



**2º Congresso Internacional de História da
Construção Luso-Brasileira**

Culturas Partilhadas
Porto, 14-16 Setembro 2016

2º CIHCLB 2016

LIVRO DE ACTAS

Volume 1

Centro de Estudos de Arquitectura e Urbanismo
Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto
Via Panorâmica S/N 4150-755 Porto PORTUGAL
T+351 225 057 100, F +351 226 057 199
www.fa.up.pt www.2cihclb.arq.up.pt

Arcos e Pés-direitos "Regras de Dimensionamento na Tradadística"

Rei, João^{1*}; Gago, António S.^{2*}

¹jcmrei@gmail.com, ²antonio.gago@tecnico.ulisboa.pt

¹Academia Militar

^{**}CERIS, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

RESUMO

A utilização de estruturas em arco foi praticamente abandonada com o aparecimento de novos materiais construtivos com resistência à tração, nomeadamente o aço e o betão armado. De facto, a utilização de materiais afins com as tensões de tração resultou no uso de elementos retilíneos, com maior resistência e mais fácil aplicação em obra e, conseqüentemente, no abandono das técnicas tradicionais de construção em alvenaria. O alheamento do uso destas técnicas, em particular da utilização de estruturas em arco, resultou também, no esquecimento do conhecimento já adquirido quanto à concepção deste tipo de estruturas e, por outro lado, os desenvolvimentos da Engenharia de Estruturas foram direcionados para a construção em aço e betão armado/pré-esforçado. Só recentemente, com a necessidade de intervir no património construído, se retomou o estudo das estruturas em alvenaria. Se por um lado tem havido alguma investigação e desenvolvimento de metodologias para análise de estruturas arqueadas, por outro, pouco se conhece quanto às regras de dimensionamento utilizadas pelos mestres construtores. No entanto, o conhecimento dessas regras é um bom ponto de partida quando se pretende intervir em estruturas existentes e analisar a sua segurança. No presente artigo, recorrendo a Tratados de Construção, nacionais e internacionais, anteriores ao século XX, faz-se uma descrição de algumas técnicas tradicionais de construção e regras empíricas de dimensionamento de arcos e seus apoios (pés-direitos). As regras apresentadas são interpretadas e validadas à luz dos conceitos atuais da mecânica estrutural. São, também, discutidas as margens de segurança e de sobredimensionamento que resultam da sua aplicação.

Palavras-chave: Alvenaria; Arco; Linha de Pressão; Pé-direito.

1. INTRODUÇÃO

O arco de alvenaria é um dos grandes testemunhos do engenho e da capacidade criativa do homem ao longo dos tempos e constitui um marco incontornável na evolução da construção de várias civilizações. A par da abóbada e da cúpula, entendidas como a sua terceira dimensão, o arco, enquanto elemento arquitectónico e estrutural,

pode considerar-se o alicerce da arquitetura ocidental. Durante séculos, a utilização dos arcos baseou-se em regras empíricas baseadas na tradição, muito provavelmente obtidas na sequência de processos de tentativa e erro. O desenvolvimento das ciências, nomeadamente da mecânica e da matemática, e das ferramentas analíticas de cálculo

possibilitaram a compreensão do comportamento das estruturas, surgindo as primeiras regras de dimensionamento de arcos com base científica.

Com a resolução do problema clássico e elementar do paralelogramo de forças por Stevin, no final do séc. XVI, iniciaram-se os estudos sobre arcos e abóbadas, os quais sofreram um considerável progresso até finais do séc. XIX. No entanto, durante este século os novos materiais de construção, em particular, o aço e o betão armado, despertaram a atenção da comunidade técnica e científica que neles concentrou a sua investigação. Em consequência, surgiram soluções construtivas inovadoras, possíveis graças às características dos novos materiais, e o estudo das estruturas arqueadas em alvenaria foi relegado para segundo plano.

A construção abobadada resultou dum processo construtivo milenar para o qual contribuíram várias civilizações, e da sua utilização resultou um vasto e riquíssimo património histórico que urge preservar. Muitas dessas construções apresentam problemas construtivos e estruturais, resultado da presença de água, da degradação dos materiais, de movimentos sísmicos ou de assentamentos das suas fundações, sendo necessário perceber o funcionamento estrutural destas construções e conhecer os processos de dimensionamento originais, para que as intervenções sejam coerentes com a construção e com o seu valor patrimonial.

O tema tem sido alvo de interesse crescente por parte do meio académico e técnico, acompanhado de maiores investimentos em investigação. Diversas instituições de renome dispõem de núcleos específicos de pesquisa dedicados ao estudo de estruturas em alvenaria e de profissionais especializados ligados aos cursos de arquitetura e engenharia.

2. REGRAS TRADICIONAIS DE DIMENSIONAMENTO

2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Que forma deve ter um arco ou uma abóbada de alvenaria e qual a espessura das colunas que os apoiam? A pertinência destas questões é tão antiga como a própria construção abobadada, pois a sua segurança depende da estabilidade dos seus apoios, usualmente designados por pés-direitos.

Se se levantar um arco mal projetado, este ruirá no momento do descimbramento, mas poderá reconstruir-se, melhorando o seu perfil. No entanto, se os pés-direitos cederem toda a construção cai por terra, ou ficará eternamente instável, pelo que o seu dimensionamento era de especial importância. Para tal, os mestres construtores utilizavam regras empíricas, geométricas na sua maior parte, mas também aritméticas.

No entanto, no final do séc. XVII a mecânica tinha adquirido desenvolvimento suficiente e emergia uma nova mentalidade que clamava por uma justificação “científica” dos procedimentos técnicos. Assim, a disponibilização de “ferramentas” inovadoras, como a referida lei de decomposição de forças de Stevin, os trabalhos de Galileu sobre a resistência de materiais e a formulação geral das leis de mecânica por Newton, abriam, pela primeira vez, a possibilidade do estudo científico do equilíbrio das construções.

