

Então, poder-se-á escrever que, com aproximação,

$$f_i^\theta = f_i^n + \theta \left. \frac{df_i}{dt} \right|_n \Delta t \quad (16)$$

$$\left. \frac{df_i}{dt} \right|_\theta = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{\Delta f_i}{\Delta t} \quad (17)$$

e, para uma função $g_{ij}[\bar{h}_i(t), \bar{h}_j(t)]$

$$g_{ij}^\theta = g_{ij}^n + \theta \left. \frac{\partial g_{ij}}{\partial \bar{h}_i} \right|_n \Delta \bar{h}_i + \theta \left. \frac{\partial g_{ij}}{\partial \bar{h}_j} \right|_n \Delta \bar{h}_j \quad (18)$$

Considerando o atrás exposto, para cada elemento i do interior da bacia hidrográfica dever-se-á verificar a seguinte equação

$$\left. \frac{dV_i}{dt} \right|_\theta = A_e r_i^\theta + \sum_j Q_{ji}^\theta - Q_{ik}^\theta \quad (19)$$

onde

i representa o índice do elemento central,

j , o índice de um vizinho que drena para o elemento i e

k , o índice do vizinho para onde drena o elemento central.

No modelo **K8** será, com aproximação,

$$\left(\frac{A_e}{\Delta t} + \theta \frac{dQ_{ik}}{dh_i} \Big|_n \right) \Delta \bar{h}_i - \sum_j \left(\theta \frac{dQ_{ji}}{dh_j} \Big|_n \Delta \bar{h}_j \right) = A_e r_i^\theta + \sum_j Q_{ji}^n - Q_{ik}^n \quad (20-K8)$$

com

$$\frac{dQ_{ij}}{dh_i} \Big|_n = \frac{5}{3} \frac{Q_{ij}^n}{\bar{h}_i^n} \quad (21)$$

sendo a derivada (21) nula quando o caudal for nulo.

No modelo **D8** será, também com aproximação,

$$\left[\frac{A_e}{\Delta t} + \theta \frac{\partial Q_{ik}}{\partial h_i} \Big|_n - \theta \sum_j \left(\frac{\partial Q_{ji}}{\partial h_i} \Big|_n \right) \right] \Delta \bar{h}_i - \sum_j \left(\theta \frac{\partial Q_{ji}}{\partial h_j} \Big|_n \Delta \bar{h}_j \right) + \theta \frac{\partial Q_{ik}}{\partial h_k} \Big|_n \Delta h_k = A_e r_i^\theta + \sum_j Q_{ji}^n - Q_{ik}^n \quad (20-D8)$$

com

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial h_i} \Big|_n = Q_{ij}^n \left[\frac{5}{3} \frac{1}{\bar{h}_i^n} + \frac{1}{2} \frac{1}{(z_i + \bar{h}_i^n) - (z_j + \bar{h}_j^n)} \right] \quad (22)$$

e

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial h_j} \Big|_n = Q_{ij}^n \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{(z_i + \bar{h}_i^n) - (z_j + \bar{h}_j^n)} \right] \quad (23)$$

sendo as derivadas (22) e (23) consideradas nulas quando o caudal for nulo.

No elemento que representa a secção de referência, quando não exista outro elemento a jusante, é necessário definir uma relação de vazão função da altura média de detenção nesse elemento. Pode adoptar-se uma relação do tipo (9) com perda de carga unitária fixada por forma a que haja concordância com uma eventual curva de vazão nessa secção. Será necessário também considerar a derivada correspondente para a equação (20).

A aplicação da equação (19), quer a **K8**, quer a **D8**, a todos os elementos do domínio da bacia hidrográfica resulta num sistema de equações lineares em $\Delta \bar{h}_i$, com matriz dos coeficientes muito esparsa (em cada linha há no máximo 9 coeficientes não nulos), que pode ser resolvido como se indica em KEY (1973).

Será

$$\bar{h}_i^{n+1} = \bar{h}_i^n + \Delta \bar{h}_i \quad (24)$$

e o caudal em cada elemento, no fim do passo de cálculo, obtém-se substituindo em (9) \bar{h}_i por \bar{h}_i^{n+1} .

Como meio de controlo da conservação da massa no modelo pode utilizar-se a seguinte expressão

$$BAL^n = 1 - \frac{\sum_i \bar{h}_i^n - \sum_i \bar{h}_i^0 + \frac{\Delta t}{A_e} \sum_{\delta=1}^n \bar{Q}_s^\delta}{\Delta t \sum_i \sum_{\delta=1}^n \bar{r}_i^\delta} \quad (25)$$

onde

\bar{Q}_s^δ representa o caudal médio saído do elemento homólogo da secção de referência da bacia hidrográfica, no intervalo de tempo que corresponde ao passo de cálculo δ e

\bar{r}_i^δ , a intensidade média de precipitação efectiva sobre o elemento i , no intervalo de tempo que corresponde ao passo de cálculo δ .

A equação (25) representa a diferença entre o volume de água precipitado sobre a bacia hidrográfica e a soma do que ficou armazenado na bacia hidrográfica, em excesso do armazenamento inicial, com o volume de água que saiu pela secção de referência, dividida pelo volume de água precipitado. Assim, quando $BAL=0$ verifica-se a conservação da massa em todo o domínio durante a simulação; quando $BAL<0$ a variação do volume armazenado mais o que saiu é maior do que o que precipitou; e, quando $BAL>0$ a variação do volume armazenado mais o que saiu é menor do que o que precipitou.

3 CASO DE ESTUDO

Os modelos descritos foram aplicados à bacia hidrográfica do rio de Loures em Ponte de Pinhal. O rio é afluente da margem direita do rio Trancão perto de Lisboa, a secção de referência tem as coordenadas de 38° 50' N, 9° 9' W e situa-se a uma altitude de 20 m. A área da bacia hidrográfica é 77 km².

O modelo do relevo foi obtido por interpolação multiquadrática de pontos digitalizados na carta militar do SCE à escala 1:25 000, ao longo de linhas de nível e de pontos singulares, máximos e mínimos locais. A malha regular de elementos quadrangulares com 142.45 m de lado tem 90 elementos na direcção E-W e 91 elementos na direcção N-S.

O modelo do relevo da bacia hidrográfica (Figura 2), contido na malha, compreende 3805 elementos com uma altitude média de 234.25 m, com 62% de elementos com cota superior, e uma altitude mediana de 262.61 m. A altitude mínima é 6.63 m e a máxima é 422.13 m. O declive médio do modelo da bacia hidrográfica é 9.12 %.

O modelo do relevo da bacia hidrográfica contém 40 elementos de acumulação, ou seja, 40 elementos cujos vizinhos têm cotas iguais ou superiores às suas. Na Figura 3 apresenta-se a carta das direcções de drenagem ou carta de exposição. Como a legenda mostra, a vermelho, a direcção 1 corresponde a uma drenagem de 0 para 1, ou seja, na direcção SW. Os pontos de acumulação apresentam-se a amarelo. Na referida Figura, identifica-se também o elemento homólogo da secção de referência da bacia hidrográfica e uma secção transversal que se utiliza à frente para ilustrar características da superfície livre.

Como se referiu, para que toda a bacia possa contribuir para o escoamento quando se utiliza o modelo **K8**, é necessário que não haja pontos de acumulação. Assim, apenas para este modelo, modificou-se o modelo do relevo definindo interactivamente caminhos de escape com declive constante. Esses caminhos podem ser visualizados como canais virtuais escavados na encosta das depressões do modelo do relevo, até que se atinja um elemento que drene para fora da depressão.