Assim, ao longo do tempo, assistiu-se a um refinamento das regras construtivas tradicionais. As primeiras regras de dimensionamento não consideravam aspetos importantes como as características resistentes dos diferentes materiais, a espessura das aduelas, o sistema de carregamento e a altura dos pés-direitos. Nesta comunicação apresentam-se alguns exemplos, maioritariamente usados em edifícios.

2.2 REGRAS DE DIMENSIONAMENTO DE ARCOS

Considerações gerais

Existem diversos fatores que devem ser tidos em conta na definição da espessura do arco. A dimensão do vão a vencer é um aspeto de particular importância, mas outros factores devem ser tidos em conta, como é o caso da natureza dos materiais que o constituem, (normalmente pedra ou tijolo), do perfil adotado (mais ou menos abatido), das cargas a suportar (magnitude, natureza e modo de carregamento do extradorso) e da variação da espessura ao longo do desenvolvimento do arco (constante ou variável).

Em geral, as regras tradicionais de dimensionamento de arcos não têm em consideração a totalidade destes aspetos, baseando-se, sobretudo, na dimensão do vão a vencer. No entanto, o habitual sobredimensionamento que lhes é subjacente, é, em geral, suficiente para garantir a segurança.

Arcos de secção constante

De forma geral, em arcos ou abóbadas de alvenaria, a opção por secções constantes ou variáveis está relacionada com a dimensão do vão.

A secção constante era, normalmente, escolhida em arcos de vãos moderados. Para vãos maiores, como é o caso de pontes de alvenaria, adoptavam-se, em geral, espessuras variáveis. Tal opção resulta do facto de arcos com secção crescente da chave para as nascenças apresentarem um melhor comportamento mecânico. No entanto, refira-se que este efeito também pode ser alcançado usando arcos de secção constante, mas extradorsados. Estes arcos têm a vantagem de serem mais fáceis de executar, por utilizarem aduelas com a mesma espessura.

Martínez de Aranda (séc. XVI e XVII) apresentou no seu manuscrito sobre cantaria e esteotomia (Aranda finais do séc. XVI¹), uma das primeiras regras para a obtenção da espessura das aduelas dos arcos, em função do vão (Tab. 2.1).

Tabela 2.1 – Espessuras de arcos em função do vão, segundo Martínez de Aranda (Huerta 2004)

Vão do arco, l	Espessura
De 5 a 10 pés (1,52 a 3,05 m)	$l/6$
De 10 a 20 pés (3,05 a 6,10 m)	$l/8$
De 20 a 40 pés (6,10 a 12,19 m)	$l/10$

Como referido, as antigas regras de dimensionamento dos arcos são de natureza empírica e, por isso, as indicações quanto à espessura a adotar em função do vão e geometria dependem do autor. Na tabela seguinte (Tab. 2.2) resumem-se algumas regras (compiladas em Mateus 2002), sugeridas em diversos tratados de construção.

Arcos de secção variável

No que diz respeito à espessura dos arcos de secção variável, também é possível identificar regras distintas nos diversos manuais e tratados de construção (Tab. 2.3). Uma das regras mais antigas para a obtenção da espessura na chave em arcos circulares e abóbadas cilíndricas é atribuída a Leon Alberti (1404-1472) e corresponde a $1/15$ (6.7%) do vão (Mateus 2002). Posteriormente, em particular no século XIX, surgiram diversas regras, sendo de referir os valores publicados por Jean Rondelet (1743-1829) na sua obra *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir* (Rondelet, 1804) e que se apresentam na tabela seguinte (Tab. 2.4).

Uma vez definida a espessura na chave, é necessário definir a espessura nas nascenças e a forma a dar ao extradorso. Para a generalidade das abóbadas, Urbain Vitry (1802-1863) propôs um método (Vitry 1827) que consistia no traçado do extradorso com centro em G afastado de O, centro da volta do intradorso, de $1/6$ da flecha (Fig. 2.1). Mais tarde, Charles Leroy (1780-1854) sugeriu que o extradorso da abóbada deveria ser traçado com centro em O' e raio O'b, de forma que BO' fosse igual a $2/3$ ou $3/4$ do vão AD (Fig. 2.2) (Leroy 1877).

¹ Segundo Bonet Correa.

Tabela 2.2 – Espessuras de arcos de tijolo extradorsados* (Mateus 2002)

Autor	Corda ou vão l (m)	Tipo de arcos**			
		Volta inteira	Quebrado elevado	Abatido (flecha de l/4)	Platibanda
Formenti	$l < 1,2$	2 vezes	—	3 vezes	4 vezes
Breymann e Foerster	$l < 1,75$	2 vezes	1 vez	—	3 vezes ($l < 1,5$)
Formenti	$1,2 < l < 2,5$	2-3 vezes	—	3-4 vezes	4-5 vezes
Breymann e Foerster	$2,0 < l < 3,0$	3 vezes	2 vezes	—	3-4 vezes ($1,5 < l < 2,3$)
Formenti	$2,5 < l < 4,0$	3-4 vezes	—	4-5 vezes	5-6 vezes
Breymann e Foerster	$3,5 < l < 5,75$	4 vezes	3 vezes	—	4-5 vezes ($2,7 < l < 4,5$)
Formenti	$4,0 < l < 5,5$	4-5 vezes	—	5-6 vezes	—
Breymann e Foerster	$6,0 < l < 8,5$	5 vezes	3-4 vezes	—	5-6 vezes ($4,6 < l < 7,0$)
Breymann e Foerster	$l > 8,5$	$l/15 < e < l/12$	—	—	—

Notas: *Com tijolos ao cutelo sobre portas e janelas, em paredes portantes perimetrais ou internas, de edifícios de habitação com 2-3 andares segundo Breymann, Formenti e Foerster.
**1 vez tijolo igual à largura do tijolo (entre 11 e 12 cm).