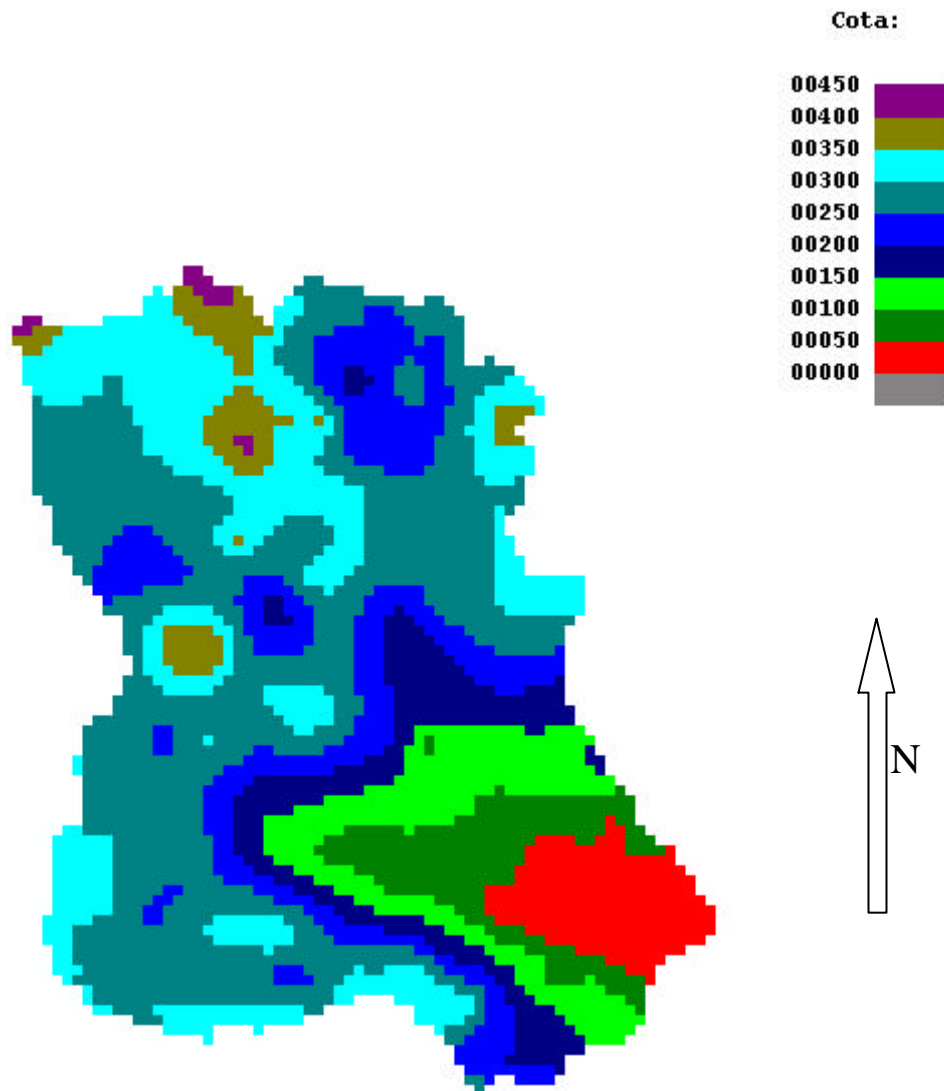


Figura 2 – Carta hipsométrica do modelo do relevo

No modelo **K8**, aos caminhos de escape e ao declive do elemento de referência, e no modelo **D8**, apenas ao declive do elemento de referência, atribuiu-se $S_f=0.001$.

Ao elemento de referência, em ambos os modelos, atribuiu-se $d_{ij}=L$ (ver equação (9)).

Na aplicação dos modelos considerou-se

$\Delta t=1$ s,
 $\theta=0.5$,
 $K_i=30$ m^{1/3} s⁻¹,
 $r_i=100$ mm h⁻¹.

Faz-se notar que neste exercício não se calibrou quer a rugosidade dos elementos quer a curva de vazão no elemento de referência, pretendendo-se apenas analisar, com intensidade de precipitação efectiva constante, conceitos e algoritmos para avaliar o comportamento dos modelos estabelecidos face ao conhecimento hidrológico.

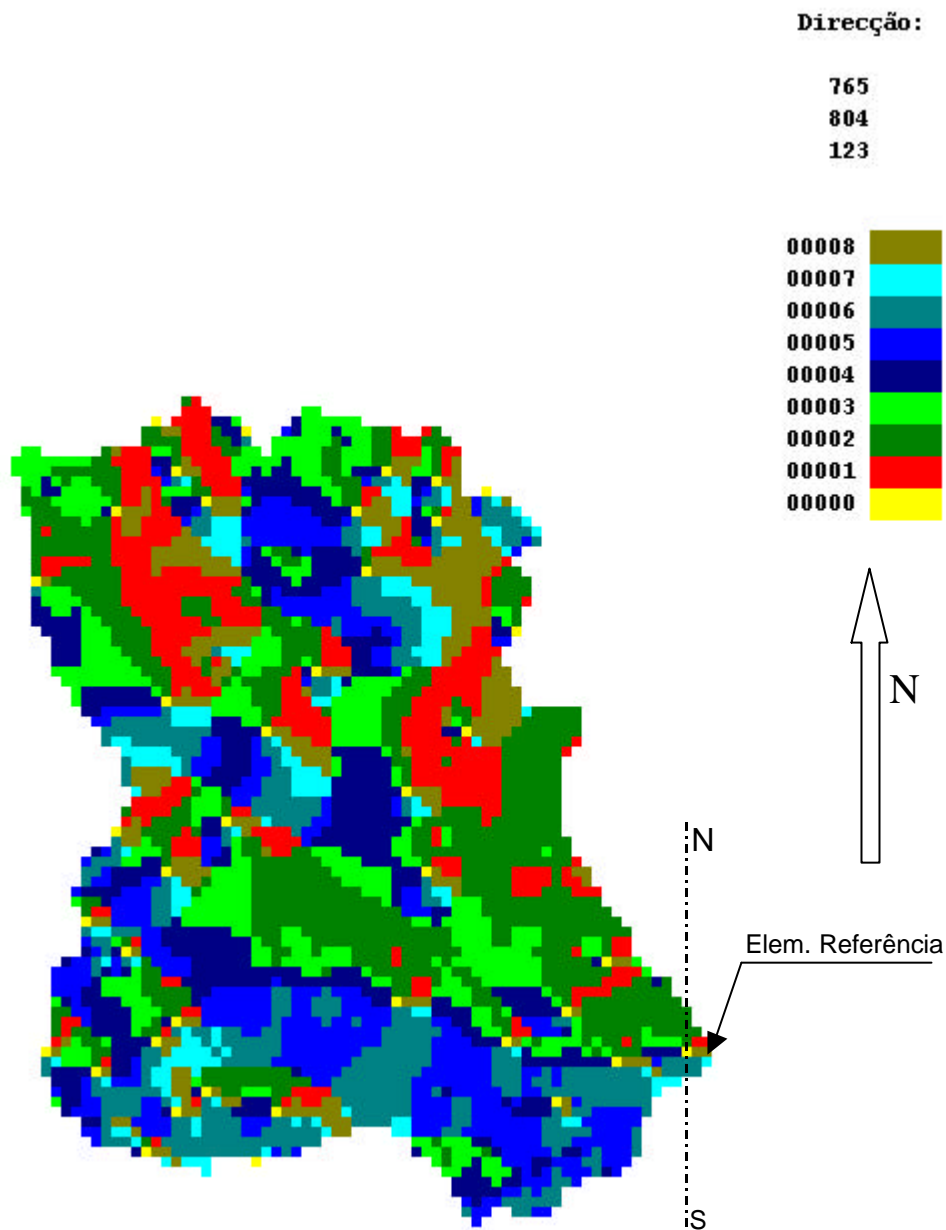
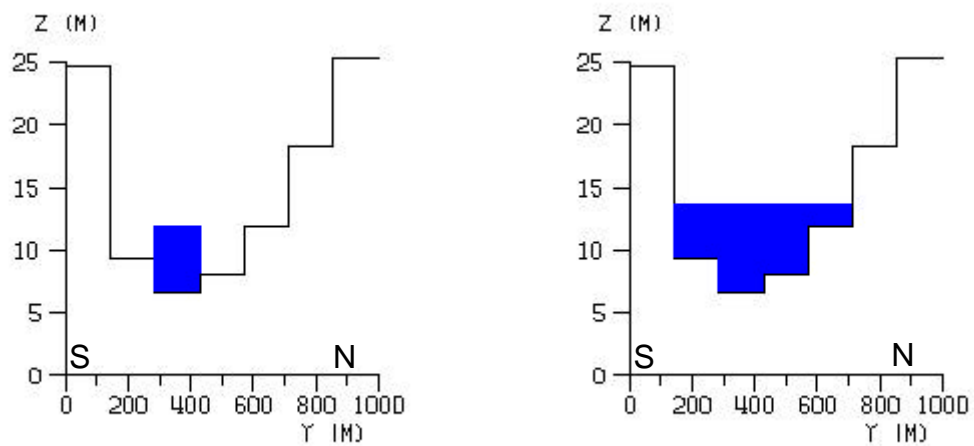


Figura 3 – Carta das direcções de drenagem do modelo do relevo

Na Figura 4 apresentam-se os hidrogramas do escoamento, com o caudal adimensionalizado ($Q' = Q / (r_i A) = Q / 2145$), obtidos no modelo **K8** (Figura 4, a)) e no modelo **D8** (Figura 4, b)). É notável o menor tempo de concentração no modelo **K8** e, no modelo **D8**, o andamento de patamar em patamar e a oscilação no caudal.