Tabela 2.3 – Espessuras de abóbadas cilíndricas retas de volta inteira de espessura variável em tijolo* (Mateus 2002)

Autor	Corda l (m)	Espessura**			Observações
		Até 1/3 da flecha	Até 2/3 da flecha	No fecho	
Breymann	$l < 3,0$	2 vezes	1 vez	1 vez	—
Milani	$l = 4,0$	1 vez	1 vez	1 vez	Pés-direitos com $h < 3,0$ m, sobrecarga 2 kN/m^2
Breymann/Wanderley	$3,0 < l < 4,5$	2 vezes	1 vez	1 vez	Com costelas de reforço de 2 em 2 metros
Milani	$l = 5,0$	2 vezes	1 vez	1 vez	$h \leq 3$ m, sobrecarga de 2 kN/m^2
	$5,0 < l < 6,0$	3 vezes	2 vezes	1 vez	$h \leq 3$ m, sobrecarga de 2 kN/m^2
Breymann	$4,5 < l < 6,0$	3 vezes	2 vezes	2 vezes	—
Milani	$6,0 < l < 8,0$	4 vezes	3 vezes	2 vezes	$h \leq 3$ m, sobrecarga de 2 kN/m^2

Notas: *Com tijolos ao cutelo sujeitas a sobrecargas comuns em edifícios, segundo Breymann, Wanderley e Milani.
**1 vez tijolo igual à largura do tijolo (entre 11 e 12 cm).

2.3 REGRAS DE DIMENSIONAMENTO DE PÉS-DIREITOS

Considerações gerais

“Probado he muchas vezes a sacar Raçon del estribo que abrá menester una qualquiera forma y nunca hallo regla que me sea suficiente, y tambien le he probado entre arquitectos españoles y estrangeros, y ninguno parece alcançar verificada regla, mas de un solo albedrio; y preguntando por que sabremos ser aquello bastante estribo, se responde por que lo a menester, mas no por que raçon”.

Rodrigo Gil de Hontañón (1500-1577)

Esta constatação retirada do manuscrito de Hontañón retrata bem a pertinência da questão e a preocupação que os mestres construtores tinham na definição dos apoios dos seus arcos.

Como referido, o dimensionamento dos pés-direitos é uma questão chave na construção abobadada, os quais deverão apresentar dimensões suficientes para permitir a absorção do empuxo (impulso horizontal) característico destas estruturas. Por conseguinte, para que as regras para a obtenção da espessura dos pés-direitos sejam eficientes e realistas, deverão basear-se no cálculo do empuxo e, só posteriormente, analisado o modo como o empuxo é contra-arrestado.

Para o cálculo do empuxo deve atentar-se nos materiais de que são constituídas as superfícies

Tabela 2.4 – Espessura mínima de arcos e abóbadas circulares ou elípticas na chave (adaptado de Rondelet 1804)

Vão (m)	Espessuras (m)		
	Arcos de pontes	Abóbadas	
		Médias*	Ligeiras**
1,0	0,44	0,22	0,11
3,0	0,52	0,26	0,13
5,0	0,60	0,30	0,15
7,0	0,68	0,34	0,17
10,0	0,80	0,40	0,20

*Abóbadas que suportam pavimentos.
 **Abóbadas sem carga.

que sobre eles descarregam mas, também, dos próprios pés-direitos; no perfil e na secção da estrutura arqueada suportada; nas características das cargas solicitantes; no modo de carregamento do extradorso; na altura dos pés-direitos e na eventualidade do seu prolongamento acima do arco.

Já em relação ao modo de contra-arrestar o empuxo importa considerar os efeitos dos elementos estruturais (contrafortes, tirantes, naves laterais, arcobotantes ou eventuais aberturas) no “caminho” disponibilizado pela estrutura desde o topo dos pés-direitos até às fundações. Claro que a secção transversal dos pés-direitos (constante ou variável) e a sua tipologia (simples ou compostos) têm, também, influência no comportamento da estrutura.

Nem todos estes aspetos são explicitamente considerados nas regras tradicionais de dimensionamento de pés-direitos, mas o facto de se tratarem de regras muito conservativas acaba por poder acomodar esses efeitos.

Pés-direitos simples

Os pés-direitos simples distinguem-se dos compostos pelo facto de não disporem de contrafortes, o que lhes confere paramentos uniformes, de secção constante ou variável, ao contrário dos pés-direitos compostos, nos quais os contrafortes se destacam da regularidade das paredes.

O interesse da comunidade afeta à construção, de físicos e matemáticos, deu origem a um conjunto de regras geométricas e analíticas, para dimen-

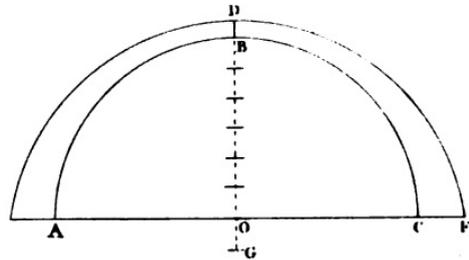


Figura 2.1 – Traçado duma abóbada de secção variável, conhecida a espessura na chave (Vitry 1827)

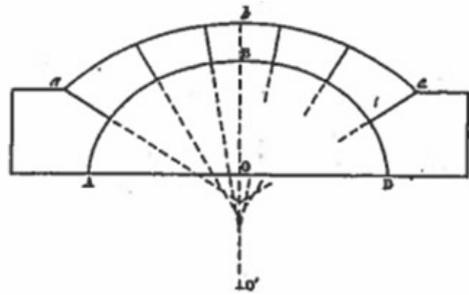


Figura 2.2 – Antiga regra para traçar o extradorso duma abóbada cilíndrica de espessura variável, conhecida a espessura na chave (Leroy 1877)

sionamento dos pés-direitos. Uma das primeiras e a mais conhecida é a regra de Derand, Blondel ou regra gótica nº 1 (Fig. 2.3) (Barberot 1828).

No entanto, já em 1639, Frei Lorenzo (1593-1679), autor dum dos mais populares tratados de arquitetura espanhóis, *El Arte y Uso de Arquitectura* (1639 e 1664) distinguia a espessura dos pés-direitos em função do material (Tab. 2.4).

Phillipe de La Hire (1640-1718) foi o primeiro a “resolver” a questão fundamental da construção abobadada, o cálculo da espessura dos pés-direitos, adotando uma abordagem mecânica (Huerta e Cuerda 1998). La Hire (La Hire 1712) e, posteriormente, Belidor (Belidor 1813), apercebeu-se que a altura dos pés-direitos influencia a sua es-

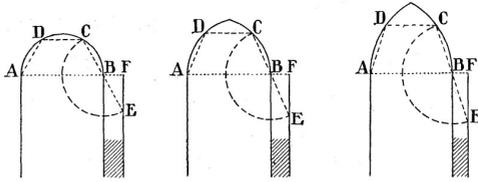


Figura 2.3 – Aplicação da primeira regra geométrica a arcos de várias curvaturas (Barberot, 1828)

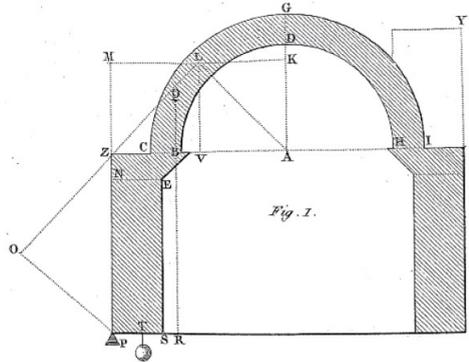


Figura 2.4 – Esboço para o cálculo da espessura dos pés-direitos dum arco de volta inteira sujeito ao seu peso próprio (Belidor 1813)

Tabela 2.4 – Regras de Frei Lorenzo para a obtenção das dimensões de pés-direitos simples de abóbadas de berço com lunetas em função do vão, L (adaptado de Nicolas 1639)

Tipo	Material	Pé-direito
Abóbada	Pedra	L/6
	Tijolo	L/7
Abobadilha*		L/8

*O termo abobadilha refere-se a um tipo particular de abóbada executada com tijolos assentes ao baixo, isto é, com a sua maior dimensão segundo a superfície da abóbada, em contraste com a abóbada corrente na qual os tijolos são assentes ao cutelo, ou seja, com a sua maior dimensão normal à superfície abobadada.

pequena e estabeleceu, em consonância, regras de dimensionamento (Fig. 2.4).

Outros autores estudaram o assunto e definiram regras alternativas. Por exemplo, segundo Plo y Camín (Plo y Camín 1767) quando a altura dos pés-direitos é superior ao vão da abóbada, deve aumentar-se a sua espessura (Fig. 2.5).

Muito mais tarde, Huerta (Huerta 2004) baseou-se nos estudos de Rankine para apresentar uma abordagem para o dimensionamento dos pés-direitos simples de secção variável (Fig. 2.6).

Pés-direitos compostos

Frequentemente os pés-direitos são compostos e consistem em paredes contínuas, com ou sem aberturas, reforçadas em intervalos regulares

por contrafortes, geralmente de secção variável. Dependendo da tipologia da superfície abobadada que suportam, os pés-direitos compostos podem acolher um empuxo uniforme por unidade de comprimento (como no caso das abóbadas de berço seguidas), ou, aquele pode estar concentrado em determinadas zonas específicas (como no caso das abóbadas de aresta. Independentemente dos casos, grande parte do empuxo total é contra-arrestado nas zonas contíguas aos contrafortes, dotadas de maior rigidez, que mediante a formação de arcos de descarga, no interior da parede, transmitem a carga uniforme aos contrafortes.

O mais completo conjunto de regras para a conceção de pés-direitos compostos é da autoria de frei Lorenzo (Nicolas 1639) (Tab. 2.5 e Fig. 2.7).

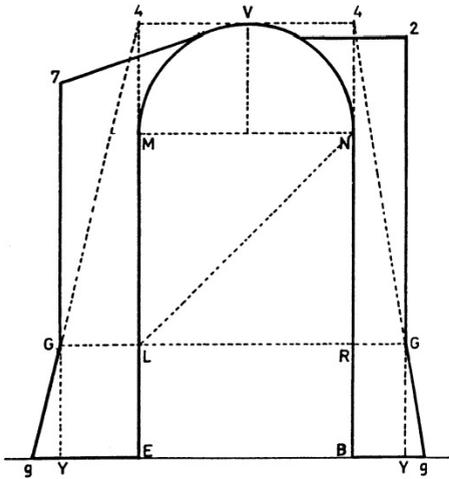


Figura 2.5 – Regra para o aumento da espessura na base dos pés-direitos de abóbadas de volta inteira: à esquerda, abóbadas de cantaria; à direita, abóbadas de tijolo (Plo y Camín 1767)