Em relação ao tempo de concentração e ao andamento de patamar em patamar, pode explicar-se a diferença de comportamento nos dois modelos pelo artifício dos caminhos de escape introduzidos no modelo do relevo da bacia hidrográfica que tornou possível a aplicação do modelo **K8**.

Efectivamente, no modelo **K8**, com tal artifício, as depressões do terreno não necessitam de estar preenchidas pela água para que a sub-bacia a montante contribua para o escoamento. Assim,



a) Modelo **K8**

b) Modelo **D8**

Figura 5 - Secção transversal ao escoamento

Embora não se ilustre neste artigo, no modelo **D8** ocorrem também oscilações na direcção do escoamento, concordantes com as cotas da superfície livre, em especial em zonas planas ou de declive negativo.

Na Figura 6 apresentam-se cartas das alturas de água de detenção para os dois modelos. Estas cartas podem ser encaradas como representações da rede hidrográfica de cada um dos modelos.

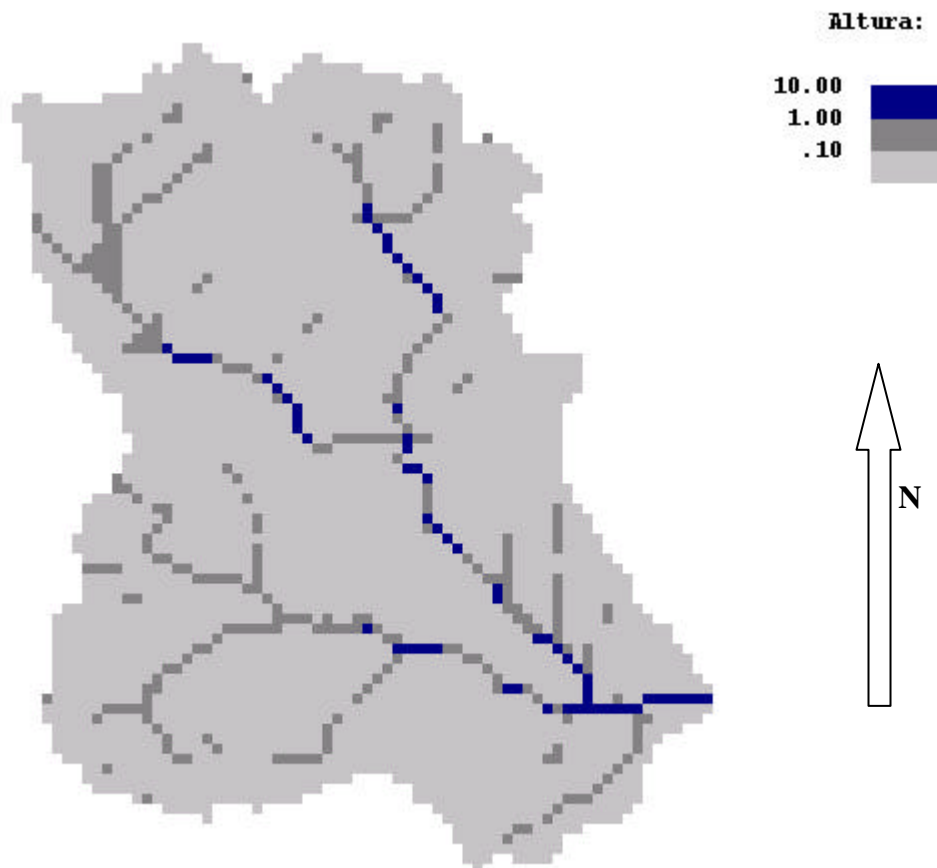
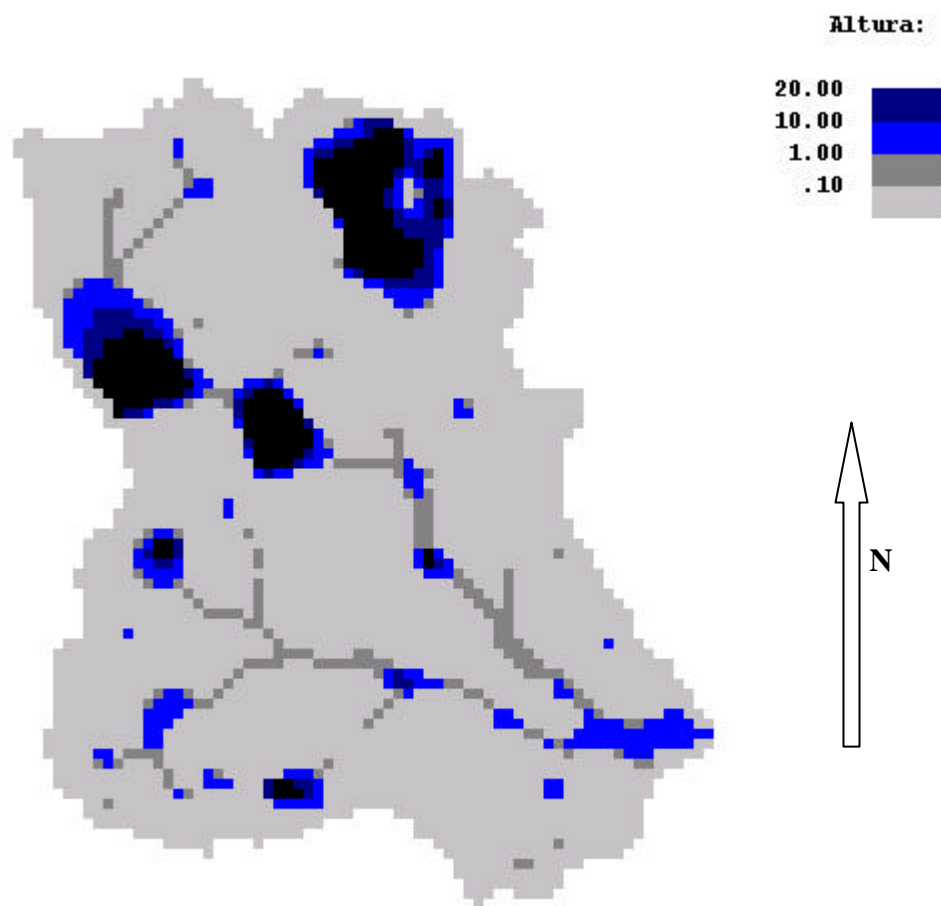