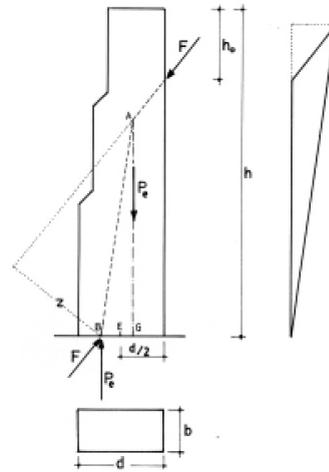


Figura 2.6 – Esboço para o cálculo da espessura de pés-direitos simples de seção variável (Huerta 2004)

Tabela 2.5 – Regras de Frei Lorenzo para a obtenção das dimensões de pés-direitos compostos de abóbadas de berço com lunetas em função do vão, L (adaptado de Nicolas, 1639)

Tipo	Material	Parede	Contrafortes		
		Espessura	Espessura	Largura	Espaçamento
Abóbada	Pedra	$L/6$	$\geq L/3$	$L/9$	$L/2$
	Tijolo	$L/7$	$L/3$		
Abobadilha		$L/8$	$L/4$		

2.3 REGRAS DE DIMENSIONAMENTO CONJUNTO DE ARCOS E PÉS-DIREITOS

Apesar da maioria das regras para determinação das espessuras dos arcos e pés-direitos surgirem isoladamente na tratadística, amiúde, alguns autores propõem elementos que concentram os dados relativos aos arcos e abóbadas cilíndricas e aos respectivos pés-direitos. Um bom exemplo desta situação é de Rondelet (Rondelet 1830), que ensaiou modelos de arcos de três tipologias diferentes, presumivelmente as mais usuais em função da sua implantação no edifício (Tab. 2.6). Rondelet coligiu ainda uma série de tabelas onde resumiu os resultados obtidos (Tab. 2.7).

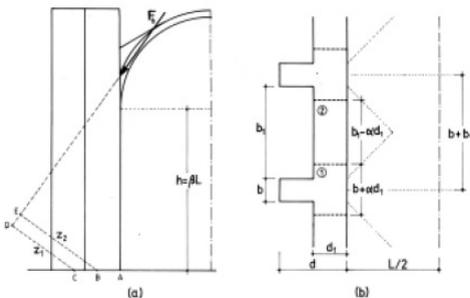


Fig. 2.7 – Dimensionamento dum pé-direito composto segundo as regras de Frei Lorenzo (Huerta 2004)

Tabela 2.6 – Dimensões de abóbadas cilíndricas e de pés-direitos em pedra calcária em função da tipologia, segundo Rondelet (adaptado de Mateus 2002)

Tipologia 1		Tipologia 2		Tipologia 3		
De nível		Metade de nível e metade de igual espessura		Metade de nível e metade de espessura variável		
Espessuras		Espessuras		Espessuras		
Na chave	Pés-direitos	Na chave	Pés-direitos	Na chave	A 1/2 flecha	Pés-direitos
$e_1 = 0,0207l_1$	$t_1 = 0,0909l_1$	$e_2 = 0,0277l_2$	$t_2 = 0,1110l_2$	$e_3 = 0,0207l_3$	$e'_3 = 0,0312l_3$	$t_3 = 0,1000l_3$
Caso das abóbadas entre pisos dos edifícios correntes		Caso das abóbadas situadas no último piso ou das de edifícios térreos de habitação		Frequentemente usadas para cobrir grandes espaços e resistir somente ao seu peso próprio		

Tabela 2.7 – Espessuras a atribuir a abóbadas de berço e aos seus pés-direitos em função do vão e da forma como são extradorsadas (adaptado de Rondelet 1830)

Vão (m)	Abóbadas extradorsadas						
	De nível		Metade de nível e metade de igual espessura		Metade de nível e metade de espessura variável		
	Espessura (m)		Espessura (m)		Espessura (m)		
	Abóbada	Pés-direitos	Abóbada	Pés-direitos	Meio dos rins	Chave	Pés-direitos
4,00	0,083	0,363	0,111	0,444	0,125	0,083	0,400
5,00	0,104	0,454	0,138	0,550	0,156	0,104	0,500
6,00	0,125	0,545	0,166	0,666	0,187	0,125	0,600
7,00	0,145	0,636	0,194	0,777	0,218	0,145	0,700
8,00	0,166	0,727	0,222	0,888	0,250	0,166	0,800
9,00	0,187	0,818	0,250	1,000	0,281	0,187	0,900
11,00	0,228	1,000	0,305	1,222	0,343	0,228	1,100
13,00	0,270	1,181	0,361	1,444	0,406	0,270	1,300
15,00	0,312	1,363	0,416	1,666	0,468	0,312	1,500

Nota: os valores apresentados não tiveram em consideração a elevação dos pés-direitos.

3. VALIDADE DAS REGRAS

3.1 REGRAS DE DIMENSIONAMENTO DE ARCOS

Para que um arco seja estável, isto é, para que se garanta as condições de resistência e estabilidade, deve ser possível traçar no seu interior pelo menos uma linha de pressões compatível com as cargas a que está sujeito. Dado que geralmente a diretriz

do arco não coincide com a linha de pressões, preconiza-se, em geral, uma certa sobre-espessura relativamente à espessura mínima do arco limite (Fig. 2.8 (a)). Assim, segurança obtém-se multiplicando a espessura mínima admissível por um coeficiente geométrico de segurança, cujo valor proposto por Heyman (Heyman 1969) varia entre 2 e 3 (Fig. 2.8 (c)).

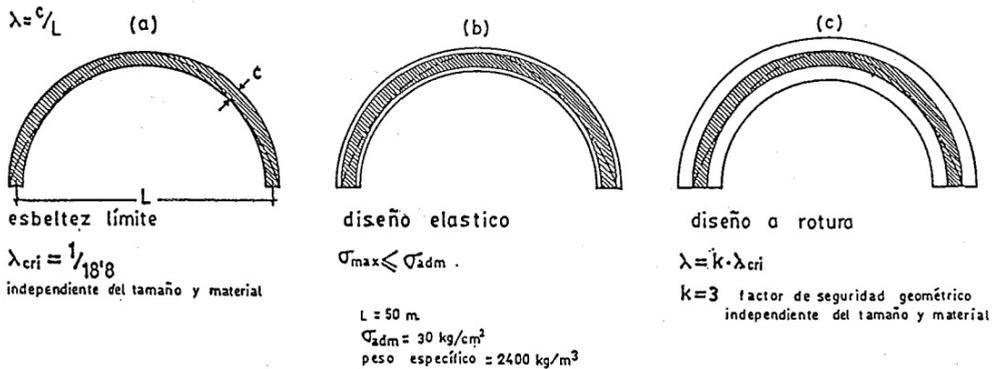


Fig. 2.8 – Dimensionamento dum arco de volta inteira: (a) Arco limite, de espessura mínima para conter a linha de pressões; (b) Dimensionamento por resistência, no qual se aumentou a espessura para alcançar a tensão admissível do material; (c) Dimensionamento por estabilidade, no qual se multiplicou a espessura limite pelo coeficiente geométrico de segurança (neste caso 3) (Huerta 1990)

Assim, uma estratégia para o dimensionamento de arcos baseia-se em encontrar uma espessura que contenha, com suficiente folga, o arco limite. Esta abordagem conduz, considerando exclusivamente o peso próprio, a regras de proporcionalidade independentes do vão dos arcos e abóbadas.

Refira-se que o dimensionamento por resistência, isto é, a consideração duma determinada espessura de modo a que as tensões na secção mais desfavorável (normalmente nos arranques) não superem um valor admissível, conduz, em geral e para dimensões correntes, a arcos em risco de colapso, não se garantindo a estabilidade (Fig. 2.8 (b)).

É de referir que as espessuras correntes em construções reais estão muito acima das que se obteriam ao aplicar um coeficiente de segurança geométrico de 2 ou 3.

A espessura limite reduz-se drasticamente à medida que o arco se vai tornando mais abatido, e todos os arcos com uma flecha inferior, a cerca de 1/4 do vão são praticamente catenários, com espessuras limite inferiores a 1/140 do vão (Fig. 2.9).

Os antigos construtores estavam cientes desta maior estabilidade dos arcos abatidos, e enchiam os rins das abóbadas como principal função de dotá-las duma via de escape para os empuxos da parte superior da abóbada, convertendo-a, desta forma, numa abóbada abatida.

Os tratados de construção antigos recomendavam, para abóbadas de berço, que o enchimento do extradorso ou outras disposições equivalentes, como é o caso de muretes transversais espaçados, atingissem pelo menos 2/3 da altura da abóbada. Este artifício conduz a abóbadas abatidas abaixo de 1/4 (considerando o vão entre os arranques desde o enchimento) de espessuras muito pequenas (Fig. 2.10).

Na tabela seguinte (Tab. 2.8) apresentam-se diversas regras para definição da espessura de arcos de tijolo.

Os valores dos coeficientes geométricos de segurança superiores à unidade atestam a segurança das regras, no entanto em algumas delas apenas são ligeiramente superiores, pelo que devem ser encaradas com precaução.

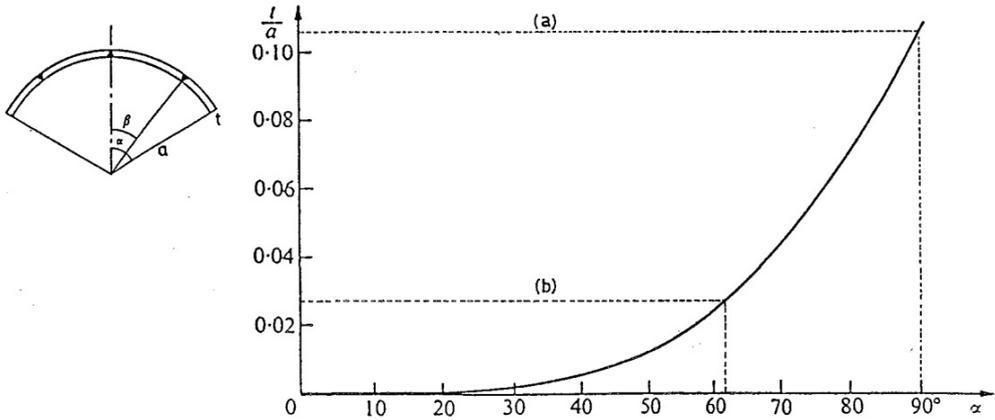


Fig. 2.9 – Esbeltezas limite de arcos circulares propostas por Heyman (Huerta 1990)

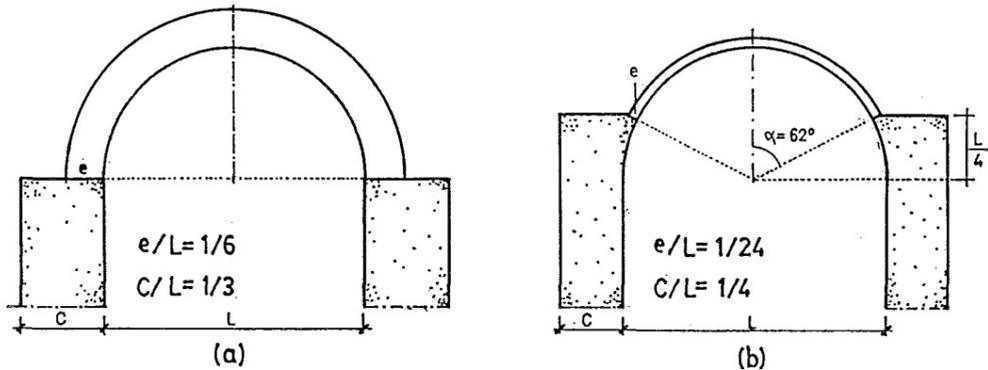


Fig. 2.10 – Efeito da elevação dos pés-direitos até metade da flecha (Huerta 1990)