Figura 6 - a) Modelo **K8** (t=5000 s)



b) Modelo **D8** (t=100 h)

Figura 6 – Carta das alturas de água

A análise da figura revela o importante volume de água armazenado nas depressões do modelo do relevo da bacia no modelo **D8**. A preto, Figura 6, b), estão representadas alturas superiores a 20 m. Este importante armazenamento justifica os intervalos de tempo longos durante os quais o caudal se mantém constante para este modelo (Figura 4, b)). Torna-se assim evidente que, para o modelo **D8**, é extremamente importante o algoritmo de interpolação com o qual se obtém o modelo do relevo da bacia hidrográfica. Este modelo do relevo deve ser cuidadosamente verificado. Em especial no que às depressões do terreno diga respeito.

Como se referiu, fez-se ao longo do tempo de simulação uma verificação da conservação global da massa de água pela equação (25). Em ambos os modelos, o valor absoluto de BAL^n permaneceu inferior a 0.1%.

Os cálculos foram efectuados num computador do tipo IBM PC, com Windows 98 SE, processador Intel Pentium III MMX a 600 MHz e 192 MB de RAM. Cada passo de cálculo, durante o qual se preenche e resolve um sistema linear de 3805 equações, demora cerca de 0.7 s em ambos os modelos. Como o intervalo Δt pode ser bastante maior no modelo **K8**, as simulações com este modelo podem ser bastante mais rápidas, da ordem do minuto, do que com o modelo **D8**. A simulação que permitiu a obtenção do hidrograma que se apresenta na Figura 4, b), demorou cerca de 3 dias a calcular.

4 CONCLUSÃO

Apresentaram-se dois modelos para a simulação do escoamento superficial directo resultante de precipitação efectiva sobre uma bacia hidrográfica. Um dos modelos, designado por **K8**, faz uso do conceito cinemático ($S_f=S_0$) e o outro, designado por **D8**, faz uso do conceito de difusão ($S_f=S_w$).

A discretização das equações utilizadas conduz, nos dois modelos, a sistemas de equações lineares simultâneas nas alturas médias de detenção, com o mesmo número de incógnitas, com matrizes dos coeficientes muito esparsas, que são resolvidos em cada passo de cálculo.