3.2 REGRAS DE DIMENSIONAMENTO DE PÉS-DIREITOS

De acordo com Heyman (Heyman 1999), na primeira metade do séc. XVI, as regras de Hontañón para os pilares das pontes e os pés-direitos das abóbadas, baseavam-se em construções geométricas. No entanto, nada nos escritos de Hontañón indica a compreensão do equilíbrio de

forças e as regras são puramente geométricas sem qualquer racionalidade. O mesmo ocorre com a regra de Blondel (Blondel 1698) de 1683 para o cálculo dos estribos dos arcos (Fig. 2.3). Mas há que referir que a regra de Blondel, mesmo que intuitiva e empírica, resulta correta, pelo menos para pontes dum só vão; os arcos rebaixados dão empuxos maiores e necessitam de pés-direitos

Tabela 2.8 – Comparação de espessuras de arcos de volta de tijolo extradorsados de nível (Mateus 2002)

Autor	Vão l (m)	Espessura t recomendada	Relação t/R equivalente mínima	Coefficiente geométrico de segurança
Alberti	—	l/15	1/7,5	1,3
Formenti	$l < 1,2$	2 vezes tijolo	24/60	3,8
Breymann e Foerster	$l < 1,75$	2 vezes tijolo	24/87,5	2,6
Formenti	$1,2 < l < 2,5$	2-3 vezes tijolo	36/125	2,8
Breymann e Foerster	$2,0 < l < 3,0$	3 vezes tijolo	36/150	2,2
Formenti	$2,5 < l < 4,0$	3-4 vezes tijolo	48/200	2,2
Breymann e Foerster	$3,5 < l < 5,75$	4 vezes tijolo	48/287,5	1,7
Formenti	$4,0 < l < 5,5$	4-5 vezes tijolo	60/275	2,1
Breymann e Foerster	$6,0 < l < 8,5$	6 vezes tijolo	72/425	1,6
Breymann e Foerster	$l > 8,5$	$l/15 < t < l/12$	1/7,5	1,3

Notas: R – raio de abertura; relação t/R mínima para arcos não extradorsados: 0,106.

mais robustos, enquanto um arco elevado empurrará menos que um arco de volta inteira.

A teoria de La Hire (Huerta e Cuerda 1998) conduz a um empuxo da abóbada mais desfavorável que o empuxo real, conforme assinalou Heyman (Heyman 1972). Como resultado, os pés-direitos calculados pelo método de La Hire estão sobredimensionados, se bem que apresentem relações de proporcionalidade semelhantes aos pés-direitos habituais na prática construtiva. Refira-se que a teoria de La Hire e as suas modificações, primeiro por Belidor e depois por Perronet, foram muito utilizadas na prática construtiva.

O estudo da validade dos antigos métodos de cálculo para a espessura dos pés-direitos foi efetuado por Giuffré (Giuffré 1987) e Gago (Gago 2004), comparando os resultados obtidos pelos algoritmos de Belidor e de Mascheroni com a regra medieval de Blondel e com os cálculos de equilíbrio da atual mecânica estrutural (Fig. 2.11). Também aqui se constata que estes métodos tradicionais são ligeiramente conservativos, o que lhes permite acomodar os efeitos de alguns aspetos não considerados explicitamente nas regras.

4. CONCLUSÕES

Nas construções que compõem o património histórico e arquitetónico as patologias estruturais

resultam, em geral, de causas externas (movimentos sísmicos, assentamento de fundações, novas solicitações, degradação dos materiais, etc.) e não dos processos originais de dimensionamento. Na verdade, em estruturas arqueadas, os erros de conceção original inviabilizaram a sua ereção e essas estruturas não nos chegaram. Assim, as regras tradicionais de dimensionamento foram-se desenvolvendo e sendo validadas pelos sucessos e insucessos dos processos construtivos. O desenvolvimento da mecânica estrutural, sobretudo nos séculos XVIII e XIX, fundamentou algumas das opções dos mestres construtores e permitiu aperfeiçoar algumas dessas regras.

Nas estruturas em que a ação fundamental é o peso próprio, como é o caso das abóbadas de alvenaria, o uso de regras de proporcionalidade e fatores de forma, é um método de dimensionamento racional e seguro, visto que o problema estrutural em causa é de natureza geométrica e não de resistência. Em geral, em construções de alvenaria, o nível de tensões de compressão é reduzido, sendo apenas necessário garantir o equilíbrio das secções do arco através de tensões de compressão. Para tal, é necessário que as linhas de pressão correspondentes às cargas se situem no interior da espessura do arco, podendo essas exigências ser garantidas através de relações geométricas (Gago 2004).

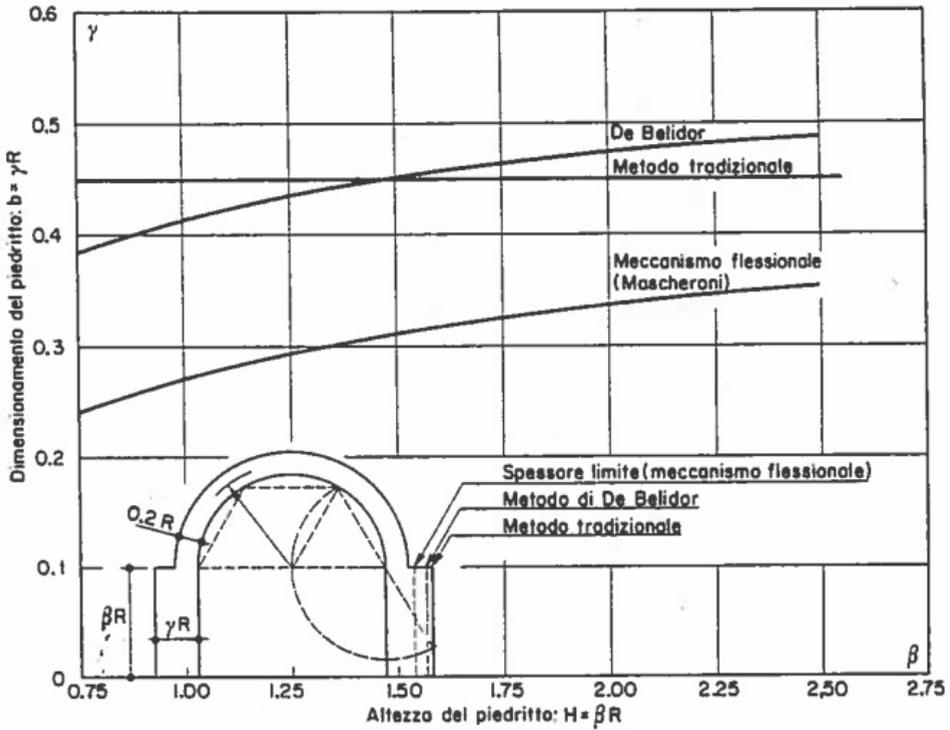


Fig. 2.11 – Gráficos de Giuffré para a variação da espessura dos pés-direitos de arcos de raio médio R em função da sua altura. Comparação dos valores obtidos pela regra de Blondel e pelos algoritmos de Belidor e Mascheroni (Mateus 2002)

O modo mais simples para traduzir esses parâmetros de forma é através de relações e foi isso que fizeram (mesmo que intuitivamente) os antigos mestres.

Assim, justifica-se o conhecimento e o estudo das regras de proporcionalidade tradicionais, as quais, independentemente da sua origem empírica, permanecem válidas e suficientemente conservativas para fazerem face à natureza aleatória das solicitações

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barberot, Étienne. 1828. *Traité de constructions civiles*. Paris et Liège: Librairie Polytechnique, Ch. Béranger, Éditeur.
- Belidor, Bernard. 1813. *La science des ingenieurs*. Paris: Chez Firmin Didot, Imprimeur de l'Institut, Libraire.
- Block, Philippe, Matt DeJong, and John Ochsendorf. 2006. "As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches." *Nexus Network Journal* 8 (2):13-24. doi: 10.1007/s00004-006-0015-9.
- Blondel, François. 1698. *Cours d'architecture*. Paris: Chez l'auteur.

- Camin, Antonio. 1767. El arquitecto practico, civil, militar y agrimensor. Madrid: Pantaleon Aznar.
- Curioni, Giovanni. 1870. L'arte di fabbricare. Torino; Augusto Federico Negro.
- Gago, António. 2004. Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas. Contributo para o estudo do património construído. Tese de doutoramento. Instituto Superior Técnico.
- Giuffré, Antonino. 1987. La meccanica nell'architettura. La statica. Roma: Nuova Italia Scientifica.
- Heyman, Jacques. 1969. "The safety of masonry arches." *International Journal of Mechanical Sciences* 11: 363-385.
- Heyman, Jacques. 1972. Coulomb's memoir on statics: an essay in the history of civil engineering. London: Cambridge University Press.
- Heyman, Jacques. 1999. El esqueleto de piedra. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, Santiago. 1990. Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España, ca. 1500 – ca.1800. Tesis doctoral. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- Huerta, Santiago, y Rafael Cuerda. 1998. "La teoría de bóvedas en el siglo XVIII: La contribución de Philippe de La Hire." II Congreso Nacional de Historia de la Construcción, A Coruña, España, 22 a 24 de outubro de 1998.
- Huerta, Santiago. 2004. Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica. Madrid: Instituto Juan de Herrera.
- La Hire, Philippe. 1712. "Sur la construction des voûtes dans les edifices." *Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, Académie royale des sciences*: 69-77. Ads-00121784.
- Lenti, Achile. 1884. Corso pratico di costruzioni. Alessandria: Tipografia e litografia Chiari e Filippa.
- Leroy, Charles. 1877. Traité de stéréotomie. Paris: Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire.
- Luna, Fortea. 2013. Análisis estructural de bóvedas de fábrica. La eficacia de la geometría. Tesis doctoral. Universidade de Extremadura.
- Mateus, João. 2002. Técnicas tradicionais de construção de alvenarias. Lisboa: Livros Horizonte.
- Nicolas, Lorenzo. 1639. Arte y uso de arquitectura. Madrid: Juan Sánchez.
- Nunes, Patrícia. 2009. Teoria do arco de alvenaria: uma perspectiva histórica. Dissertação de mestrado em estruturas e engenharia civil. Universidade de Brasília.
- Rei, João, António Gago, Jorge Santos. 2014. "Aboadilha alentejana, uma técnica de construção imemorial." V Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas, Lisboa.
- Rondelet, Jean. 1804 e 1830. L'art de bâtir. Paris: Chez M. A. Rondelet Fils, Architecte.
- Vitry, Urbain. 1827. Le propriétaire architecte. Paris: Audot, libraire-éditeur.