Os modelos **K8** e **D8** foram aplicados à bacia hidrográfica do rio de Loures em Ponte de Pinhal. A análise teórica e a aplicação dos modelos permitiram a caracterização de algumas das suas propriedades que se apresentam no Quadro 1.

Quadro 1 – Comparação de características dos modelos

Característica	Tipo de modelo	
	K8	D8
Perda de carga unitária, S_f	S_0	S_w
Declive do fundo, S_0	$S_0 \geq 0$ (quando o declive do fundo for nulo, o elemento não contribui para o escoamento)	Qualquer
Pontos de acumulação	Removidos artificialmente por introdução de caminhos de escape	Não são restrição
Secção transversal	Parcialmente preenchida	Totalmente preenchida
Concentração do escoamento	Rápida. Dependente dos declives do relevo e caminhos de escape	Dependente do relevo
Detenção de água	Pequena. Dependente dos declives do relevo e caminhos de escape	Dependente do relevo
Oscilação na solução	Não apresenta	Apresenta oscilações tanto no valor das variáveis quanto na direcção do escoamento
Balanço global de massa	Verifica	Verifica
Intervalo de passo de tempo	Relativamente grande	Relativamente pequeno
Tempo de cálculo	Pequeno	Grande

BIBLIOGRAFIA

- ABBOTT, M. B.; BATHURST, J. C.; CUNGE, J. A.; O'CONNEL, P. E.; HASMUSSEN, J. – “An Introduction to the European Hydrological System – Système Hydrologique European”. Jour. of Hydrology, **87**, p. 61-77, 1986.
- BEASLEY, D. B.; HUGGINS, L. F. – “ANSWERS (Areal Nonpoint Source Watershed Response Simulation): user's manual”, 1982. Citado em GOODCHILD et al. (1993).
- CUNGE, J. A. – “Two-Dimensional Modeling of Flood Plains”, in *Unsteady Flow in Open Channels*, ed. K. Mahmood e V. Yevjevich, WRP, 1975.
- GOODCHILD, M. F.; PARKS, B. O.; STEYAERT, L. T. – *Environmental Modeling with GIS*, Oxford Univ. Press, 1993.
- HIPÓLITO, J.R.; PORTELA, M. M. – “Radar, GIS and Surface Water Hydrology”, in Proc. III Int. Symp. On Hydrological Applications of Weather Radars, pp. 557-567, São Paulo, 1995.
- HIPÓLITO, J. R.; ROSÁRIO, E. – “A Computer Algorithm for The Cartographic Estimation of Isochronal Lines”, in Proc. Int. Workshop on Advances in Radar Hydrology, EUR 14334 EN., pp. 263-271, Luxembourg, 1994.
- KEY, J. E. – “Computer Program for Solution of Large, Sparse, Unsymmetric Systems of Linear Equations”. Int. Jour. For Numerical Methods in Engineering, **6**, pp. 497-509, 1973.
- KIBLER, D. F.; WOOLHISER, D. A. – *The Kinematic Wave Cascade as a Hydrological Model*. Colorado State University, Hydrology Paper 39, 1970.
- LANÇA, R. M. M.; RODRIGUES, A. C. – “Um Modelo Distribuído de Precipitação/Escoamento Superficial. Aplicação à Ribeira de Alportel em Condições de Cheia”, in Recursos Hídricos, Revista da APRH, **21,3**, pp. 107-116, 2000.
- PALACIOS-VELEZ, O. L.; CUEVAS-RENAUD, B. – “Automated river-course, ridge and basin delineation from digital elevation data”. Jour. of Hydrology, **86**, pp. 299-314, 1986.
- PAULO, C. G. V. – *Os SIG e a Modelação Hidrológica na Produção de Cartografia das Áreas de Risco de Cheia*. Dissertação de mest. em SIG, UTL, IST, 1998.
- ROSÁRIO, E. M. C. R. – *Determinação Cartográfica do Hidrograma Unitário*. Dissertação de mest. em Hidráulica e Recursos Hídricos, UTL, IST, 1990.
- SILVA, M. M. P. C. R. - *Modelo Distribuído de Simulação do Escoamento Superficial*. Dissertação de doutor. em Eng. Civil, UTL, IST, 1996.
- YOUNG, R. A.; ONSTAD, C. A.; BOSCH, D. D.; ANDERSON, W. P. – “AGNPS: a nonpoint source pollution model for evaluating agricultural watersheds”. Journ. Of Soil and Water Conservation, **44**, pp. 168-173, 1989.